بسم الله الرحمن الرحیم

دوفصلنامه نظریه و عمل در برنامه‌درسی

نشریه علمی- پژوهشی دانشگاه خوارزمی مشترک با انجمن مطالعات برنامه درسی ایران *

سال دوم- شماره‌ی ۳- بهار و تابستان ۱۳۹۳

ISSN: 2345-4938

* اعتبار درجه علمی- پژوهشی این نشریه، طبق نامه شماره‌ی ۱۲۴۹۸۹ مورخ ۱۳۹۱/۶/۱۵ وزارت علوم، تحقیقات و فناوری اعطا گردیده است و بر اساس نظر کمیسیون مذکور تا زمان صدور رای دیگر، به‌قوت خود باقی است.

دوفصلنامه‌ی نظریه و عمل در برنامه درسی

نشریه‌ی علمی- پژوهشی دانشگاه خوارزمی مشترک با انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

سال دوم- شماره ۳- بهار و تابستان ۱۳۹۳

صاحب امتیاز: انجمن مطالعات برنامه‌ی درسی

مدیر مسئول: دکتر مجید علی عسگری

سردبیر: دکتر محمد عطاران

سردبیر میهمان: دکتر زهرا گویا

مدیر داخلی: عاطفه عطاران

هیئت تحریریه:

دکتر حمیدرضا آراسته، دانشیار دانشگاه خوارزمی

دکتر غلامرضا حاجی حسین نژاد، دانشیار دانشگاه خوارزمی

دکتر محمد عطاران، دانشیار دانشگاه خوارزمی

دکتر رحمت الله مرزوقی، دانشیار دانشگاه شیراز

دکتر یزدان منصوریان، دانشیار دانشگاه خوارزمی

دکتر بهروز مهرام، دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

دکتر نعمت الله موسی‌پور، دانشیار پژوهشکده مطالعات فرهنگی و اجتماعی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دکتر عبدالرحیم نوه ابراهیم، دانشیار دانشگاه خوارزمی

ویراستار انگلیسی: دکتر زهرا گویا

صفحه آرا: عاطفه عطاران

طراح جلد: عاطفه نصیری

نشانی: تهران – خیابان شهید مفتح نرسیده به انقلاب – پلاک ۴۹ – کدپستی ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹

پست الکترونیکی:

curriculum_thp@yahoo.com

سایت اینترنتی دوفصلنامه:

www.cstp.khu.ac.ir

سخن سردبیر.....۳- ۱

آموزش ریاضی چه نیست؟!/
دکتر زهرا گویا .....۲۴ – ۵

ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی دوره راهنمایی و راهکارهای تسهیل فرایند حل آن‌ها/
دکتر مجید حق‌وردی.....۴۶ – ۲۵

رد پای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در ریاضیات مدرسه‌ای در ایران /
دکتر سهیلا غلام‌آزاد..... ۷۰ – ۴۷

بررسی کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه از شروع آموزش رسمی در ایران /
دکتر مانی رضایی.....۹۲ -۷۱

مدل‌سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش/
دکتر ابوالفضل رفیع پور.....۱۱۶-۹۳

بررسی فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی /
مجتبی اسکندری / دکتر ابراهیم ریحانی.....۱۴۰– ۱۱۷

ارایه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی، به منظور پرورش استدلال جبری و تفکر تابعی دانش‌آموزان/
دکتر نسیم اصغری.....۱۶۲ – ۱۴۱

ISSN: 2345-4938

بهاء تک شماره: ۴۰۰۰۰ ریال

Journal of Theory & Practice in Curriculum

A Refereed Publication of the Iranian Curriculum Studies Association (I.C.S.A.)

Vol.2, No:3, 2014

Chairman: Majid Aliasgari (Ph.D)
Editor_in_chief : Mohammad Attaran (Ph.D)

General Manager: Atefeh Attaran
Editoral Board:

Hamidreza Arasteh (Ph.D)
Gholamreza Haji Hosseinnejad (Ph.D)
Mohammad Attaran (Ph.D)
Rahmatallah Marzooghi (Ph.D)
Yazdan Mansourian (Ph.D)
Behrooz Mahram (Ph.D)
Nematollah Mosapour (Ph.D)
Abdolrahim Navehebrahim (Ph.D)

Secretary: Atefeh Attaran
English Proot Reader: Raheleh Haji Zadeh

Z. Gooya (Ph.D)
What ain't mathematics education?!

M. Haghverdi (Ph.D)
The characteristics of mathematical word problems at the middle school and suggested strategies to facilitae their solution process

S. Gholamazad (Ph.D)
The trace of realistic mathematics education in the school mathematics in Iran

M. Rezaei (Ph.D)
An Historical Study of High School Mathematics Textbooks Since the Establishment of the Formal Education System in Iran

A. Rafiepour (Ph.D)
Modelling and application: A research domain in mathematics education

M. Eskandari
E. Reyhani (Ph.D)
Investigating the process of problem posing

N. Asghari (Ph.D)
Developing a model to enhance elementary teachers' ability to foster functional thinking and algebraic reasoning in elementary students

Web: www.cstp.khu.ac.ir
Email: curriculum_thp@yahoo.com
ISSN: 2345-4938
Single issue: 40000 R

اولویت‌های نگارشی نشریه

- اشاعه و گسترش دانش برنامه درسی
- کمک به تولید دانش بومی در حوزه برنامه درسی
- ترغیب نواندیشی در عرصه نظر و نوآوری در عرصه عمل برنامه ریزی درسی
- بررسی چالش های نظام برنامه ریزی درسی کشور و ارائۀ راهکارهای مناسب برای بهبود آن
- کمک به اصلاح و بازنگری برنامه‌های درسی مقاطع مختلف تحصیلی
- تبیین و آسیب شناسی رویکرد تولید برنامه درسی منطقه‌ای و مدرسه‌ای
- اشاعه رویکرد تلفیقی در طراحی و تولید برنامه های درسی
- انعکاس تجربیات جهانی و بین المللی در حوزه برنامه درسی
- نقد و ارزیابی سیاست های برنامه ریزی درسی در کشور
- نقد و ارزیابی تحولات برنامه درسی در عرصه اجرا
- توسعه اقتصادی و برنامه درسی

سبک نگارش مقاله

- **برگه مشخصات** شامل عنوان مقاله به دو زبان فارسی و انگلیسی؛ نام و نام خانوادگی پژوهشگر/ پژوهشگران (فارسی و انگلیسی)، درجه علمی، نشانی محل کار، پست الکترونیکی (E-mail)، تلفن تماس نویسنده مسئول اول و تاریخ ارسال مقاله.
- **تنظیم چکیده‌ها** به دو زبان فارسی و انگلیسی (بین ۱۲۰ الی ۱۵۰ کلمه)
- **کلید واژه‌ها** به ترتیب اهمیت و ارتباط با موضوع (۳ تا ۵ مورد)

پیشنهاد می‌شود مقاله شامل بخش‌های زیر باشد:

- **مقدمه** (شامل: زمینۀ موضوع، مبانی نظری و پیشینه)
- **بیان مسئله و چارچوب نظری** (شامل: شرح مساله، ضرورت بررسی، مدل نظری، هدف‌ها، پرسش‌ها یا فرضیه‌ها)
- **روش پژوهش** (شامل: روش و طرح پژوهش، جامعه آماری، روش نمونه‌گیری و حجم نمونه، ابزار پژوهش و روش تحلیل داده‌ها)
- **گزارش یافته‌ها** (شامل توضیحات، جداول، نمودارها و شکل‌ها. در صورت استفاده از جدول، نمودار و شکل، شماره جدول‌ها و عنوان آن‌ها در بالای جدول‌ها و شماره نمودارها و عنوان آن‌ها زیر نمودارها قرار گیرد. نمودارها، اشکال و جداول به‌صورت سیاه و سفید تهیه شود).
- **نتیجه‌گیری و بحث و بررسی درباره نتایج** (مقایسه یافته‌ها با پیشینه یا تطبیق با مبانی نظری، تفسیر نتایج، مقایسه نتایج بدست آمده و تبیین نتایج)

- **پیشنهادها** (ارائه راهکارهایی برای حل مشکلات شناسایی شده یا در ارتباط با نتایج به دست آمده با ارجاع به آنها)
- **پاورقی:** معادل لاتین اصطلاحات و اسامی غیرایرانی مورد استناد در همان صفحه و در قسمت پاورقی می‌آید.
- **فهرست مآخذ فارسی و انگلیسی (به تفکیک):** معرفی (فقط) تمامی منابع استناد شده در متن به ترتیب الفبایی، با ذکر نام خانوادگی، نام نویسنده، سال انتشار، عنوان منبع (به صورت بولد)، نام مترجم منبع (در صورتی که به ترجمه فارسی آن استناد می‌شود) محل انتشار، نام ناشر.
- **سایر نکات**

– مقاله‌های ارسال شده بازگردانده نمی‌شود.
– کاربرگ درخواست انتشار، تعهد عدم انتشار و تضمین اصالت مقاله توسط نویسنده یا نویسندگان امضاء و عرضه شود.
– حق ویرایش مقاله پذیرفته شده، برای هیئت تحریریه محفوظ است.
– مجله فقط مقاله‌هایی را که قبلاً در مجلات یا نشریات دیگر چاپ نشده است، منتشر می‌کند.
– حجم مقاله بین ۴۰۰۰ تا ۶۰۰۰ کلمه (۱۵ تا ۲۲ صفحه A4) باشد و در محیط word (2003,2007) با فونت ۱۲ (B Lotus) در متن فارسی و فونت ۱۱ قلم تایمز در متن لاتین با فاصله ۳ سانتی متر از طرفین صفحه تنظیم گردد. این شرط اولیه ورود مقاله به فرایند بررسی است.
– در مقاله مستخرج از پایان‌نامه و رساله تحصیلی، نام دانشجو به عنوان نفر اول ذکر شود.
– در مقاله‌های برگرفته از پایان‌نامه‌ها، ذکر موسسه محل تحصیل، عنوان اصلی پایان‌نامه و تاریخ دفاع ضروری است.

داوران این شماره (به ترتیب الفبا)

دکتر دکتر الهه امینی‌فر	دکتر اسماعیل بابلیان	دکتر عابد بدریان
دکتر ذکاوتی قره‌گزلو	دکتر مهدی رجبعلی‌پور	دکتر ابوالفضل رفیع‌پور
دکتر مانی رضایی	دکتر بیژن ظهوری زنگنه	دکتر سهیلا غلام‌آزاد
دکتر زهرا گویا		

سخن سردبیر

ضرورت وجود ویژه‌نامه آموزش ریاضی

قبل از هر چیز، وظیفه خود می‌دانم که از جناب آقای دکتر محمد عطاران؛ سردبیر محترم دوفصل‌نامه نظریه و عمل در برنامه درسی وابسته به انجمن مطالعات برنامه درسی ایران و همچنین جناب آقای دکتر علی‌عسگری از دانشگاه خوارزمی تشکر کنم که فرصت تولید این ویژه‌نامه را برای جامعه ریاضی و آموزش ریاضی ایران، فراهم نمودند. هم‌چنین، مراتب سپاس خود را از برگزارکنندگان دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران- دانشگاه سمنان و سازمان آموزش و پرورش استان سمنان- در تابستان ۱۳۹۱، و سخنرانانی که مقاله‌هایشان در این ویژه-نامه به چاپ رسیده است، ابراز می‌کنم. آن‌چه در ادامه می‌آید، چگونگی تولید این ویژه‌نامه و اختصاصات مقاله‌های آن است.

نهال نوپای پژوهش‌های آموزش ریاضی در ایران، به تدریج به بار می‌نشیند و می‌رود تا ثمره‌های شیرین به بار آورد. فقط باید مراقب بود که این نهالِ فعلاً نازک و شکننده، در حالی که سیراب می‌شود و تنومند می‌گردد، خدای ناخواسته در مقابل طوفان‌های ناآگاهی و بدفهمی، بی‌تاب نشود و کج‌راهه، نرود. در این بین، یکی از مهم‌ترین اقداماتی که تا به حال انجام شده و می‌تواند هم‌چنان اثربخش باشد، برگزاری کنفرانس‌های سالانه آموزش ریاضی در ایران است. این کنفرانس‌ها به صورت‌های مختلف، می‌توانند در مراقبت از این نهال و تقویتش، نقش مؤثری داشته باشند، به شرطی که برنامه‌های علمی و آموزشی آن، به دقت و مبتنی بر نیازهای واقعی و کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت جامعه ریاضی و آموزش ریاضی ایران، طراحی و اجرا شوند. برای مثال، دقت در انتخاب سخنرانان عمومی، سخنران‌های مدعو، داوری مقالات، آموزش چگونگی نوشتن مقاله‌های پژوهشی آموزش ریاضی، بالابردن تدریجی اما مستمر سطح انتظارات شرکت‌کنندگان و ایجاد قابلیت‌های جدید، از جمله فعالیت‌های تأثیرگذار در این حوزه هستند.

علاوه بر این‌ها، آشنایی با روش‌های تحقیق مناسب و متناسب با ویژگی‌های آموزش ریاضی از طریق انتشار مقالات خوب داوری شده و فراهم آوردن فرصت نقدشان، در توسعه این حوزه، یک «باید» است. در این راستا، فرصت تولید چنین ویژه‌نامه‌هایی مغتنم است و کمک می‌کند که تنوع پژوهش‌های این رشته به سایر پژوهشگران علوم تربیتی معرفی شود، امکان نقد منصفانه

این پژوهش‌ها فراهم شود و سطح انتظار جامعه از این رشته و پژوهش‌های آن افزایش یابد و عرصه‌های جدید پژوهشی تبیین شوند. این در حالی است که بسیاری از متخصصان این رشته، به حق متقاضی راه‌اندازی یک مجله علمی- پژوهشی آموزش ریاضی هستند و تقریباً کارهای اصلی آن هم انجام شده است. با این وجود، راه‌اندازی یک مجله از این نوع، وقتی مبارک است که برای چاپ مقاله‌های با ارزشِ پژوهشی، رقابت سازنده وجود داشته باشد و متر و ملاک پذیرش، هم، سطح مجلات معتبر بین‌المللی باشد. - نه الزاماً ISI که برای تولید آن، بر در و دیوار شهر تبلیغ شده است!

تا رسیدن به آن مرحله که خیلی هم نزدیک است، همکاری فرهیختگان علوم تربیتی در ایران، برای چاپ مقاله‌های آموزش ریاضی در مجلات معتبر علمی- پژوهشی این حوزه، ستودنی است و زمینه‌ساز انجام فعالیت‌های پژوهشیِ مشترک و بین‌رشته‌ای در حوزه‌های متنوع علوم تربیتی است.

از طرفی، به ابتکار کمیته علمی دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، برای تمام کسانی که مدرک دکتری آموزش ریاضی داشتند- شامل قدیمی‌ها و تازه فارغ‌التحصیلان دانشگاه‌های دولتی و غیردولتی از داخل و خارج کشور، به عنوان سخنران مدعو، دعوت‌نامه ارسال شد که چند نفر به دلایل شخصیِ خودشان، به این دعوت پاسخ ندادند. سپس به سخنرانان پیشنهاد شد که اگر امکانی به وجود آمد که بتوان یک شماره از یک مجله علمی- پژوهشی وزین را به آموزش ریاضی اختصاص داد، آن‌ها می‌توانند در صورت تکمیل و تبدیل سخنرانی‌هایشان به مقاله‌های علمی- پژوهشی، مقاله‌ها را از طریق سایت کنفرانس، برای انجام مراحل داوری، ارسال نمایند. پس از این مرحله، مقاله‌ها بعد از حذف مشخصات فردی، وارد یک فرایند جدی داوری با سه داور شد که این ویژه‌نامه، حاصل آن است.

مقاله‌های تأیید شده، طبق توصیه‌ها و پیشنهادهای داوران، ویرایش شده‌اند و هریک به لحاظ روش تحقیقِ انتخاب شده، ویژگیِ خاص خود را دارند. در این مقاله‌ها، از انواع روش‌های تحقیق کمی و کیفی و تاریخی، استفاده شده است. در هر صورت حاصل این تلاش، مجموعه‌ای است که خدمت خوانندگان تقدیم می‌گردد. امید است که نویسندگان و جامعه آموزش ریاضی، از انتقادهای سازنده و راهنمایی‌های ارزنده متخصصان ریاضی، آموزش ریاضی، علوم تربیتی و مطالعات برنامه درسی و در نقطه تلاقی همه این‌ها که پژوهش‌های بین‌رشته‌ای تعلیم و تربیت و

وجه تسمیه این مجله است، بهره‌مند شوند. به خصوص در بحبوحه تغییرات پی‌درپی کتاب‌های درسی، باشد که از یافته‌های این پژوهش‌ها استفاده شود تا بعدها توسط تاریخ، به بهانه کفران نعمت مؤاخذه نشویم.

زهرا گویا
استاد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی
سردبیر میهمان ویژه‌نامه آموزش ریاضی

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 5-24

دو فصلنامه **نظریه و عمل در برنامه درسی**
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۲۴-۵

آموزش ریاضی چه نیست؟!

What ain't mathematics education?!

زهرا گویا[۱]

Z. Gooya (Ph.D)

چکیده: در سال ۱۳۷۵، در اولین کنفرانس آموزش ریاضی ایران که در اصفهان برگزار شد، وظیفه خود دانستم که به عنوان یک متخصص آموزش ریاضی، مقاله‌ای با عنوان «آموزش ریاضی چیست؟» ارائه دهم و علت تلاش برای تأسیس رشته آموزش ریاضی را در کشور بیان نمایم. اکنون پس از شانزده سال، جا دارد که با بازتابی بر این حرکت توسعه‌ای شتابدار، به خود یادآوری کنیم که «چه چیزهایی در حوزه آموزش ریاضی نیستند!». بر این اساس، تحقیق حاضر در قالب فراتحلیلی بر مقالات ارائه شده به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی در ایران که در اولویت پذیرش واقع نشدند، انجام شد. فایل PDF تمام مقاله‌ها که بدون نام بودند و کدگذاری شده بودند، داده‌های این پژوهش را تشکیل دادند. هدف اصلی این پژوهش، بازتاب بر راه رفته شده تا حال است، با این امید که «با درس گرفتن از تاریخ، مجبور به تکرار آن نشویم.»

کلیدواژگان: آموزش ریاضی، کنفرانس‌های آموزش ریاضی در ایران، مقالات آموزش ریاضی، فراتحلیل.

Abstract: In 1996 at the first Iranian Mathematics Education Conference (IMEC1) that was held in Isfahan. I obliged myself as a mathematics educator, to inform the mathematics community at large by presenting a paper entitled "what is mathematics education?" to pave the way for the establishment of the master program of mathematics education in Iran. Now, after 16 years, we need to reflect on this rapid development and ask ourselves that "what is not count as mathematics education". In responding to this serious question, a metaanalysis was conducted that its data consisted of the PDF files of all the rejected research papers to the IMEC12 that were coded and all the personal identification for them were removed. The main purpose of this study is to reflect on what has happened in last 16 years, hoping to "learn from the past to avoid its repetition!"

Keyword: Mathematics Education, IMECs, Mathematics Education Papers, Meta-analysis.

۱. استاد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، zahra_gooya@yahoo.com

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۰۵ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۰

مقدمه

یک سریال آموزشی تلویزیونی مخصوص کودکان با عنوان «خیابان کنجد[1]» به مدت طولانی از تنها کانال آموزشی غیرتجاری آمریکا[2]، مدت‌های طولانی پخش می‌شد که مشابه «کلاه قرمزی و پسرخاله» اما در یک زمینه فرهنگی- اجتماعی متفاوت بود. یکی از هدف‌های اصلی این سریال، آموزش زبانِ فرهنگی به کودکان آمریکایی و به‌خصوص فرزندان مهاجران بود تا بتوانند در جامعه جدیدی که قرار گرفته‌اند، آن را به کار ببرند و بدون کلاس رفتن، انگلیسی یاد بگیرند. خودم که برای ادامه تحصیل در آنجا بودم، تقریباً کلاسی نرفتم و از طریق این سریال، زبان محاوره‌ای را یاد گرفتم و بعد، زبان علمی را از طریق درس‌هایم آموختم.

شاید این سؤال پیش آید[3] که چه ارتباطی بین این داستان با «آموزش ریاضی چه نیست؟!» وجود دارد؟ این تجربه زیسته[4] خودم و ارتباطش را با موضوع این تحقیق، توضیح می‌دهم تا معلوم شود که چرا از این استعاره[5]، برای نشان دادن چیزهایی که آموزش ریاضی نیستند، استفاده کردم.

مرحله اول: اوایل که این برنامه را می‌دیدم، تنها می‌توانستم چند کلمه را تشخیص دهم و با تکرار آن در قالب شخصیت‌های ثابت داستان، معنی آن‌ها برایم به‌اصطلاح، جا می‌افتاد[6].

مرحله دوم: هرچه که جلوتر می‌رفتم و با شیب ملایمی توانایی زبان انگلیسی‌ام بیشتر می‌شد، در زمینه‌های آشنای این سریال و با واژگانی که یاد گرفته بودم، کم‌کم می‌توانستم معناهای ضمنی[7] اما درستی از مکالمات را استنباط کنم.

---

1 Sesame Street
2 PBS

۳. که امیدوارم پیش آید!

4 Living Experience
5 Metaphor

۶. این نوع تکرار که در قالب یا زمینه خاصی شکل می‌گیرد، نوعی از «یادگیری زمینه- مدار» است که معادل Situated Learning است و با تکرار رفتاری از طریق «مشق کردن» یا تمرین بی‌دلیل کاری که همان Drill & Practice است، تفاوت دارد.

7 Implicit

مرحله سوم: بالاخره، زمانی رسید که می‌توانستم برنامه‌ها را به راحتی دنبال کنم و قادر شدم که واژه‌هایی را که نمی‌فهمیدم، تشخیص دهم. من از این **تجربه زیسته**، برای کمک به دانشجویانم برای خواندن متن‌های تخصصیِ سنگین به زبان انگلیسی در ایران، استفاده کرده‌ام و نتایج درخشانی گرفته‌ام. در حقیقت، این روشِ آموزش تجربی، برایم خوب جواب داد و به‌تدریج، راجع به آن نظریه‌پردازی کردم تا بتوانم مبتنی بر شواهد قابل دفاع، آن را تعمیم دهم. آنچه در این مقاله می‌آید، فراتحلیلی از مقالات ارسالی به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران[1] است که در اولویت پذیرش واقع نشدند و بررسی چرایی عدم پذیرش‌ها، ملاک‌هایی بود که از ماهیت این حوزه اخذ شده بودند. سپس در بخش پایانی که مربوط به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری است، از این سه مرحله به عنوان یک چارچوب استفاده شده تا با نگاهی منتقدانه به گذشته و حال کنفرانس‌های آموزش ریاضی ایران، راجع به بقای معنادار آن که در گرو بخش عمده و اثرگذار جریان وسیع‌تری به نام پژوهش‌های آموزش ریاضی در ایران است، بحث شود.

پیشینه

در سال ۱۳۷۵، با پشتیبانی انجمن ریاضی ایران و حمایت‌های وزارت آموزش و پرورشِ وقت، پیشنهاد برگزاری کنفرانس‌های سالانه آموزشی و در رأس آن‌ها آموزش ریاضی، به تصویب وزارتخانه رسید و اولین کنفرانس آموزش ریاضی در اصفهان برگزار شد که در تداوم آن، دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی در سال ۱۳۹۱، در سمنان برگزار شد. در مورد این کنفرانس‌ها، چندین نکته قابل‌توجه وجود دارد که یکی از مهم‌ترین‌هایشان این است که تقریباً، مدعوین خارجی کنفرانس‌های آموزش ریاضی، از سرشناس‌ترین محققان آموزش ریاضی در جهان بوده‌اند و هریک، در شناساندن ظرفیت‌های بالقوه آموزش ریاضیِ ایران به مخاطبان بین-المللی، به‌نوعی نقش داشته‌اند.

از جمله مهم‌ترین ثمره‌های این تلاش‌ها، تأسیس دوره کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی در گروه علوم پایه و راه‌اندازی آن از سال ۱۳۸۰ در گروه ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، و برگزاری

۱. «دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» در شهریور ۱۳۹۱، در سمنان برگزار می‌شود.

کنفرانس‌های سالانه[۱] آموزش ریاضی است. افزایش تقاضا برای توسعه این حوزه، مؤید این است که نیاز واقعی به توسعه این رشته و پذیرش نقش بالقوه آن در سیاست‌گذاری‌های مربوط به آموزش ریاضی ایران از طرف تصمیم گیران و تصمیم سازان آموزشی، ضروری و واقعی است. بدین سبب، در تکمیل مقاله‌ای که با عنوان «آموزش ریاضی چیست» (گویا، ۱۳۷۵)، به اولین کنفرانس تقدیم کردم، زمان آن رسیده که با مراجعه به منابع اخیر ازجمله ارنست، گیر و سِریرامن (۲۰۰۹)، گیر (۲۰۰۹) و گیر و موخُپادیا (۲۰۰۳)، با نگاهی منتقدانه به مباحث آموزش ریاضی و با توجه به ظرفیت‌های بسیاری که در جامعه آموزش ریاضی در سطح جهانی ایجاد شده، بین آنچه **آموزش ریاضی هست** و آنچه **آموزش ریاضی نیست**، تمایز قائل شویم.

معرفی پژوهش

پس از گذشت بیش از ۱۶ سال فعالیت رسمی و سازمان‌یافته برای گسترش رشته آموزش ریاضی در ایران، ضروری است که با بررسی دستاوردها و نارسایی‌های آن، مسیر توسعه آن را هموارتر کنیم. بدین منظور، به استناد مقاله‌هایی که در اولویت پذیرش برای دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران[۲] قرار نگرفتند، مطالعه‌ای برای بررسی وضعیت موجود انجام شد تا به کمک نتایج آن، بتوان پس از شانزده سال، اندکی در این حرکت توسعه‌ایِ شتابدار، تأمل کرده و با بازتابی بر مسیر طی شده، به خود یادآوری کنیم که چه چیزهایی در حوزه پژوهش‌های آموزش ریاضی نیستند.

۱. تنها یکی دو بار در برگزاری این کنفرانس‌ها- به دلیل بعضی مشکلات- وقفه ایجاد شد که امیدوارم با رفع آنها، در برگزاری سالانه آن‌ها به‌طور منظم، کوشا باشیم و از طریق نوشته‌ها و چاپ به‌موقع گزارش‌های کنفرانس‌ها، ثمرات ناشی از چنین گردهمایی عظیم معلمان ریاضی را به مسئولان محترم آموزش و پرورش نشان دهیم تا دغدغه آن‌ها برای برگزاری کنفرانس‌های آموزش ریاضی بیش از ما شود.

۲. از مسئولان محترم این کنفرانس که اجازه دادند از پایگاه داده‌های مقالات ارسالی به آن استفاده کنم، هم‌چنین از همکاران دبیرخانه که زحمت آماده‌سازی این پایگاه را کشیده‌اند، صمیمانه سپاسگزارم.

روش پژوهش

تحقیق حاضر، نتیجه یک فراتحلیل کیفی[1] از مقالات ارائه‌شده به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران است[2] و در اولویت پذیرش قرار نگرفت، انجام گردید. به گفته تیمولاک (۲۰۰۹)، فراتحلیل کیفی روشی است که اجازه تحلیل مجدد یافته‌های اولیه را به شکلی نظام‌وار و دقیق می‌دهد و هدف آن، ارائه توصیفی منسجم‌تر از یک پدیده است. وی ادامه می‌دهد که فراتحلیل کیفی، نتایجِ مختلف اما از درون به هم مرتبط را با هم تلفیق می‌کند و برخلاف فراتحلیل کمی که از تکنیک‌های تجمعی و ترکیب‌شده استفاده می‌شود، در اینجا تکنیک‌های تفسیری به‌کاربرده می‌شود[3]. در سال‌های اخیر، از روش فراتحلیل کیفی در آموزش ریاضی بیشتر استفاده شده است که برای نمونه، می‌توان به پژوهش اِلینگتون (۲۰۰۳) در مورد «تأثیرات ماشین‌حساب بر سطح موفقیت تحصیلی و طرز تلقی در کلاس‌های پیش‌دانشگاهی» اشاره نمود. تیمولاک (۲۰۰۹) تأکید می‌کند که نکته مهم در فراتحلیل‌های کمّی یا کیفی این است که به‌دقت، جامعه تحقیق معرفی شود؛ به این معنا که برای خواننده روشن باشد که کدام منابع مورد بررسی مجدد قرار گرفته‌اند تا خطر تعمیم بی‌رویه یافته‌ها، به حداقل برسد.

مشخصات داده‌ها

حدود ۱۲۰۰ مقاله ارسالی به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی که در اولویت پذیرش قرار نگرفتند و همگی کدگذاری شده بودند، داده‌های این پژوهش را تشکیل دادند. از بین این تعداد، ۳۰۰ مقاله به‌طور کامل دوباره خوانده شد و باقی مقالاتی که شماره کُد آن‌ها مضارب ۱۰ بودند، با استناد به منطق نمونه‌گیری نظام‌وار[4] (لُر، ۱۹۹۹)، انتخاب و خوانده شدند.

---

1 Qualitative Meta- analysis

۲. این کنفرانس از ۱۲ تا ۱۵ شهریور ۱۳۹۱، در سمنان برگزار شد.

۳. کاربرد فراتحلیل، به خصوص فراتحلیل کمی، در انواع رشته‌های مرتبط با پزشکی و روان‌شناسی، بسیار مرسوم است.

4 Systematic Sampling

تجزیه و تحلیل داده‌ها

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، از توصیه‌های کورو- جونگ‌بِرگ و داگلاس (۲۰۰۸) استفاده شد. به توصیه آن‌ها، در فراتحلیل و بررسی مجدد، لازم است که روش تحقیق، واژگان کلیدی، هدف پژوهش، سؤال‌های پژوهش، روش جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل داده‌ها و کمّی یا کیفی بودن آن‌ها، موردتوجه قرار گیرد. در راستای این توسیه، لازم است گفته شود که داده‌های این پژوهش- یعنی مقالاتی که در فراتحلیل از آن‌ها استفاده شد، محدود به مقالاتی بود که به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران ارسال شده بودند و در اولویت پذیرش قرار نگرفتند.

یافته‌ها

با بررسی مقالات پذیرش نشده به دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، نکات حائز اهمیتی دیده شد که هر یک به‌تنهایی، می‌توانند موضوع یک تحقیق باشند؛ اما آنچه در این بخش ارائه می‌شود، تنها مقوله‌های کلی استخراج‌شده از این مقالات، همراه با مستنداتی است که همگی معرف[1] هستند. این مقوله‌ها پس از کاستن نظام‌وار داده‌ها[2] در چندین مرحله، نهایی شدند. هم‌چنین، برای حفظ محرمیت نویسندگان و رعایت مباحث اخلاق تحقیق[3]، تمام مشخصاتی که ممکن بود به‌نوعی به شناسایی نویسندگان مقالات توسط دیگران بیانجامد، حذف شدند. بااین‌وجود، طبیعی است که هر کس اشاره به مقاله خود را تشخیص دهد که ازنظر آموزشی، از مزایای این پژوهش است، زیرا با حفظ حریم شخصی[4] نویسنده، علت پذیرفته نشدن مقاله‌ها در حالتی کلی بیان می‌شوند تا علاقه‌مندان برای نوشتن مقاله‌های بعدی، با شناخت عمیق‌تری از این‌که آموزش ریاضی چه نیست، اقدام کنند و بدین ترتیب، در توسعه کیفی این رشته در ایران، اثرگذارتر باشند.

1 Representative
2 Systematic Data Reduction
3 Ethical Issues in Conducting Research
4 Confidentiality

آموزش ریاضی چه نیست؟!

یکی از مقوله‌هایی که در این تحقیق شناسایی شد، افسانه‌بافی در مورد ریاضی و ماورایی نشان دادن آن بود. برای نمونه، «روش تدریس مبتنی بر مهرورزی» یا «کشف تبار ژنتیکی با استفاده از تئوری گراف طیفی» و ارتباط آن با آموزش ریاضی، چه می‌تواند باشد؟ در این فراتحلیل، از این قبیل بحث‌ها فراوان دیده شد، اما در این بخش، تنها مقوله‌های اصلی که نشان می‌دهند چه چیزهایی آموزش ریاضی نیستند، به اختصار معرفی می‌شوند و برای هرکدام، یک یا چند نمونه معرف برای هر مقوله، ارائه می‌شود. تمام نقل‌قول‌ها در گیومه گذاشته‌شده و دقیقاً، از متن مقاله-ها استخراج شده‌اند و در آن‌ها، دخل و تصرفی نشده است.

توصیه‌های عمومی تدریس

در این مقوله، به ذکر چند نمونه بسنده می‌شود:

- وقتی این عبارت را می‌شنوید که «معلم قبل از شروع درس باید با دانش‌آموزان ارتباط عاطفی و دوستانه برقرار کند»، چرا باید آن را منحصر به تحقیقات آموزش ریاضی بدانید؟ اصلاً پشتوانه پژوهشی این «باید» چیست؟ منظور از «ارتباط عاطفی» کدام است؟ فرق این نوع ارتباط با «دوستانه» بودن چیست؟ چرا لازم است بر چنین ارتباطی تأکید شود؟ آیا به‌طور طبیعی، معلمان ریاضی «بی‌عاطفه» و «غیردوستانه» یا «خصمانه» با دانش‌آموزان رفتار می‌کنند که برای پرهیز دادن آن‌ها از این امر، تحقیقی انجام‌شده و اتفاقاً، آن تحقیق هم به این نتیجه رسیده که «عاطفه» و «دوستی» در یادگیری ریاضی، چنان نقشی ایفا می‌کنند که با سایر موضوعات درسی فرق دارد؟ این‌ها فقط چند نمونه از سؤال‌هایی است که ممکن است از خواندن چنین توصیه‌ها و نصیحت‌هایی به ذهن انسان خطور کند. سؤال مهم‌تر این‌که چرا مخاطب این توصیه‌ها، تنها معلمان ریاضی‌اند و نه همه معلمان؟

- منظور از این‌که «چگونه یک کلاس درس ریاضی فعال داشته باشیم»، چیست؟ چرا «فعال» بودن باید منحصر به کلاس درس ریاضی باشد؟ چرا مفید بودن این نوع کلاس‌ها در حالت کلی، بر همه «واضح و مُبَرهَن» است که فقط در «چگونگی» آن، اندک مشکلاتی وجود دارد که انتظار داریم آن‌هم به‌زودی و با به کار بستن چند دستورالعمل برطرف شود؟!

- وقتی در مقاله‌ای به چنین موردی برمی‌خوریم که «در ادامه لیستی از روش‌های فعال تدریس را مشاهده می‌کنید»، آیا حق داریم بپرسیم که این فهرست از کجا آمده؟ بر چه بنیان‌های نظری استوار است؟ چگونه می‌شود با استفاده از آن روش‌ها، کلاس را «فعال» کرد؟ نقش «باور معلمان» در این کار چیست؟ و از این قبیل سؤال‌ها که همگی برای طرح شدن، موضوعیت دارند.

«دانش حقایق[1]» برگرفته از کتاب‌های درسی و متون تاریخی

در حال حاضر که بحران کمّیت را پشت سر گذاشته‌ایم، اکثر مخاطبان کنفرانس‌های آموزش ریاضی، با متون این رشته آشنا هستند و دیگر حتی اطلاع‌رسانی در مورد آن‌ها، به‌نوعی غیرضروری است[2]؛ اگرچه در چند سال پیش، این کار موجه و مفید بود. درواقع، دیگر این کنفرانس‌ها، جایگاه مناسبی برای تکرار بحث‌های قبلی نیست، هرچند که بسیار هم مورداستفاده باشند، زیرا می‌توان با مراجعه به گزارش‌های کنفرانس‌های قبلی، به این دانش تجمعی، دسترسی یافت. این مقوله، دربرگیرنده طیف گسترده‌ای از مباحثی است که هریک قابل پرداختن در جای مناسب خویش‌اند، اما بدون پشتوانه‌های پژوهشی، بیشتر به عبارت‌های عمومی در مورد آن‌ها بسنده شده است و دیگر در یک کنفرانس علمی، طرح آن‌ها موضوعیت ندارد. موضوعاتی مانند «شیوه‌های طراحی مسئله ریاضی در کلاس»، «شیوه‌های درست اندیشیدن در کلاس ریاضی»، «هنر و ریاضی»، «بازی و ریاضی»، «پرداختن به مباحث ریاضیِ صِرف درحالی‌که کنفرانس‌های ریاضی، سالانه برگزار می‌شوند»، «کاربردهای ریاضی در اقتصاد، پزشکی، نانو و نظایر آن»، «مباحث مربوط به آثار ریاضی‌دان‌های ایرانی/ اسلامی» بدون توجه به وجوه پژوهشی یا آموزشی آن‌ها، «فلسفه ریاضی و ادعاهای بزرگ و غیرضروری در مورد آن»، «تکنولوژی و آموزش ریاضی» در حد معرفی نرم‌افزارها و نظایر آن و «ارتباط بین ریاضی و مباحث دینی» فارغ از نشان دادن ارتباط آن‌ها با پژوهش‌های آموزش ریاضی، تنها چند نمونه‌اند که در این مقاله‌ها، مشاهده شدند.

1 Factual Knowledge

۲. البته هم‌چنان، این نوع مقاله‌هایی که بیشتر گردآوری مطالب درسی و توصیفی‌اند، در مجلات مناسب خود، جایگاه ارزنده‌ای دارند.

پژوهش‌هایی با روش‌های کم‌دقت

تعداد مقاله‌های به‌اصطلاح پژوهشی ارسال‌شده به کنفرانس‌های آموزش ریاضی، به‌شدت در حال افزایش است. این مقاله‌ها، مختص آموزش ریاضی نیستند و اگر عنوان ریاضی با هر موضوع درسی دیگری عوض شود، انگار که در نتایج، پیشنهادها و نتیجه‌گیری‌ها، تغییری ایجاد نمی‌شوند. درحالی‌که آموزش ریاضی، روش‌های تحقیق ویژه خود را دارد و از سایر روش‌ها نیز با حفظ اصول خود، استفاده می‌کند. به‌طور مثال در اغلب این پژوهش‌ها، طبق رسم موجود علوم تربیتی در ایران، ابزار جمع‌آوری داده‌ها فقط معرفی می‌شوند، ولی راجع به جزئیات آن‌ها، معمولاً بحثی نمی‌شود. درحالی‌که در سنت تحقیقاتِ آموزش ریاضی، بازگویی و بحث راجع به این جزئیات مهم است و بر فهم خواننده از نتایج، تأثیر عمده می‌گذارد. علاوه بر این‌ها، اکثر این پژوهش‌ها از عدم دقت، کهنه‌گی و تکراری بودنِ مسئله تحقیق و ادعاهای بی‌پشتوانه و کم ارتباط با داده‌های تحقیق برخوردارند. هم‌چنین در تعداد بسیاری از پژوهش‌ها، ادعاشده بود که روش تحقیق، پیمایشی است و داده‌ها از طریق پرسش‌نامه یا «آزمون‌های محقق ساخته[1]» جمع-آوری شده‌اند. این در حالی است که اکثراً، توضیح داده نشده که اساس تهیه پرسش‌نامه‌ها چه بوده و محقق برای ساختن آزمون‌ها، چقدر صلاحیت داشته و از چه منابعی استفاده کرده، چگونه از اعتبار- نه روایی و پایایی با ارائه دلایل تکراری- آزمون‌ها برای پژوهش خود اطمینان یافته، چقدر محقق در ساختن آزمون تخصص داشته و ده‌ها و ده‌ها سؤالی که قابل‌طرح و نیازمند پاسخ‌های مستند هستند.

گاهی هم از روش‌های تجربی یا شبه تجربی استفاده شده بود که بی‌اغراق، کمترین دقت لازم را هم نداشتند. برای نمونه، در یکی از چندین تحقیقی که درباره کودکانِ دارای اختلال در ریاضی انجام شده بود، دو گروه آزمایش و کنترل انتخاب شده بودند و به یک گروه، «آموزش از طریق یک نرم‌افزار» ارائه شده بود. در این مقاله، به‌جای پرداختن به جزئیات ضروری، مقدار زیادی از هفت صفحه مقاله[2]، صرف توصیف بخش‌هایی از آن نرم‌افزار شده بود، ولی هیچ — و مطلقاً

---

۱. آزمون‌ها و سایر ابزارهای «محقق ساخته» خود حدیث مفصلی است که جای پرداختن به آن، در این مقاله نیست.

۲. این کنفرانس، محدودیت ۷ صفحه را برای مقاله‌ها گذاشته بود.

هیچ- توضیحی در مورد این‌که نقش این جزئیات در آن تحقیق به‌اصطلاح آزمایشی چه بود و چرا آن ویژگی‌ها مهم بودند، داده نشده بود. مثلاً نشان دادن «زیر دریا با رنگ آبی آسمانی» در آموزش ریاضی به کودکانی که دارای اختلال یادگیری در ریاضی هستند، چه نقشی دارد؟ یا چه تحقیقی نشان داده که «وجود دکمه‌های هدایتی»، آن‌هم با علائم متفاوت از «ستاره دریایی و عروس دریایی» گرفته تا «سطل آشغال با خاک‌انداز»، اگر «با ابعاد بزرگ و در پایین صفحات» بیاید، باعث «تمرکز بیشتر» دانش‌آموز بر «محتوای آموزشی» می‌شود. چراهایی که همگی، بدون پاسخ ماندند.

موضوع قابل‌اعتنای دیگر این بود که در بعضی مقاله‌ها، نویسندگان توجه نکرده بودند که تحقیق، امری امکان‌پذیر است نه افسانه‌ای و بدین سبب، قبل از هر چیز، باید امکان انجامش در محدوده زمانی گفته‌شده، وجود داشته باشد؛ اما مقالات زیادی بودند که دارای تعداد بسیاری «سؤال» بودند که در چند صفحه، به همه آن‌ها پاسخ داده و همه «فرضیه‌ها» هم آزموده شده بودند! مثلاً در مقاله‌ای، به ۱۴ سؤال و در دیگری به ۹ سؤال پاسخ داده شده بود و هم‌زمان با ۹ سؤال، ۱۰ فرضیه هم آزمون شده بود. کاش پژوهشگر از خود می‌پرسید که مگر می‌شود؟ و اگر بشود، چه می‌شود!

یکی دیگر از مواردی که البته با فراوانی کمتری به چشم می‌خورد، انجام مطالعات تطبیقی بود که اگر به‌موقع نقد نشوند، دردسرآفرین شده و به کمک اینترنت و سهولت دسترسی به منابع، ناگهان با شتاب افزایش می‌یابند. مثلاً «در یک مطالعه تطبیقی بین کتاب‌های پایه[1] XXX در ایران و کشور XXX معلوم شد که XXX»! طبیعی است که من و امثال من که آموزشگران ریاضی هستیم، باید مسئولیت چنین بدآموزی‌ها و عدم دقت‌ها را بپذیریم؛ زیرا محصول باد، همیشه طوفان بوده و هست! برای مثال، چرا در کلاس‌های درس خود نمی‌گوییم که مطالعه تطبیقی، ویژگی‌های خاص خود را دارد و معنی کتاب درسی در یک نظام آموزشی متمرکز نظیر ایران بامعنی آن در یک نظام آموزشی غیرمتمرکز نظیر XXX، باهم تفاوت دارد. درنتیجه در این شرایط، تطبیق دو کتاب درسی مربوط به یک‌پایه، دارای اصولی است که اگر در نظر گرفته نشوند، یافته-ها معتبر نیستند.

۱. در جاهایی که احتمال می‌رفت عنوان مقاله باعث شناسایی نویسنده شود، علامت XXX گذاشته شده است.

درهرصورت، این مقوله شامل مقاله‌هایی است که موضوعات پژوهش‌های آن‌ها تکراری، مباحث از نوع کلی‌گویی و روش‌های پژوهشی آن‌ها هم بی‌دقت بودند داشتند.

طرح مباحث نظری مغشوش و غیرضروری

در این مقالات، میزان پرداختن به مباحث نظری چشمگیر بود. بدین‌جهت تلاش شد که علت این توجه شناسایی شود. به استناد این مقالات، دو حدس قوی وجود دارد؛ یکی این‌که بسیاری از نویسندگان این دسته از مقالات، دانشجویان یا فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی یا بعضی از رشته‌های علوم تربیتی مانند «تحقیقات آموزشی» هستند که این مباحث را در کلاس‌های درس خود شنیده‌اند و مقاله‌ها را از پایان‌نامه‌های خود استخراج کرده‌اند که در آن صورت، زنگ خطرِ گسترش بی‌رویه این رشته‌ها را باید شنید. حدس دوم این است که کتاب جدیدی ترجمه یا تألیف شده و در دوره‌های ضمن خدمت از آن‌ها استفاده شده و بعضی‌ها هم از آن‌ها، بدون دقت لازم استفاده کرده‌اند. علت این حدس این است که حتی جملات به‌کاررفته در این‌گونه بحث‌های نظری، عمدتاً یکسان یا شبیه بودند و مقایسه منابع مقاله‌ها باهم، این حدس را به‌نوعی تأیید نمود.

این بحث‌ها در این سطحِ نازل از دقت، بیشتر به اغتشاش ذهنی مخاطبان می‌انجامد و آن‌ها را با واژگانی جدید آشنا می‌کند که کمتر وجه تمایز هرکدام را با دیگری، از طریق مصداق‌های ملموس یاد گرفته‌اند. برای آشنایی بیشتر با این بحث، به چند نمونه معرف اشاره می‌شود که در کمال تعجب، همگی در دفاع از «ساخت و سازگرایی» نوشته شده‌اند و این، دو حدس بالا را بیشتر تقویت می‌کند.

به‌عنوان نمونه، در مقاله‌ای ادعا شده بود که «پژوهش‌های فراوانی نشان داده است که درگیر شدن فعالانه در یادگیری، به یادسپاری بهتر، فهم بهتر و کاربرد فعالانه دانش منجر می‌شود». سپس در ادامه آمده بود که «گاهی درگیر کردن دانش‌آموز در فرآیند اکتشاف یا کشف دوباره، به او شور و شوق فراوانی می‌بخشد و فهم عمیق به ارمغان می‌آورد» که البته هیچ‌کدام از این ادعاها مستند نبودند؛ اما ناگهان چنین نتیجه‌گیری شده بود که «این استدلال‌ها» که منظور همان ادعاهای بی‌دلیل بودند، «به‌صراحت، روش‌های تدریس ساختارگرایانه را توصیه می‌کنند». در مورد دیگری شرح داده شده بود که «ساخت و سازگرایی که برخاسته از نهضت فلسفی- اجتماعی

است، می‌تواند پاسخی برای رسیدن به هدف آموزش برتر باشد»، بدون آن‌که توضیحی در مورد ویژگی‌های «آموزش برتر» داده شده باشد. نویسنده، بعداً یادآور شده بود که «به‌جای آن‌که دانش از پیش‌ساخته شده را به دانش‌آموزان انتقال دهیم، می‌توان تدبیری اندیشید که دانش‌آموز خود به تولید علم بپردازد، در اختیار گذاشتن ابزار لازم، ایجاد شرایط مناسب و آموزش چگونه ساختن دانش، لازمه این کار است که این همان مفهوم ساخت و سازگرایی است». در این بحث‌های نظری، تناقض‌های ماهوی وجود دارند، مثلاً در همین نقل‌قول، توضیح داده نشده که معنای «آموزش چگونه ساختن دانش» چیست؟ و اگر قرار بود «چگونگی ساختن دانش» در یک کلاس معمولی آموزش‌پذیر باشد، دیگر چه نیازی به تمام توصیه‌ها و آموزه‌های سختِ ساخت و سازگرایی بود؟ مگر دانش ابزار است که به سهولت، راه ساختنش آموزش داده شود؟ آن‌وقت در مقاله دیگری اشاره شده بود که «یادگیری واقعی به اندوزش اطلاعات در حافظه درازمدت و فراموشی واقعی به از بین رفتن اطلاعات از این حافظه گفته می‌شود» و نکته مهم این است که این نقل‌قول‌ها، تقریباً منبع و مرجعی نداشتند. البته این ادعاهای نظری و گرته‌برداری‌های نادقیق، پایانی ندارند. نمونه‌هایی مانند این‌که «دانستن زبان ریاضی قبل از آموختن آن» ضروری است و «کودکان با شناخت زبان ریاضی، چگونگی ارتباط با آن را خواهند یافت»، یا این‌که «کودکان چیزهایی را بهتر یاد می‌گیرند که در بطن زندگی واقعی جا گرفته‌اند» و «کودکان هنگامی‌که یادگیری آن‌ها به هدفی فوری و جدی مرتبط است، بهتر یاد می‌گیرند»، فراوان دیده شد، ولی جایی گفته نشده بود که پشتیبان نظری یا تجربی این ادعاها، کدام‌اند. افزون بر این‌ها، تکرار بحث‌هایی نظیر این‌که ساخت و ساز گرایی از «پویاترین و کارآمدترین الگوهای تدریس است که در بسیاری از کلاس‌های دنیا با موفقیت در حال اجرا است» و «الگوی (5E) در ۵ مرحله برنامه‌ریزی و اجرا می‌شود»، درحالی‌که مانند سایر مقاله‌هایی که به آن‌ها اشاره شد، دلیلی ارائه نشده بود[1]. در بعضی مقاله‌ها، تأکید شده بود که «پیروان این رویکرد معتقدند یادگیری واقعی تنها با استفاده از موقعیت‌های اصیل» رخ می‌دهد، ولی مثال روشنی از اصیل بودن یک موقعیت عرضه نشده بود.

۱. این الگو آن‌قدر تکرار شده بود که بالاخره، آدرس آن را در اینترنت و بعد، بعضی کتاب‌های تازه منتشر شده یافتم!

نکته جالب‌توجه دیگر این بود که در برخی مقالات، ناگهان تمام مسئولیت یادگیری به دانش-آموز سپرده شده و راجع به نقش معلم، صحبتی مطرح نشده بود، مثل‌اینکه «درواقع دانش‌آموز باید مسئولیت یادگیری و طرز یادگیری خود را بر عهده بگیرد و خود باید به انتخاب یا تدوین راهبردهای یادگیری اقدام نماید و اهداف یادگیری را خود معین سازد». درحالی‌که نویسندگان مقاله‌هایی با این نوع ادعاها، معلوم نکرده بودند که چگونه و چرا، دانش‌آموز باید مسئول یادگیری خود باشد؟ در حقیقت، روشن نشده بود که این‌گونه افراط‌گرایی‌ها به کجا می‌انجامد و آیا نویسندگان این کلمات، در خودشان و در نظام آموزشی، چنین آمادگی را احساس کرده‌اند که حتی تعیین «اهداف یادگیری» را هم به عهده دانش‌آموز بگذارند؟

اغتشاشات نظری در مقاله‌ها و به‌تبع آن، در پژوهش‌های آموزش ریاضی در ایران، با شیب تندی در حال گستردگی است. نقل‌قول زیر، قابل‌توجه است:

> *برونر (۱۹۷۳) موارد زیر را به‌عنوان اساس یادگیری ساخت و سازگرایی در رابطه با آموزش مطرح می‌کند: تعریف طرح و برنامه ساخت و سازگرایی، خودش تغییرات برجسته‌ای از **انتقال** را دارد. تعریف اصلی و علمی روان‌شناسی آن، در نیمه اول قرن بیستم، علم رفتار بود. این انتقال، قسمتی از یک کمبود روشنی بود که کارهای واتسن و اسکینر با آن شروع شده بود. بر اساس انتقال شناختی در اواسط قرن، کتاب‌های اصلی آن‌ها با شرح و بسط دادن مجدد تعاریف به سمت دربردارندگی بیشتر نتایج و هدف‌ها عوض شد. تعاریف هم‌زمان آن‌ها، نه‌تنها شامل شناخت، رفتار و عناصر احساسی، بلکه شامل زیست‌شناسی، جامعه‌شناسی و حتی ابعاد معنوی و روحانی بود. (منبع: ناشناس؟!).*

چنین بی‌دقتی‌های نظری، باعث لطمه زدن به مبانی معرفتی آموزش ریاضی می‌شود و قرار گرفتن آن‌ها در منابعی که به لحاظ علمی، نقد جدی نشده‌اند، به‌جای توسعه علمی رشته، خطر در نطفه خفه کردن آن را دارد. مثلاً معلوم نیست که منظور نویسنده اصلی از این‌همه اغتشاش نظری چیست و چگونه این منابع، به‌طور وسیع در دسترس دانشجویانی گذاشته می‌شود که تازه می‌خواهند الفبای این بحث‌ها را بیاموزند. دانشجویان این رشته و معلمان محترم ریاضی، به‌طور طبیعی به نویسندگان این آثار اعتماد می‌کنند و اگر با امثال این بحث‌ها- که مغشوش‌اند- مشکل

پیدا کردند، به‌جای شک کردن به صحت آن‌ها، ممکن است اعتمادبه‌نفس خویش را هم از دست بدهند. حسن ختام بحث نظری درباره ساخت و ساز گرایی را نقل‌قول زیر قرار می‌دهم و با صراحت اعلام می‌کنم که آموزش ریاضی از این اغتشاش‌ها، آسیب می‌بیند، اما بهره نمی‌برد. بدین سبب، از خواننده منصف انتظار می‌رود که اگر با یکی از این نویسندگان مواجه شد، بپرسد که چه کسی به آن‌ها مجوز داده که این‌چنین، شعور مخاطب را مورد تهاجم قرار دهند و بر آن نام **آموزش ریاضی** بگذارند؟ این حوزه از این پیرایه‌ها آسیب نمی‌بیند، اما مشتاقان تازه‌کارش، آسیب خواهند دید. عنوان **بدون شرح** برای این عبارات، آن را از تحلیل بی‌نیاز می‌کند.

> *با توجه به ورود رشته‌های مختلف و افرادی با دیدگاه‌ها و باورهای متفاوت در زیر چتر جدید و پرطرفداری به نام ساخت و ساز گرایی و ایجاد فرصتی برای نظریه-پردازی‌های تازه، می‌توان گفت که احتمالاً بیشتر رشد آن، به دلیل استفاده‌های گوناگونی که از یک علم جدید می‌توان برد و افسار آن را به هر سمت کشید، ناشی شد (منبع: ناشناس؟!).*

استفاده بی‌رویه از سایت‌ها و وبلاگ‌ها

انواع سایت‌های آموزشی و وبلاگ‌های شخصی وجود دارند که اطلاعات گزینشی و ادعاهای نقد نشده خود یا افراد موردعلاقه خود را از طریق آن‌ها، در دسترس عموم می‌گذارند. استفاده با احتیاط از این منابع– احتیاط ازنظر علمی– در تجربه‌های شخصی کلاسی، شاید گاهی مفید واقع شود؛ اما مطالب آن‌ها را ترجمه نمودن و به‌عنوان کار پژوهشی معرفی کردن، دفاع علمی ندارد. به‌خصوص آن‌که به همان اندازه که آن فرد به این سایت‌ها دسترسی دارد، دیگران هم آن دسترسی بالقوه را دارند و این کار باعث می‌شود که شاهد چندین و چند مقاله یکسان در حوزه-هایی خاص باشیم. حتی گاهی اقتباس‌هایی از مطالب این سایت‌ها می‌شود که زمینه‌های آن‌ها بافرهنگ ایرانی جور در نمی‌آید؛ مانند مثالی که راجع به «تعداد میوه‌های خریداری‌شده» بود یا مسئله‌ای که معلم پرسیده بود «کسی می‌تواند برای من داستانی تعریف کند که با ضرب۱۲×۴ جور در آید؟» و دانش‌آموز خیالی پاسخ داده بود که «۱۲ کوزه بود که در هر یک از آن‌ها ۴ پروانه قرار داشت» و لابد خواننده ایرانی از خود سؤال خواهد کرد که «مگر جای نگهداری پروانه کوزه است؟» در نمونه دیگری آمده بود که «مسئله: یک شب پادشاهی از گرسنگی،

نتوانست بخوابد به آشپزخانه رفت و در آنجا ظرفی پر از انبه یافت» و باقی داستان! اما غافل از این‌که چنین داستان‌هایی، با زمینه‌های واقعی و فرهنگی دانش‌آموزان ایرانی سازگار نیستند. مثلاً، کجا کسی شنیده که «پادشاه گرسنه خوابیده باشد» و «خودش به آشپزخانه برود» و در الگوی مصرف خانواده ایرانی، «انبه» چقدر مرسوم است که برای ارتباط ریاضی با زندگی واقعی، از آن استفاده شود؟

از این‌ها گذشته، این سایت‌ها، مملو از کلمات قصار و جملات هیجان‌انگیزند که شاید در بعضی از کلاس‌های درس و در مناسبت‌های مختلف، قابل بیان باشند. ولی دلیلی ندارد که از آن‌ها برای نوشتن مقاله استفاده شود، مگر آن‌که به دلایل موجهی، هدف مقاله، نقد و بررسی آن‌ها باشد. جملاتی مانند این‌که «ریاضی آن چیزی نیست که در مدرسه یاد می‌گیرید؛ بلکه چیزی است که از آن می‌توانید در سراسر روز استفاده کنید» یا این‌که «فلسفه را تنها از طریق مهارت در ریاضیات می‌توان فراگرفت»، نیازمند پاسخ‌گویی و مستندات تحقیقی است. در غیر این صورت، خواننده را متوهم می‌کند و ریاضی را برای وی، به‌صورت یک امر ماورایی و افسانه‌ای در می‌آورد که خطرناک است.

یکی دیگر از خطرات جدی استفاده صِرف از سایت‌ها این است که بعضی‌ها، منابع آن‌ها را می‌گیرند و یادشان می‌رود که آن‌ها، انتخاب‌های دیگران‌اند نه آن‌ها و این، نشانه یک فاجعه در یک جامعه علمی است. مثلاً دسترسی جوان ایرانی به منابع قدیمی که مخاطبان مشخصی دارند، سخت است و ده‌ها دلیل دیگری که فریاد می‌زنند که نویسنده، با چنین منابع آشنایی نداشته است[1].

1 Nagasaki, E. (1990), *problem solving*. In: Sin Sansu Kyoiku Kenkyukai (ed.), Sansu Kyoiku no Kiso riron (Basic theory of elementary).
Carpenter. Thomas P. Corbitt Mary Kay, Kepner, Henry S. Jr. Lindquist, Mary Montgomery, Reys, Robert E, (1981), *Results from the Second Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*, Reston. Va. National Council of Teachers of Mathematics, p. 147.
در چنین دستبردهایی به اموال علمی دیگران، عده اندکی، گاهی حتی زحمت اندکی صرف وقت برای ویرایش مطلب را هم به خود نداده بودند و از آن مانند نمونه بالا، به همان شکلی که کپی کرده بودند، استفاده نموده بودند.

در هر صورت، در فراتحلیلی که در رابطه با مقاله‌های پذیرش نشده در دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران انجام شد، نکات قابل‌تأمل بسیاری بود که توجه به آن‌ها، برای تمام متخصصان و متولیان رسمی رشته آموزش ریاضی، سیاست‌گذاران آموزش ریاضی مدرسه‌ای، برنامه‌ریزان درسی ریاضی و از همه مهم‌تر معلمان ریاضی، ضروری است. در تجزیه و تحلیل این مقالات، موضوع چشمگیری که مرتب خود را نشان می‌داد، نادیده گرفتن ضرورت پاسخ-گویی و مسئولیت‌پذیری نسبت به ادعاهای مطرح شده در مقالات بود. مثلاً وقتی ادعا می‌شود که «دیدگاه‌ها و روش‌های نوین تدریس در امر آموزش ریاضی که توسط انجمن ملی معلمان ریاضی (NCTM) ارائه شده است، بسیار حائز اهمیت است»، لازم است که «چرایی» آن توضیح داده شود. چنین توضیحی از آن جهت الزامی است که در ادامه همین عبارت قطعی آمده بود که این دیدگاه‌ها، «شالوده تغییرات رویکردی در امر آموزش در مدارس اکثر کشورها ازجمله ایران است و تغییرات به وجود آمده و در شُرُف انجام در کتاب‌های جدیدالتألیف برگرفته از همین رویکرد است». طبیعی است که خواننده ایرانیِ چنین مقاله‌ای، از خود سؤال کند که «آیا جهت-گیری تغییرات جدید»، واقعاً «برگرفته از همین رویکرد است» و اگر هست، چرا؟ و ده‌ها سؤال موجهی که اگر هم نمی‌پرسد، اما نیازمند شنیدن پاسخ قانع‌کننده است.

مشکل دیگری که از شدت عریانی، خواننده را میخکوب می‌کرد، ادعاهای دانشیِ بزرگ و نادرست بود که البته تعدادشان کم بود، اما اهمیت جسارتِ طرح آن زیاد است و به قول قدیمی-ها، «یک داغ بَس است برای قبیله‌ای»! عدم برخورد مؤدبانه و علمی با چنین ادعاهایی، باعث نشستن غبار بر پیکر این نهال نورسته جامعه علمی ایران می‌شود. با هم بخوانیم:

> *پیدا کردن ضابطه‌ای جبری برای اعداد اول، جزو یکی از معماهای ریاضی باقیمانده بود تا اینکه درست در[1] xxx[2] باخبر شدیم xxx فرمولی از اعداد اول کشف کرده که دانشمندان برای حل این مسئله و دریافت جایزه نوبل[3] و جایزه یک میلیون دلاری آن*

---

۱. قبلاً هم توضیح داده شد که برای حفظ محرمیت نویسندگان، هر نکته‌ای که ممکن است منجر به شناسایی آن‌ها شود، از متن حذف شده و به جای آن علامت xxx گذاشته شده است.

۲. تاریخی که نویسنده از این خبر مطلع شده است.

۳. اعضای جامعه ریاضی می‌دانند که طبق وصیت آلفرد نوبل، این جایزه به ریاضی‌دان‌ها تعلق نمی‌گیرد.

تا سال ۳۰۰۱ فرصت داشتند که xxx فرمول این اعداد را برای اولین بار کشف و به نام خود ثبت کرد. پرفسور xxx، دکترای ریاضی از دانشگاه بوستون[۱]، کتابی نیز در این زمینه چاپ کرده است که پیش‌بینی می‌شود به‌زودی جایزه نوبل ریاضی را از آن خود خواهد کرد. این جایزه برای اولین بار در طول تاریخ به یک ایرانی[۲] و یک مسلمان[۳] اهدا خواهد شد. البته باید گفت فرمول ارائه‌شده از سوی این محقق ایرانی تاکنون مورد تأیید مجامع ریاضیات در دنیا قرار نگرفته است، فرمول اعداد اولی را که پرفسور xxx کشف کرده، در کتاب ایشان آورده شده است[۴].

بحث و نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش، اجازه داد که بتوانم بر مبنای سه مرحله‌ای که در ابتدای مقاله، به‌عنوان چارچوبی برای تحلیل ارائه دادم، گذشته، حال و آینده آموزش ریاضی در ایران را به‌اختصار، به تصویر بکشم.

مرحله اول: با توجه به داستانی که در ابتدا گفتم، هدف این مرحله، **جا افتادن صورت مسئله** و ایجاد قابلیت برای شناسایی چند مفهوم و واژه مرتبط با آموزش ریاضی به‌عنوان یک دیسیپلین معرفتی و یک رشته دانشگاهی بود که فراتر از تجربیات آموزشی افراد جامعه ریاضی و علاقه-مندان به ریاضی از هر طیفی بود. در آن مرحله، به **کم** قانع بودیم و هر اثری را با تقریب و تساهل و تسامح زیاد، آموزش ریاضی می‌دانستیم. مهم این بود که جامعه معلمان ریاضی و علاقه‌مندان به آموزش ریاضی در ایران، دست به قلم شوند و اول از همه، از تجربه‌ها، حدس‌ها و تصورات آموزشی خود را در رابطه با فرایند یاددهی- یادگیری ریاضی، برنامه درسی، روش-های تدریس و نظایر آن بنویسند.

مرحله دوم: پس از آن و بعد از تأسیس این رشته در ایران، اتفاقات مثبت و امیدوارکننده‌ای رخ داد که نمود آن‌ها به‌وضوح، در مقاله‌هایی که به کنفرانس‌های تقریباً سالانه آموزش ریاضی در

۱. در عصر اینترنت، حتی خطاهای سهوی این چنینی قابل چشم‌پوشی نیست زیرا به سرعت قابل کنترل است.
۲. این هم نادرست است.
۳. بازهم اشتباه است.
۴. ناشر کتاب کیست؟

ایران و در مقاله‌هایی که برای **مجله رشد آموزش ریاضی** ارسال می‌شد، قابل مشاهده بود. نقطه اوج این حرکت رو به جلو، در **نهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران** در زاهدان مشهود بود و در یک سخنرانی که در آن کنفرانس ارائه دادم (۱۳۸۷)، با آمار و ارقامی که از یک فراتحلیل کمّی به دست آوردم و داده‌های آن، تعداد مقالات پذیرفته شده در نُه کنفرانس آموزش ریاضی تا آن موقع بود، از ادعایم دفاع کردم؛ زیرا بر اساس آن شواهد، به این نتیجه رسیدم که علاقه‌مندان واقعی این رشته، به‌تدریج برای خود حداقل‌هایی را قائل‌اند و با انجام مطالعات سخت اما ثمربخش، کم‌کم می‌توانند معناهای ضمنی اما درستی را از مفاهیم این رشته، استنباط کنند.

مرحله سوم: در مرحله‌ای که می‌توانستیم به گسترش معنادار این رشته و فرصت‌های درخشانی که بر اثر آن، برای جامعه ریاضی و آموزش ریاضی مدرسه‌ای ایجاد خواهد شد فکر کنیم، اتفاقاتی افتاد که به‌نوعی، جامعه آموزش ریاضی را با خطرهای بالقوه‌ای مواجه نمود که احساس خطر کردم و لازم دیدم که به‌عنوان یک پژوهشگر آموزش ریاضی، اعلام بحران کنم و بگویم که خیلی چیزهایی که **آموزش ریاضی** نامیده می‌شوند، به دلایلی که بررسی شد، در حوزه آموزش ریاضی نیستند، اگرچه اغلب آن‌ها باارزش و قابل‌طرح در حیطه‌های دیگری‌اند. درواقع، ادعایم این است که بالاخره، زمانی رسیده است که می‌توانیم به کمک منابع تولید شده به زبان فارسی و هم‌چنین، افزایش قابلیت‌های زبان انگلیسی و توانایی استفاده از منابع اصیل، این حوزه را با سهولت و البته با دقت بیشتری دنبال کنیم و چیزهایی را که نمی‌دانیم، تشخیص دهیم و برای یادگیری آن‌ها تلاش کنیم. منتها لازم است مراقب تهدید بزرگی که ذاتاً یک فرصت بی‌نظیر است باشیم و آن، تکنولوژی و سهولت دسترسی به آن است. در حالی که تکنولوژی بعضی‌ها را ازنظر ذهنی لَخت کرده و درنتیجه، به‌جای آن‌که ایشان، برای مسئله پژوهشی خود از تکنولوژی کمک بگیرند، مسئله خود را از تکنولوژی می‌گیرند! برای ورود معنادار به مرحله سوم، پیشنهاد می‌شود که نخست، از گسترش بی‌رویه و بدون کنترل این رشته در بعضی دانشگاه‌ها و عدم دقت کافی در تربیت پژوهشگر آموزش ریاضی، ممانعت شود و توجه گردد که تنها به استناد ادبیات پژوهشی و **الفاظ**[1] رسمی این رشته وبا سوار کردن **الفاظ** بر درکِ نداشته، حرکتی ایجاد نمی‌شود. علاوه بر این، در بعضی دانشگاه‌ها، به دلیل کمبود شدید متخصصان آموزش ریاضی،

1 Jargon

عملاً تمایزی بین این رشته و سایر شاخه‌های علوم تربیتی یا گرایش‌های مختلف ریاضی، ایجاد نشده و این امر، برای سلامت و استقلال **آموزش ریاضی**، خطرناک است که این امر، نیازمند توجه بیشتر است. افزون بر این، با هیجان کاذبی که برای تولید مقاله- که مترادف با تولید علم نیست- در سطح جامعه ایجاد شده، بعضی افراد گاهی فراموش می‌کنند که یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های علمی، رعایت اخلاق علمی است. بدین سبب دانسته یا ندانسته، به اموال علمی دیگران دستبرد می‌زنند؛ کاری که برای نشان دادن زشتی آن، **سرقت علمی**[1] نامیده شده و شکایت کسی که اموال علمی‌اش به سرقت رفته، در اکثر جوامع بشری قابل‌پیگیری است. جامعه آموزش ریاضی باید بداند که این اعمال، مستحق مجازات علمی‌اند. موضوع دیگر این است که «بی‌هدفی و بی‌مسأله‌گی» در نوشتن بعضی مقالات، زشتی خود را به رُخ خواننده می‌کشد و نشان می‌دهد که نویسنده آن، نه‌تنها با مسئله‌ای دست به گریبان نبوده، بلکه حتی دغدغه‌ای هم نداشته و با سر زدن به سایت‌های دیگران، دغدغه آن‌ها را از آن خود کرده است! که برای اجتناب از آن، آموزش لازم است. بالاخره، نصیحت‌ها، بایدها و نبایدها و توصیه‌های بی مبنا و بی‌پشتوانه پژوهشی یا حتی تجربی در بعضی مقالات این رشته، بیداد می‌کند که برای آن، لازم است تدبیرهای درستی اندیشیده شوند. این تحلیل را با اشاره یکی از نویسندگان به گفته آرنولد راس به پایان می‌برم که «معلم مبتدی بیش ازآنچه می‌داند تدریس می‌کند، معلم باتجربه آنچه را می‌داند تدریس می‌کند و معلم آگاه و ماهر، از دانسته‌های خود آنچه را مناسب و متناسب می‌داند تدریس می‌کند». ویژگی‌های این سه دسته، سازگاری قابل‌توجهی با سه مرحله یا چارچوب تحلیلی استفاده شده در این مقاله دارند. همین تجربه شخصی آرنولد راس، موضوع چندین تحقیق قرار می‌گرفت که برای مثال، آیا چنین ادعایی درست است یا خیر و چرا!

تقدیر و تشکر: *در انجام نمونه‌گیری برای روش پژوهش این مقاله که فراتحلیل کیفی بود، از راهنمایی‌های ارزنده سرکار خانم دکتر سحر ظهوری زنگنه و منابع مفیدی که در اختیارم گذاشت، بهره‌مند شدم. دوست دارم که مراتب سپاسگزاری خودم را از این عزیز، ابراز کنم.*

1 Plagiarism

منابع

گویا، زهرا. (۱۳۷۵). آموزش ریاضی چیست؟ *مجموعه مقالات مدعوین اولین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*. اصفهان.

گویا، زهرا. (۱۳۸۷). فراتحلیلی از مقالات ارائه‌شده به نُه کنفرانس آموزش ریاضی ایران. گزارش نُهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. زاهدان.

Ellington, A. J. (2003). A meta- analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels on precollege mathematics classes. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 34, No. 5, 433- 463.

Ernest, P. Greer, B; & Sriraman, B. (2009). *Critical issues in mathematics education*. Information Age Publishing.

Greer, B. (2009). What is mathematics education for? *14 Proceedings of epiSTEME 3: International Conference to Review Research in Science, Technology and Mathematics Education*. Mumbai, India, January 5–9, 2009.

Geer, B. & Mukhopadhyay, S. (2003). Guest Editorial: What is mathematics education for? *The Mathematics Educator*. 2003, Vol. 13, No. 2, 2–6

Koro- Ljungberg, M. & Douglas, P. Elliot. (2008). State of Qualitative Research in Engineering Education: Meta-Analysis of JEE Articles, 2005-2006. *Journal of Engineering Education*. Pp. 163- 175.

Lohr, S. (1999). Sampling: Design and analysis. Duxbury Press.

Timulak, L. (2009). Meta-analysis of qualitative studies: A tool for reviewing qualitative research findings in psychotherapy. *Psychotherapy Research: Special issue on quantitative and qualitative methods for psychotherapy research*. Volume 19, Issue 4-5.

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۴۶-۲۵

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 25-46

ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی دوره راهنمایی[1] و راهکارهای تسهیل فرایند حل آن‌ها

The characteristics of mathematical word problems at the middle school and suggested strategies to facilitae their solution process

مجید حق‌وردی[2]

چکیده: این مطالعه ابتدا به معرفی ماهیت مسائل کلامی و فرایند حل آن‌ها می‌پردازد سپس با مرور ادبیات پژوهشی در رابطه با مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی، به بررسی ریشه اصلی این مشکلات در فهم ناقص مسائل به دلیل دشواری متن و وجود زمینه‌های ناآشنا در مسائل کلامی دوره راهنمایی پرداخته است. در ادامه به اثربخشی انواع جمله‌بندی های مجدد زمینه‌ای، مفهومی و ترکیب آن‌ها بر تسهیل حل مسائل کلامی پرداخته است. لذا ۸۰ دانش‌آموز پایه هفتم به‌صورت تصادفی به یکی از شرایط مذکور و یک گروه کنترل گمارده شدند. دانش‌آموزان ابتدا به پیش‌آزمون سپس، به‌جز گروه کنترل، یکی از انواع آزمون‌های جمله‌بندی مجدد مسائل کلامی را پاسخ دادند. نتایج نشان داد که انواع تغییر جمله‌بندی مسئله کلامی، حل مسئله را تسهیل می‌کند. این یافته‌ها می‌تواند به مؤلفان کتاب‌های درسی کمک کند تا به بازنگری و طراحی مجدد مسائل کلامی در کتاب‌های درسی ریاضی پایه های ششم تا هشتم بپردازند.

کلیدواژگان: مسئله کلامی، حل مسئله، جمله‌بندی مجدد، دانش‌آموزان پایه دوم راهنمایی.

M. Haghverdi (Ph.D)

Abstract: This paper, first it has reviewed the literature on the characteristics of mathematical word problems and their solution process. The review revealed that among the root causes for students' difficulties with mathematical word problems, two factors are salient, namely; the text complexity and the unfamiliar context.

To shed more light on these findings, a factorial experimental study was designed with 80 grade 7 students from a school in middle class residents. These students were randomly put into the four groups of 20 each; two as experimental and two as control group. Four tests were administered as pre-tests and post- tests to compare the students regarding their problem solving skills with the intervention of two kinds of rewording; familiarization and personalization. The major finding of this study is that the rewording per se has meaningful effect on students' understanding and solving of word problem.

Keyword: Word problems, Solving problem, Rewording, grade 7 students.

---

۱. در زمان انجام این پژوهش، هنوز دو پایه اول و دوم دوره راهنمایی، تبدیل به پایه‌های ششم و هفتم نشده بود.

۲. عضو هیئت علمی گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، m-haghverdi@iau-arak.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۱۰ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۷

مقدمه

مسائل کلامی، نوع خاصی از مسائل ریاضی است که به توصیف موقعیتی از دنیای واقعی می-پردازد. دانش‌آموزان برای حل مسائل کلامی، نیاز به استفاده از عملگرهای ریاضی و داده‌های موجود در متن مسئله دارند (لیو[1]، ۱۹۹۲). این مسائل، بخش مهمی از برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای است که با هدف کاربرد مهارت‌ها و دانش‌های رسمی ریاضی در موقعیت‌های واقعی زندگی دانش‌آموزان، ارائه می‌شود (دی‌کورت و همکاران[2]، ۱۹۸۵). برای حل مسائل ریاضی، الگوهای مختلفی وجود دارد که به گفته مایر (۱۹۹۲)، معروف‌ترین آن‌ها، مربوط به دیویی است. وی توضیح می‌دهد که در الگوی چهار مرحله‌ای پولیا، این مراحل اختصاصاً برای حل مسئله ریاضی دوباره‌سازی شده است؛ اما چه در الگوی دیویی و چه در الگوی پولیا، فرایند حل مسئله را می‌توان به دو بخش مرتبط اما جدا از هم یعنی «فهمیدن و جستجو» و «اجرا» تقسیم نمود (مایر[3]،۱۹۹۲). در مرحله‌ی فهمیدن مسئله، ابتدا برای حل کننده یک بازنمایی ذهنی از مسئله تولید می‌شود و سپس در مرحله جستجو راه‌حلی برای آن ارائه می‌گردد. اگرچه انتظار می‌رود ابتدا مرحله‌ی فهمیدن، سپس مرحله‌ی جستجو صورت گیرد، ولی اغلب هر دو فرایند باهم اتفاق می‌افتد. گام بعدی مرحله اجراست که مبتنی بر توانایی‌های محاسباتی دانش آموزان است. درهرحال، نتایج تحقیقات موجود، نمایانگر اهمیت مرحله فهمیدن و درک موقعیت مسئله است که خود، مستلزم پردازش شناختی داده‌های موجود در متن مسئله است (مایر، ۱۹۹۸). مقاله حاضر قصد دارد به دسته‌بندی انواع مسائل کلامی ریاضی و تحلیل فرایند حل آن‌ها از طریق بررسی یافته‌های تحقیقی در این حوزه، بپردازد. سپس با اشاره به تاثیر انواع جمله‌بندی‌های مجدد شامل زمینه‌ای، مفهومی و ترکیب آن‌ها، به بررسی مشکلات مسائل کلامی پرداخته و راهکارهایی برای تسهیل فرایند حل آن‌ها ارائه می‌دهد.

۱. مسائل کلامی ریاضی

مسائل کلامی در برنامه درسی ریاضی دوره راهنمایی، مانند دوره ابتدایی، به‌صورت گسترده‌ای به‌کاررفته است. در تحقیقات مختلف، دسته‌بندی‌های خاصی از مسائل کلامی وجود دارد که در

1 Lave
2 De Cort and et al
3 Mayer

این مطالعه، به معرفی سه دسته مسائل کلامی حساب[1]، مسائل کلامی جبر[2] و مسائل کلامی هندسه[3] (وانگ و همکاران، ۲۰۰۷) پرداخته می‌شود.

مسائل کلامی حساب، به مسائلی گفته می‌شود که مبتنی بر مسائل دنیای واقعی و ملموس دانش-آموزان مطرح می‌شوند. برای حل این نوع مسائل، دانش‌آموزان نیاز دارند که با استفاده از چهار عمل اصلی حساب، این مسائل را حل کنند. مثلاً «تام ۸ مهره و بیل نیز ۵ مهره دارد. بیل چند مهره کمتر از تام دارد؟» (نِشِر، ۱۹۸۲). درحالی‌که مسائل کلامی جبر، آن‌هایی هستند که برای حلشان، دانش‌آموزان، نیازمند استفاده از متغیرها و تشکیل معادله مناسب‌اند، مانند این‌که «مجموع دو برابر عدد اولی و چهار برابر عدد دومی ۱۲۶ است. مقدار عدد دوم را بیابید» (کالدول و گولدین،۱۹۸۷). بالاخره، مسائل کلامی هندسه، مبتنی بر مفاهیم هندسی هستند، مثل این‌که «طول باغ مستطیل شکلی، ۱۰ متر از عرضش بیشتر است. اگر طول باغ ۳۰ متر باشد، مساحت باغ را محاسبه کنید» (وانگ و همکاران، ۲۰۰۷.)

بااین‌وجود، در اوایل دهه ۱۹۸۰، تمایز اساسی در تحقیقات مربوط به حل مسئله کلامی مشاهده شد. به‌طوری‌که در این مطالعات، مسائل کلامی ریاضی جمعی[4]، بر اساس موقعیت‌های مطرح شده، به سه دسته مقایسه‌ای[5]، تغییری[6] و ترکیبی[7] تقسیم شدند (کارپنتر و همکاران، ۱۹۸۳؛ دی-کورت و فرشافل، ۱۹۹۱؛ دی‌کورت، ۱۹۸۵ و نِشِر، ۱۹۸۲). این موقعیت‌ها شامل یک تغییر از بیان اولیه به بیان نهایی با به‌کارگیری یک تبدیل (مسئله تغییر)، ترکیب دو مجموعه مجزا و یا شکستن یک مجموعه به دو مجموعه مجزا (مسئله ترکیب) و مقایسه عددی دو مجموعه مجزا از اشیا (مسئله مقایسه) است. برای نمونه، در یک مسئله کلامی مقایسه‌ای، رابطه ثابتی بین کمیت‌ها وجود دارد، به‌طوری‌که این کمیت‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند، مثل این‌که «مارتین ۶ مداد خرید. ریتا نیز ۲ مداد خرید. مارتین چند مداد بیشتر از ریتا خریده است؟» (هرشکوویتس و

1 Arithmetic Word Problems
2 Algebra Word Problems
3 Geometry Word Problems
4 Additive Word Problems
5 Compare
6 Change
7 Combine

نِشِر،[1] ۲۰۰۳؛ باتیستا و همکاران[2]، ۲۰۰۹). درحالی‌که مسئله کلامی تغییر، توصیف عملی است که منجر به افزایش یا کاهش کمیت‌ها در مسئله می‌شود، مانند این‌که «جان ۸ توپ داشت و چند تا از توپ‌ها را به پیتر داد. اکنون او ۵ توپ دارد. جان چند توپ به پیتر داده است؟» (هرشکوویتس و نِشِر ۲۰۰۳؛ باتیستا و همکاران، ۲۰۰۹). بالاخره، مسائل کلامی ترکیبی، به اجتماع مجموعه‌ها و زیرمجموعه‌ها می‌پردازد، مثل این مسئله که «حمید ۶ خودکار و حسن ۴ خودکار دارد. آن‌ها روی هم چند خودکار دارند؟»

در همین راستا، تحقیقات متعددی، به مقایسه دشواری این سه نوع مسئله کلامی پرداخته‌اند. برای مثال، استرن و لهرن دورفر[3] (۱۹۹۲) نشان داده‌اند که دانش‌آموزان، در حل مسائل کلامی مقایسه و تغییر، نسبت به مسائل کلامی ترکیب، دچار مشکلات بیشتری هستند. علاوه بر این، هگارتی و همکاران (۱۹۹۵) نیز، مسائل کلامیِ حساب را بر اساس ارتباط بین عمل مورد نیاز و کلمات کلیدی مسئله، به دو نوع مسئله کلامی سازگار[4] و مسئله کلامی ناسازگار[5] تقسیم کرده‌اند. اند. ازنظر آن‌ها، مسائل کلامی سازگار، مسائلی هستند که کلمه کلیدی مطرح شده در مسئله، با عملی که بایستی انجام شود، هم‌خوانی دارد. مثلاً اگر در مسئله، کلمه کلیدی کمتر آمده باشد، عمل مورد نیاز هم تفریق است. درصورتی‌که در مسائل کلامی ناسازگار، کلمه کلیدی مطرح‌شده در مسئله، با عملی که بایستی انجام شود، هم‌خوانی ندارد.

۱-۱. فرایند حل مسائل کلامی

مایر (۱۹۹۲، به نقل از برگر و وایلد، ۱۹۸۷)، از منظر روان‌شناسی شناختی، دو فرایند «فهمیدن مسئله و تشکیل بازنمایی از متن مسئله و جستجوی فضای مسئله در حافظه» و «پیدا کردن راه‌حل» برای حل مسائل کلامی ریاضی را، شناسایی کرده است. مایر (۱۹۹۲) معتقد است که کار اصلی در حل مسائل کلامی، درک و فهمیدن مسئله است و به‌طورکلی، طراحی حل مسئله،

1 Hershkovitz and Nesher
2 Bautista et al.
3 Stern and Lehrndorfer
4 Consistent Word Problems
5 Inconsistent Word Problems

از بازنمایی درست مسئله نشأت می‌گیرد. فرایند فهمیدن مسئله شامل ترجمه[1] و یکپارچه‌سازی[2] و فرایند راه‌حل، دربرگیرنده برنامه‌ریزی و اجرا است.

در حقیقت ازنظر مایر (۱۹۹۲)، نخستین گام در حل مسائل کلامی که فهمیدن متن مسئله است، از طریق ترجمه و یکپارچه‌سازی انجام می‌شود. در قسمت فرایند ترجمه، لازم است مسئله از صورت واژه بیرون آمده و شکل یک بازنمایی درونی را به خود بگیرد؛ اما ترجمه واژه به واژه و عبارت به عبارت متن مسئله، یک بازنمایی پاره‌پاره[3] از ساختار معنایی متن به وجود می‌آورد که در فرایند یکپارچه‌سازی، به‌صورت یک ساختار منسجم فهمیده می‌شود. وی دومین گام حل مسئله‌های کلامی را اجرای راه‌حل می‌داند که با استفاده از الگوریتم‌های ریاضی متناسب، برنامه-ریزی و اجرا شده و به یک پاسخ منجر می‌شود و مناسب بودن آن به‌عنوان راه‌حل، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این فرایندها، با مدل حل مسئله پولیا، هم‌خوانی قابل‌توجهی دارد.

درهرصورت، نظر به ماهیت متفاوت هرکدام از فرایندها، دانش مفروض برای اجرای هر فرایند نیز متفاوت است. به همین دلیل، شناسایی دانش مورد نیاز برای حل مسائل کلامی ریاضی ضروری است. بدین سبب، حق‌وردی، شاهورانی و سیفی (۲۰۱۲)، با استفاده از نظریه مایر، دانش‌های مورد نیاز را برای حل مسائل کلامی ریاضی، به الف) دانش زبانی، ب) دانش ادراکی، ج) دانش ارتباطی و د) دانش الگوریتمی، طبقه‌بندی نمودند که در زیر، به‌اجمال به هر یک، پرداخته می‌شود.

الف) دانش زبانی؛ دانشی است که با استفاده از آن، مسئله حل کن متن مسئله را می‌خواند. فقدان این دانش در ابتدای حل مسئله، دانش‌آموز را از ادامه حل مسئله بازمی‌دارد. این در حالی است که قبل از این‌که دانش‌آموزان بتوانند از مهارت‌های ریاضی در حل مسائل کلامی استفاده کنند، نیاز به توانایی خواندن مسئله برای فهمیدن آن دارند. متن مسئله، ترکیب پیچیده‌ای از کلمات، اعداد، حروف، نمادها و برخی اشکال است (براسیلتون و دی‌کر[4]، ۱۹۹۴). کینسچ (۱۹۸۸) بر این باور است که یکی از ناتوانایی‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی حساب،

1Translation
2 Integration
3 Fragmented Representation
1 Braselton & Decker

ناشی از ضعف دانش زبانی آن‌هاست. درنتیجه، قابل‌انتظار است که اگر مسائل به زبان دوم یادگیرندگان بیان شده باشد، اهمیت دانش زبانی، بیشتر حس شود (برناردو[۱]، ۲۰۰۲.)

ب) دانش ادراکی[۲]؛ دانش‌هایی است که برای خواندن متن مسئله تا فهمیدن مسئله، لازم است و شامل دانش معنایی[۳]، دانش شهودی[۴] و دانش ساختاری[۵] به شرح زیر است.

– **دانش معنایی**، باعث فهمیده شدن متن مسئله می‌شود و دانش‌آموز، هدف مسئله را درمی‌یابد و مسئله را برای خودش تفسیر می‌کند. برای فهمیدن متن‌های بعضی از مسائل کلامی که موقعیت خاصی را توصیف می‌کنند، به اطلاعاتی از دنیای واقعی نیز نیاز هست تا مسئله حل‌کن، بتواند با موقعیت بیان شده در مسئله، ارتباط برقرار کند و آن را بهتر درک کند. پالم (۲۰۰۲) به جنبه‌هایی از موثق بودن[۶] داده‌های مسئله پرداخته و بیان کرده که داده‌های مسئله، بایستی به‌صورت واقعی یا به مقادیر واقعی، خیلی نزدیک باشند. پالم (۲۰۰۸) در تحقیقِ دیگر خود، به این نتیجه رسید که توصیف کردن متن مسئله با جزییات بیشتر، موجب افزایش موفقیت دانش-آموزان در حل مسائل کلامی می‌گردد.

– **دانش شهودی**، دانشی است که بر اساس دانش رسمی و غیررسمی گذشته فرد، تجارب عینی، محیط و توانایی‌های او حاصل می‌شود، به‌طوری‌که این دانش در ایجاد بازنمایی مسئله، حائز اهمیت است. دانش‌آموزان پس از خواندن مسئله، با به‌کارگیری شهودشان، به‌درستی یا نادرستی متن مسئله و پاسخ ارائه شده توسط خود می‌پردازند. بعضی از دانش‌آموزانی که این دانش را در حل مسائل کلامی در اختیار ندارند، اغلب فقط به محاسبات ریاضی می‌پردازند. مسئله زیر یکی از این نمونه‌هاست:

هر اتوبوس ظرفیت سوار شدن تعداد ۳۰ مسافر را دارد. اگر ۱۱۲۸ مسافر، بخواهند سوار اتوبوس شوند، به چه تعداد اتوبوس نیاز است؟

2 Bernardo
3 Comprehending Knowledge
4Semantic Knowledge
5 Intuitive Knowledge
6 Structural Knowledge
7 Authenticity

کارپنتر و همکاران (۱۹۸۳)، نشان دادند که تقریباً ٪۷۰ از دانش‌آموزان ۱۳ ساله، جواب ۳۷ اتوبوس را مطرح کردند و باقیمانده دانش‌آموزان، پاسخ ۳۷.۶ را به این مسئله دادند. برای حل این مسئله، اگرچه دانش‌آموزان، دانش محاسباتی لازم را به کار گرفته بودند، ولی از دانش شهودی و عقل سلیم خود، برای بررسی معنادار بودن پاسخ، استفاده نکرده بودند.

– **دانش ساختاری**، مربوط به طرح‌واره‌ها و ساختارهای معنایی و همه مفاهیم ریاضی است که در ذهن فرد وجود دارد. طرح‌واره، ساختاری از دانش است که به دانش‌آموز کمک می‌کند تا انواع مختلف دانش‌ها را برای جستجوی راه‌حل مناسب، دسته‌بندی کند (نشر و هرشکووتیس،۱۹۹۴). طرح‌واره‌ها و ساختارهایِ معنایی مفاهیم ریاضی، ممکن است به دانش-آموزان آموزش داده شود یا توسط خود آن‌ها، ساخته شود تا با استفاده از این طرح‌واره‌ها و ساختارها، روش یا الگویی مناسب را برای حل، انتخاب کنند. مایر (۱۹۸۲) ادعا می‌کند که مسئله حل‌کن ها، مجموعه‌ای از الگوهای ذهنی در اختیار دارند که اطلاعات موجود مسئله را با طرح‌واره‌های ذهنی خود پیوند می‌دهند و بدین طریق، آن‌ها را سازمان‌دهی می‌کنند. نقشه‌های مفهومی و طرح‌واره‌های ذهنی، درواقع الگوهایی هستند که دستیابی به راه‌حل مسئله را برای دانش‌آموزان، آسان می‌کنند (حق‌وردی، ۲۰۱۱). در این دسته‌بندی، دانش ساختاری شامل همه روش‌ها و الگوها و راه‌حل‌هایی است که از قبل، در ذهن دانش‌آموز وجود داشته است.

ج) دانش ارتباطی، باعث پیوند بین بازنمایی‌های مسئله و مفاهیم و ساختارهای ریاضی می‌شود. مسئله حل کن با استفاده از این دانش، می‌تواند برای حل مسئله، طرح‌واره‌ای مناسب از مفاهیم ریاضی انتخاب کند. درواقع، مسئله حل‌کن بعد از فهمیدن مسئله، به بررسی راه‌هایی می‌پردازد که از طریق آن‌ها، موقعیت توصیف شده در مسئله را با مفاهیم و ساختارهای ریاضی مناسب، همگرا کند. این همان دانشی است که شونفیلد (۱۹۸۵) در بررسی حل مسئله، آن را دانش فراشناختی نامید و گارافالو و لستر (۱۹۸۲) از آن، به‌عنوان راهبردهای فراشناختی[1] استفاده نموده و بر اهمیت این دانش در حل مسائل کلامی، تأکید ورزیدند. ازنظر آن‌ها، این راهبردها شامل طراحی یک رویکرد کلی برای حل مسئله، نظارت کردن بر پیشرفت حل مسئله و ارزیابی و بازبینی موضعی و کلی طرح‌هاست.

3 Metacognitive strategies
4 Mayer & Hegarty

د) دانش الگوریتمی، نوعی دانش ریاضی است که مربوط به انجام محاسبات و اعمال جبری، مهارت‌های رویه‌ای و محاسبات الگوریتمی برای حل مسئله است.

۱-۲. مشکلات یادگیری مسائل کلامی ریاضی

شناخت مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی، موردتوجه بسیاری از محققان آموزش ریاضی قرار گرفته است. مثلاً، مایر و هگارتی (۱۹۹۵) به طرح این سؤال پژوهشی پرداختند که «چرا بعضی از دانش‌آموزان، می‌توانند با موفقیت، جواب‌هایی برای مسائل حسابی به دست آورند، درصورتی‌که نمی‌توانند مسائل کلامی ریاضی را که نیازمند استفاده از همان محاسبات پایه‌ای است، حل کنند». باتیستا و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند که دانش‌آموزان پایه‌های ۶ تا ۸ (معادل سه پایه دوره راهنمایی در ایران)، باوجود رشد مهارت‌های زبانی، در فرایند درک و بازنمایی مسائل کلامی، با مشکلات فراوانی روبرو هستند. در این دوره، اگرچه دانش‌آموزان برخلاف پایه‌های قبلی، مشکلات کمتری در به‌کارگیری رویه‌ها و مهارت‌های حسابی دارند، اما از عهده حل مسائل کلامی ریاضی با رویه‌های حسابی مشابه، برنمی‌آیند (مایر و هگارتی، ۱۹۹۶). به هر صورت، از بین عوامل مؤثر بر حل مسائل کلامی، نقش زبان بیشتر مورد بررسی قرار گرفته است (باتیستا و همکاران، ۲۰۰۹؛ دیویس- دورسی و همکاران، ۱۹۹۱؛ دی‌کورت و همکاران، ۱۹۸۵). هم‌چنین، حق وردی (۱۳۸۶) نشان داد که بیشتر ضعف دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی، ناشی از کمبود فهم کلامی و زمینه‌ای است که مسئله در آن مطرح شده است. از این گذشته، مطالعه ادنر و پوتر[1] (۲۰۰۸) و سیفی، حق وردی و عزیزمحمدی (۲۰۱۲)، نشان دادند که دشواری‌های مطرح شده توسط معلمان در حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان، شامل بازنمایی و فهمیدن متن مسئله، ضعف دانش قبلی و واقعی نبودن مسائل است.

درمجموع، بررسی ادبیات پژوهشی این حوزه نشان می‌دهد که مهم‌ترین دلایل دشواری حل مسائل کلامی ریاضی برای دانش‌آموزان، دشواری متن مسئله، طراحی زمینه‌های نامناسب در مسائل و استفاده از روش‌ها یا استراتژی‌های نامناسب است. به‌طور مثال، باتیستا (۲۰۰۹)، **زبان** و چگونگی بیان مسائل کلامی ریاضی را، یکی از عوامل تأثیرگذار بر حل مسائل کلامی معرفی می‌کند. درحالی‌که دانبر (۲۰۰۵)، وجود اطلاعات اضافی را در متن مسائل کلامی، عاملی اثرگذار دانسته، علاوه بر این‌که یکی دیگر از دلایل ضعف دانش‌آموزان را در حل مسائل کلامی،

یادگیری استراتژی‌های نامناسب از معلمان قبلی آنان می‌داند. کو و سولیوان[2] (۲۰۰۲) نیز به این نتیجه رسیدند که دانش‌آموزان در دوره ابتدایی، **یافتن کلمه کلیدی** را می‌آموزند، اما چون معمولاً به آن‌ها، آموزشی درباره فهمیدن و شناختن مسائل کلامی ریاضی داده نمی‌شود، اغلب آنان در پایه‌های بالاتر، مسائل کلامی را صرفاً با استراتژی ترجمه مستقیم، حل می‌کنند.

۱-۳. راهکارهای تسهیل فرایند حل مسائل کلامی

با توجه به ماهیت مسائل کلامی ریاضی و اهمیت مرحله بازنمایی و فهمیدن مسئله برای دانش-آموزان در همه دوره‌های تحصیلی، شناخت و بررسی راهکارهای مؤثر بر حل آن‌ها، ضروری است. در این حوزه، تحقیقات مختلفی به بررسی راهکارهای اثرگذار بر حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان پرداخته است. به استناد ادبیات پژوهشی این حوزه، می‌توان راهکارهای تسهیل فرایند حل مسائل کلامی را در تحقیقات مختلف در دوره راهنمایی (پایه‌های ۶ تا ۸)، به سه دسته زیر، تقسیم کرد:

۱-۳-۱. تولید یا دوباره‌نویسی[1] مسائل کلامی توسط خود دانش‌آموزان: یکی از راهکارهای تسهیل فرایند حل مسائل کلامی، طراحی یا صورت‌بندی تازه از مسائل، توسط دانش‌آموزان است، همان‌که سیلور (۱۹۹۴)، آن را به معنای تولید یک مسئله جدید از موقعیت یا صورت‌بندی مجدد مسائل موجود می‌داند. در طراحی یا صورت‌بندی مسئله، دانش‌آموزان موقعیتی را که با آن مواجه هستند، خودشان توصیف نموده و شروع به تولید مسئله جدید می‌کنند که این کار، منجر به تسهیل فرایند حل مسئله کلامی ریاضی می‌شود (سیلور و کای[2]، ۱۹۹۶.)

۱-۳-۲. شناخت انواع اشتباهات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی: دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی، مرتکب انواع مختلفی از اشتباهات می‌شوند. تحلیل اشتباهات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نیز، مانند بررسی توانایی آن‌ها در آشکارسازی رفتار ذهنی دانش‌آموزان برای فهمیدن و حل مسائل کلامی، باارزش به‌حساب می‌آید. محققان بسیاری ازجمله برارز و لارکین[3] (۱۹۸۴)، دی‌کورت و همکاران (۱۹۸۵)، کامینز و همکاران (۱۹۸۸) و لویس و مایر

1 Problem Posing

2 Silver and Cai

برای توضیحات بیشتر درباره طرح مسائل کلامی، به مطالعه کای (۱۹۹۴) و سیلور و کای (۱۹۹۸)، مراجعه نمایید.

3 Briars and Larkin

(۱۹۸۷)، اشتباهات دانش‌آموزان را در حل مسائل کلامی، مورد بررسی قرار دادند. قبلاً هم نیومن[۱] (۱۹۷۷) و کزی[۲] (۱۹۷۸)، چارچوب‌هایی برای تحلیل اشتباهات ایجاد شده توسط دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی حساب، ابداع نموده بودند. در همین راستا، کنیفونگ و هولتان[۳] (۱۹۷۶)، خطاهای انجام گرفته توسط دانش‌آموزان را در حل مسائل کلامی، به دو نوع اشتباهات سهوی و محاسبه‌ای و دیگر اشتباهات تقسیم کرده بودند. ازنظر آن‌ها، اشتباهات سهوی و محاسبه‌ای مربوط به اشتباهات محاسبه‌ای با اعداد صحیح، کسرها و واحدهاست. درحالی‌که دیگر اشتباهات، شامل استفاده از عملگر اشتباه، بدون پاسخ و پاسخ‌های غلطی که هیچ راهنمایی به محقق نمی‌دهد، است.

به گفته دی‌کورت و همکاران (۱۹۸۵)، شناخت این اشتباهات، منجر به تسهیل فرایند حل مسائل کلامی در دانش‌آموزان می‌شود. معلمان با این شناخت، می‌توانند با ایجاد تمایز بین اشتباهات رخ‌داده توسط دانش‌آموزان، ریشه‌های آن اشتباهات را دقیق‌تر بررسی نموده و در رفع آن‌ها، بکوشند.

۱-۳-۳. جمله‌بندی مجدد مسئله: تأثیر **تغییر جمله‌بندی**[۴] مسئله، ازجمله مواردی است که توجه بسیاری از پژوهشگران را به‌عنوان عاملی برای ایجاد درک بهتر مسئله، به خود جلب نموده است. بعضی از مطالعات نشان داده است که می‌توان با تغییرات مختصری در متن مسئله، فرایند حل مسئله را به‌طور چشمگیری تسهیل نمود (کامینز[۵]، ۱۹۹۱). می‌توان مطالعات انجام شده در جمله‌بندی مجدد مسائل کلامی را به‌منظور تسهیل در فرایند حل، به دو دسته تقسیم کرد؛ دسته اول مطالعاتی است که تمرکز بر تغییر جمله‌بندی در زمینه توصیف شده در مسائل را دارند (استرن و همکاران، ۱۹۹۲؛ کامینز و همکاران، ۱۹۸۸؛ و استاب و ریوسر، ۱۹۹۵) و دسته دیگر، شامل مطالعاتی است که تمرکزشان بر تغییر جمله‌بندی در متن مسائل کلامی است (دی کورت

4 Newman
5 Casey
3.Knifong & Holtan
4 Rewording
5 Cummins

و همکاران، ۱۹۸۵، کامینز، ۱۹۹۱، دیویس- دورسی و همکاران، ۱۹۹۱، اریک[1]، ۲۰۰۵؛ و ویسنته و همکاران، ۲۰۰۷.)

تغییر جمله‌بندی مسئله، به‌صورت‌های مختلف طبقه‌بندی‌شده است، اما با توجه به مطالعات مرور شده، تغییر جمله‌بندی در مفهوم مسئله و تغییر جمله‌بندی در زمینه مسئله، بیش از موارد دیگر، موردتوجه و استفاده پژوهشگران قرار گرفته است. به گفته ویسنته و همکاران (۲۰۰۷)، در جمله‌بندی مجدد مفهومی[2] مسئله، جملات به‌گونه‌ای تغییر می‌کنند که روابط معنایی بین داده-های معلوم و مجهول، به‌صورت دقیق‌تر و روشن‌تری نسبت به حالت اولیه و بدون تغییر ساختار ریاضی، مطرح شوند. برای این نوع تغییر جمله‌بندی، ممکن است جملاتی به مسئله افزوده شود و یا با تغییر ترتیب جملات، همراه باشد. در این شکل ازجمله‌بندی مجدد، هر یک ازجمله‌ها و عبارت‌های مسئله، به‌صورت جداگانه‌ای بررسی می‌شوند و سعی می‌گردد مواردی که به‌گونه‌ای مبهم، شرایطی از مسئله را توصیف می‌کنند، با تفسیر بیشتری بیان شوند. مسئله کلامی زیر که توسط ویسنته و همکاران (۲۰۰۷) مطرح شده، مثالی از تغییر جمله‌بندی مفهومی است.

پیتر ۳۷ متر کابل برق داشت. او A متر کابل اضافی خرید و B مترش را استفاده کرد و ۱۱ متر کابل، باقی ماند. پیتر چند متر کابل خرید و استفاده کرد؟

ویسنته و همکاران (۲۰۰۷)، این مسئله را با تغییر جمله‌بندی مفهومی، به‌صورت زیر بیان کردند.

پیتر ۳۷ متر کابل برق داشت. او A متر دیگر هم کابل خرید و این مقدار کابل را، به کابلی که در اختیار داشت، افزود. او از کل این مقدار کابل، B متر آن را استفاده کرد و در پایان کار، ۱۱ متر از کابل، باقی ماند. او چند متر کابل خرید و چند متر آن را استفاده نمود.

آن‌ها از طریق تغییر جمله‌بندی مفهومی، کلمات و عباراتی به متن مسئله افزودند که با قلم برجسته مشخص شده و بدین طریق، روابط معنایی مسئله را روشن‌تر نمودند. ازجمله مطالعات دیگری که در آن، از تغییر جمله‌بندی مفهومی استفاده شده است، می‌توان به تحقیقات کامینز (۱۹۹۱) و دی‌کورت و همکاران (۱۹۸۵)، اشاره کرد.

1 Eric
4 Conceptual Rewording

علاوه بر این، جمله‌بندی مجدد زمینه‌ای[1]، با تغییر دادن زمینه مسئله، شکل می‌گیرد. ازنظر کولم (۱۹۸۴)، «زمینه یک مسئله کلامی، محتوای غیر ریاضی ارائه شده در متن مسئله است» که برای مثال، داستان مطرح شده در متن یک مسئله کلامی، یک نوع زمینه برای مسئله محسوب می‌شود. از این گذشته، بعضی از مطالعات در تغییر زمینه مسئله، به تأثیر شخصی‌سازی داده‌ها، مثلاً وارد کردن نام دانش‌آموزان و دیگر اطلاعات شخصی در متن مسئله، اشاره کرده‌اند (رایت[2]، ۱۹۸۶؛ دیویس- دورسی و همکاران،۱۹۹۱؛ هارت[3]، ۱۹۹۶ و ویست[4]، ۲۰۰۲). برخی دیگر هم وارد کردن موضوعات گوناگون مورد علاقه دانش‌آموزان را در مسائل ریاضی نظیر حیوانات و ورزش، مؤثر دانسته‌اند (ویست، ۲۰۰۱). اضافه بر این، کالدول و گولدین[5] (۱۹۸۷)، طی مطالعات خود نشان دادند که برای دانش‌آموزان پایه‌های اول و دوم دبیرستان، حل مسائل ملموس و محسوس، آسان‌تر از مسائل مجرد و حل مسائل واقعی، آسان‌تر از مسائل فرضی است و به‌طورکلی، میزان انتزاعی بودن، بر عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان، تأثیر به سزایی دارد. هم-چنین، اگرچه برای تغییر زمینه مسئله کلامی، روش‌های مختلف دیگری معرفی شده، اما روش تغییر زمینه بر اساس آشنا نمودن موقعیت توصیف شده در مسئله برای حل کننده، بیش از موارد دیگر مورد مطالعه قرار گرفته است (همبری[6]، ۱۹۹۲). مسئله یا زمینه، وقتی آشناست که موقعیت مطرح شده در آن، برای دانش‌آموزان محسوس باشد، یعنی یا یک تصور ذهنی از موقعیت مورد نظر، برای آن‌ها ایجاد شده باشد یا این‌که قبلاً، این موقعیت را تجربه کرده باشند و در غیر این صورت، موقعیت ناآشنا محسوب می‌شود. هوانگ[7] (۲۰۰۴) نیز، مسئله‌ای را آشنا می‌داند که در موقعیت‌های مطرح شده در مسئله، از تجارب روزمره دانش‌آموزان یا فعالیت‌های مدرسه‌ای آن-ها، استفاده شده باشد. مثلاً، مسئله کلامی زیر، ممکن است دارای یک موقعیت ناآشنا برای دانش‌آموزان پایه هفتم در شهر اراک باشد.

1 Context Rewording
2 Wright
3 Hart
4 Wiest
5 Caldwell and Goldin
1 Hembree
2 Huang

دمای شهر اراک ۵ درجه سانتیگراد است. دمای تهران ۱۰ درجه گرم‌تر و دمای اردبیل ۱۳ درجه از تهران سردتر است. دمای اردبیل چند درجه است؟

در چنین موقعیتی، می‌توان با تغییر دادن موقعیت ناآشنای توصیف شده در مسئله به یک موقعیت آشنا، بدون تغییر در ساختار ریاضی مسئله، یک جمله‌بندی مجدد زمینه‌ای مانند زیر، انجام داد:

علی ۵ مهره دارد. حسن ۱۰ مهره از علی بیشتر و رضا ۱۳ مهره از حسن کمتر دارد. رضا چه تعداد مهره دارد؟

درک موقعیت داشتن تعدادی مهره برای دانش‌آموزان پایه هفتم یک شهر، ممکن است ساده‌تر از درک اختلاف دما در شهرهایی باشد که اوضاع آب و هوایشان برای آن دانش‌آموزان، ناآشناست.

۲. معرفی پژوهش

مطالعات قابل‌توجهی به بررسی تأثیر عوامل تاثیرگذار بر حل مسایل کلامی ریاضی پرداخته‌اند. ازاین‌رو، با توجه به پیشینه مرور شده، هدف پژوهش حاضر، بررسی تاثیر انواع جمله بندی های مجدد زمینه ای، مفهومی و ترکیب آن ها بر تسهیل فرایند حل مسایل کلامی ریاضی است.

لذا با توجه به هدف پژوهش، فرضیه زیر تبیین شده است:

فرضیه تحقیق: اِعمال انواع جمله‌بندی های مجدد(زمینه ای، مفهومی و ترکیب این دو) بر مسائل کلامی ریاضی، حل آن‌ها را تسهیل می‌بخشد.

۲-۱. روش پژوهش

روش این پژوهش، از نوع آزمایشی عاملی[1] بود. در این نوع تحقیق، معمولاً اثر چند متغیر مستقل به‌طور انفرادی یا در تعامل با یکدیگر، بر روی یک متغیر وابسته، تعیین می‌شود (گال، بورگ و گال، ۱۹۸۴). در این تحقیق، متغیرهای مستقل عبارت بودند از تغییر جمله‌بندی‌های زمینه‌ای، مفهومی و ترکیب آن‌ها (زمینه‌ای- مفهومی) و متغیر وابسته، نمره کسب شده از حل مسئله کلامی ریاضی بود.

1Factorial Experiment

۲-۲. ابزار جمع‌آوری داده‌ها

با توجه به متغیرهای مستقل، داده‌های این پژوهش، از طریق چهار آزمون تشریحی ریاضی محقق ساخته، جمع‌آوری شد. سه آزمون T_1 و T_2 و T_3 در رابطه با سه متغیر مستقلِ تغییر جمله‌بندی زمینه‌ای، تغییر جمله‌بندی مفهومی و ترکیب آن‌ها و آزمون چهارم T_0 به‌عنوان آزمون اولیه برای پیش‌آزمون هر دو گروه و پس‌آزمون گروه گواه، استفاده شد.

۲-۲-۱. چگونگی تهیه آزمون‌ها

آزمون T_0 متشکل از شش مسئله کلامی ریاضی دومرحله‌ای بود. برای آزمون T_0، مسائلی انتخاب شدند که دارای دو ویژگی اساسی بودند؛ اول این‌که موقعیت این مسائل برای آزمودنی‌ها ناآشنا بود و دوم این‌که متن آن‌ها، فاقد شرح اضافی درباره مفاهیم و روابط بود. برای تهیه آزمون T_0، ابتدا تمام مسائل کلامی کتاب درسی ریاضی پایه دوم راهنمایی فهرست گردید. سپس به روش دلفی[۱]، (بر اساس توصیه‌های فیش و بازبی[۲]، ۲۰۰۵ و آدلر و زیگ لی یو[۳]، ۱۹۹۶)، میزگردی با شرکت پنج معلم از سرگروه‌های ریاضی شهری، از بین مسائل کلامی فهرست شده، شش موقعیت ناآشنا برای دانش‌آموزان پایه دوم راهنمایی انتخاب شد، به این معنا که ازنظر آنان، درک موقعیت آن مسئله‌ها، برای دانش‌آموزان دشوار بود. با استفاده از روش دلفی، اختلاف دمای بین شهرها، تفاوت سنی افراد، استخراج آب به کمک یک موتور آب، تغییر دمای یک مایع، مقایسه وزن کالاها و تولید محصولات در یک کارخانه، از بین زمینه‌هایی که مسائل کلامی کتاب ریاضی پایه دوم راهنمایی در آن مطرح شده بود، تعیین گردید.

آزمون T_1، بر مبنای متغیر مستقل تغییر جمله‌بندی زمینه‌ای ساخته شد. این آزمون ازنظر ساختاری، با آزمون T_0 مشابه بود و تنها با تغییر دادن موقعیت‌های توصیف شده در مسئله‌هایی که برای آزمون T_0 انتخاب شده بودند، همگی به موقعیت‌های آشنا تبدیل شدند.

۱در روش دلفی، تعدادی از صاحب‌نظران از بین موارد مختلف، به غربالگری می‌پردازند و چند مورد را که همگی نسبت به آن‌ها اتفاق‌نظر دارند، انتخاب می‌کنند.

2 Fish and Busby

3 Adler & Ziglio

آزمون T_2 با تغییر دادن ترتیب جملات و افزودن برخی جمله‌ها به‌منظور روشن‌تر شدن روابط معنایی در مسئله، تهیه شد. این آزمون بر اساس مطالعه دی‌کورت و همکاران (۱۹۸۵) و ویسنته و همکاران (۲۰۰۷) طراحی شد و توسط پنج معلمی که اشاره شد، با تغییراتی تأیید گردید.

آزمون T_3 ترکیب این دو بود و با اِعمال هر دو نوع تغییر جمله‌بندی زمینه‌ای و جمله‌بندی مفهومی تهیه شد. سپس با تغییراتی جزئی، مورد تأیید سرگروه‌های ریاضی (پنج معلم شرکت-کننده در میزگرد)، قرار گرفت.

۲-۳. جامعه و نمونه

با توجه به متغیرهای مستقل و وابسته و طرح پیشنهادی، چهار گروه از دانش‌آموزان پایه دوم دوره راهنمایی، به‌صورت همگن و تصادفی با توجه به توضیحات زیر، انتخاب شدند. مبنای همگن‌سازی، نتیجه امتحان ریاضی ورودی معلم ساخته، از آزمودنی‌ها بود. آزمودنی‌ها، ۸۰ نفر از دانش‌آموزان پسر پایه دوم راهنمایی یک مدرسه، به توصیه سازمان آموزش و پرورش آن شهر بود. انتخاب مدرسه از طرف آموزش و پرورش به‌عنوان نمونه مدارس پسرانه شهری که تحقیق در آن انجام شد، با این ویژگی انتخاب شد که دانش‌آموزان آن، از وضعیت متوسطی برخوردار باشند و از دو طیف محروم یا کاملاً برخوردار نباشد.

تعداد آزمودنی‌ها در هر یک از این چهار گروه، ۲۰ دانش‌آموز بود که به‌صورت تصادفی، به یکی از گروه‌های مستقل و گواه گمارده شدند. مراحل کار چنین بود که ابتدا، یک پیش‌آزمون از ۱۳۶ دانش‌آموز این مدرسه گرفته شد. سپس تمام کسانی که در این آزمون، نمره متوسط بین ۱۳ تا ۱۵ کسب کردند و تعدادشان ۸۰ نفر بود، به‌طور تصادفی به چهار دسته ۲۰ تایی تقسیم شدند و آزمون‌های T_0 تا T_3، بر روی گروه‌های آزمایش و گواه (کنترل)، انجام شد.

۳. یافته‌ها

پس از تصحیح آزمون‌ها، پاسخ‌های دانش‌آموزان کدگذاری شد. در کدگذاری پاسخ‌های دانش-آموزان، اگر جواب نهایی مسئله صحیح بود، امتیاز (۲)، اگر راه‌حل مسئله بدون جواب نهایی مطرح شده بود، امتیاز (۱) و در غیر این صورت، امتیاز (۰) منظور شد. نمرات کسب شده توسط آزمودنی‌ها و میانگین چهار گروه، محاسبه گردید که نتایج در جدول (۱) نمایش داده شده است.

جدول (۱): میانگین نمرات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

متغیرها	زمینه‌ای	مفهومی	ترکیب هر دو	کنترل	کل
میانگین نمره حاصل در پیش‌آزمون	۴/۸	۴/۳۵	۴/۶۵	۴/۴۵	۴/۵۶
میانگین نمره حاصل در پس‌آزمون	۹/۱۵	۸/۸۰	۹/۶۰	۴/۸۰	۸/۰۸
N	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۸۰

در رابطه با فرضیه تحقیق، پس از محاسبه اختلاف نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون هر یک از شرکت‌کنندگان در چهار گروه، آزمون آماری تحلیل واریانس یک‌طرفه انجام شد.

هم‌چنین، نتایج تحلیل واریانس برای انواع اختلاف نمرات دانش‌آموزان در پیش‌آزمون و پس-آزمون، در جدول (۲)، ارائه‌شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، F محاسبه شده، از مقدار بحرانی جدول بیشتر است. ازاین‌رو، اِعمال انواع جمله‌بندی‌های مجدد زمینه‌ای، مفهومی و ترکیب این دو، در تسهیل حل مسائل کلامی ریاضی به‌صورت معناداری مؤثرند. لذا موجب تسهیل حل مسائل کلامی می گردد.؛ بنابراین، فرضیه تحقیق تأیید می شود.

جدول (۲): تحلیل واریانس برای انواع اختلاف نمرات دانش‌آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

منابع تغییرات	df	مجموع مربعات	میانگین مربعات	آماره F	سطح معنی‌داری
جمله‌بندی مجدد	۳	۲۷۲/۹۵۰	۹۰/۹۸۳	۲۳/۹۲۶	۰/۰۰۰۱
خطا	۷۶	۲۸۹/۰۰	۳/۸۰۳		
کل	۷۹	۵۶۱/۹۵۰			

۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مطالعه، به بررسی تأثیر سه نوع تغییر جمله‌بندی مفهومی، جمله‌بندی زمینه‌ای و ترکیب آن‌ها، در تسهیل فرایند حل مسائل کلامی ریاضی پایه دوم راهنمایی پرداخته شد. در جمله‌بندی مجدد مفهومی، مسئله به‌گونه‌ای جرح و تعدیل یافت که روابط معنایی بین داده‌ها (معلوم‌ها) و مجهول‌های مسئله، به‌صورت دقیق‌تر و روشن‌تری نسبت به حالت اولیه و بدون تغییر ساختار

ریاضی آن بیان شدند. درحالی‌که جمله‌بندی مجدد زمینه‌ای، با تغییر دادن زمینه مسئله شکل گرفت. برای تغییر دادن زمینه مسئله هم روش تغییر زمینه بر اساس آشنا نمودن موقعیت توصیف شده در مسئله برای دانش‌آموزان، به کار گرفته شد. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که به‌طورکلی، تغییر جمله‌بندی مسائل کلامی ریاضی، بر تسهیل حل آن‌ها مؤثر است. این تأثیر مثبت، در هر سه نوع تغییر اعمال‌شده یعنی تغییر جمله‌بندی به سه روش زمینه-ای، مفهومی و ترکیب آن‌ها، دیده شد. این نتایج با پیشینه تحقیقات مرور شده ازجمله دی‌کورت و همکاران (۱۹۸۵)؛ دیویس- دورسی و همکاران، (۱۹۹۱)، کامینز (۱۹۹۱) و اریک (۲۰۰۵) هماهنگی دارد؛ اما چیزی که در این تحقیق برای اولین بار تجربه شد، تنوع تغییر در جمله‌بندی مسائل کلامی ریاضی بود. تأثیر جمله‌بندی مجدد متن مسئله، حتی بدون در نظر گرفتن نوع آن، برای دانش‌آموزان مفید است.

۵. جمع‌بندی

باوجود اهمیت مهارت‌های حل مسئله کلامی در ریاضی، تحقیقات این حوزه نشان می‌دهد که بسیاری از دانش‌آموزان، توانایی لازم را برای انجام آن، ندارند، زیرا برای حل مسائل کلامی، علاوه بر دانش ریاضی، به فهم زبانی و درک موقعیتی برای بازنمایی و درک موقعیت توصیف شده در مسئله، نیاز دارند. این مقاله، ضمن معرفی مسائل کلامی ریاضی، به استناد پژوهش‌های انجام شد این حوزه، ریشه اصلی مشکلات دانش‌آموزان را در بازنمایی و فهم ناقص مسائل کلامی، دشواری متن و وجود زمینه‌های ناآشنا در این نوع مسائل دانسته و با مرور ادبیات پژوهشی مربوطه، راهکارهایی برای تسهیل فرایند حل آن‌ها، ارائه نموده است که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از طراحی یا دوباره‌نویسی یک مسئله، شناخت انواع اشتباهات دانش آموزان و ایجاد فهم بهتر از طریق به‌کارگیری انواع جمله‌بندی‌های مجدد زمینه‌ای و مفهومی است. علاوه بر این، در این مقاله بحث شد که در جمله‌بندی مجدد مفهومی، با اصلاح و بهبود ساختار متن مسئله، روابط معنایی، شفاف‌تر بیان می‌شود که این مهم منجر به تسهیل حل مسئله می‌شود. هم‌چنین، در جمله‌بندی مجدد زمینه‌ای، انتخاب زمینه‌ای آشناتر برای مسئله، درک و حل مسئله را آسان‌تر می‌کند. با توجه به نتایج این بررسی‌ها، به مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی پیشنهاد می‌شود که در طراحی و بازنگری مسائل کلامی، با انتخاب زمینه‌های مناسب در هر پایه تحصیلی، تأثیر عوامل زمینه‌ای را در حل مسائل کلامی، بیشتر موردتوجه قرار دهند.

منابع

حق‌وردی، مجید. (۱۳۸۶). *بررسی استراتژی‌های حل مسائل کلامی دانش‌آموزان متوسطه*. پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران.

گال، مردیت؛ بورگ، والتر، گال، جویس. (۱۹۸۵). ۱۳۸۲. *روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی*. ترجمه احمدرضا نصر و همکاران (۱۳۸۲). انتشارات دانشگاه شهید بهشتی و انتشارات سمت.

Adler, M. and Ziglio, E. (1996). *Gazing into the oracle: The Dephi Method and its application to social policy and public health*. Londan: Jessica Kingsley Publishers.

Bautista, D. Mitchelmore, M. and Mulligan, J. (2009). Factors influencing Filipino children's solutions to addition and subtraction word problems. *Educational Psychology*, 29(6), 729-745.

Berger, D. and Wild, J. (1987). A task analysis of algebra word problems. In D. Berger and et al. (Eds.), *Application of cognitive psychology: Problem Solving, Education and Computation*. Lawrence Erlbaum Associates.

Bernardo, A. B. I. (2002). Language and mathematical problem-solving among bilinguals. *The Journal of Psychology*, 136, 283-297.

Braselton. S. and Decker. V. C. (1994). Using graphic organizers to improve the reading of mathematics. *The Reading Teacher*, 48, 276-281.

Boaler, J. (1993). The role of contexts in the mathematics classroom: Do they make mathematics more real? *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 12-17.

Caldwell, J. H. and Goldin, G. A. (1987). Variable affecting word problem difficulty in secondary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(3), 187-196. NCTM.

Carpenter, T. P. Lindquist, M. M. Brown, C. A. Kouba, V. L. Silver. E. A. and Swafford, J. O. (1988). Results of the fourth NAEP assessment of

mathematics: Trends and conclusions. *Arithmetic Teacher*, 36 (4), 38-47.

Cummins, D. D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word-problems. *Cognition and Instruction*, 8, 261-289.

Dunber, C. A. (1995). Children's representations and solutions of subtraction word Problems: The effects of superfluous information in problem texts. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

Davis-Dorsey, J. Ross, S. M. and Morrison, G. R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word-problems. *Journal of Educational Psychology.*

De Cort, E. Verschaffel, L. and De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.

Ednes, K. and Potter, E. (2008). How students "unpack" the structure of a word problem: Graphic representations and problem solving. *School Science and Mathematics*, 108, 184-196.

Eric, C. C. M. (2005). Language proficiency and rewording of semantic structures in P5 pupils' mathematical word problem solving. *The Mathematics Educator*, 9 (10), 84-99.

Fish, L. S. and Busby, D. M. (2005). The Delphi Method. In D. H. Sprenkle and F. P. Piercy (Eds.), Research Methods in Family Therapy (2nd Ed.), pp. 238-253. New: Guilford.

Hart, J. M. (1996). The effect of personalized word problems. *Teaching Children Mathematics*, 2, 504-505.

Haghverdi, M. Shahvarani, A. and Seifi, M. (2011). The examining two approaches for facilitating the process of arithmetic word problem solving. *International Journal for Studies in Mathematics Education.*4(1), 135-148.

Haghverdi, M. Shahvarani, A. and Seifi, M. (2012). The relationship between different kinds of students' errors and required knowledge for solving mathematics word problems. *Bolema-Mathematics Education Bulletin,* 26, 649-665.

Haghverdi, M. (2011). Influence of using strategy concept maps in learning. *Mathematics Scientific Journal*, 6 (2), 29-37.

Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta- analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 242-273.

Huang, H. E. (2004). The impact of context on children's performance in solving everyday mathematical problems with real-world settings. *Journal of Research in Childhood Education*, 18 (4), 278-291.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge it discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological Review*, 95, 163-182.

Kinfong, D. and Holtan, B. (1976). An analysis of children's written solution to word problems. *Journal of Research in Mathematics Education*, 7, 106-121.

Kulm, G. (1984). The classification of problem-solving research variables. In G. A. Goldin and C. E. McClintock (Eds.), *Task variables in mathematical problem solving* (pp. 1-21). Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Ku, H. Y. and Sullivan, H. J. (2002). Student performance and attitudes using personalized mathematics instruction. *Educational Technology Research and Development*, 50(1). 21-34.

Lave, J. (1992). Word problem: A microcosm of theories of learning. In P. Light and G. Butter Worth. (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing*, New York, Harvester Wheatsheaf.

Lopez, C.L. and Sullivan, H.J. (1991). Effects of personalized math instruction for Hispanic students. *Contemporary Educational Psychology*, 16, 95-100.

Mayer, R. E. and Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg and T. Ben-Zeev (Eds.), *the nature of mathematical thinking*, Mahwah, NJ: Lawrence Elrbaum. (pp. 29-53).

Mayer, R. E. (1988). Does the brain have a place in educational psychology? *Educational psychology Review*, 10, 389-396.

Mayer, R. (1992). Teaching of thinking in the sciences and mathematics. In D. F. Halpern (Ed.), *Enhancing thinking skills in the sciences and mathematics* (pp. 95- 115). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associated.

Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsadale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical
tasks. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin*.

Pallm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational studies in mathematics*, 67, 37-58.

Palm, T. (2002). The realism of mathematical school tasks features and consequences. *Unpublished Doctoral dissertation*, Department of Mathematics, Umea University, Sweden.

Riley, M.S. Greeno, J. G. and Heller, J. I. (1983). Development of children's problem- solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.*), the development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Orland, FL: Academic Press.

Silver, E. A. and Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27, 521-539.

Silver, E. (1994). On mathematical problem solving. *For The Learning of Mathematics*, 14, 19-2.

Staub, F. and Reusser, K. (1995). The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In C. A. Weaver; IIII, S. Mannes; and C. Fletcher. (Eds). *Discourse comprehension: Essays in honor of Walter Kintsch* (pp. 285-305). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Seifi, M, Haghverdi, M, and Azizmohamadi, F. (2012). Recognition of students' difficulties in solving mathematical word problems from the

viewpoint of teachers. *Journal of Basic and Applied Scientific Research*. 2(3), 2923-2928.

Stern, E. and Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development*, 7, 259-268.

Vicente, S. Orrantia, J. and Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *British Journal of Educational Psychology,* 77, 829-848.

Wiest, L. (2001). The role of fantasy contexts in word problems. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 74-90.

Wiest, L. (2002). Aspect of word-problem context that influence children's problem- solving performance. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 24(2), 38-52.

Wright, J.P. and Wright, C.D. (1986). Personalized verbal problems: An application of the language experience approach. *The Journal of Educational Research*, 79, 358-362.

Wong. W. K. Wu. S. W. Lee. C. W. and Hsu. W. H. (2007). LIMG: Learning- initiating instruction model based on cognitive knowledge for geometry word problem comprehension. *Computers & Education*. 48, 582-601.

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 47-70

دو فصلنامه **نظریه و عمل در برنامه درسی**
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۷۰-۴۷

رد پای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در ریاضیات مدرسه‌ای در ایران

The trace of realistic mathematics education in the school mathematics in Iran

سهیلا غلام‌آزاد[۱]

S. Gholamazad (Ph.D)

چکیده: در اواخر دهه ۷۰ میلادی، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار (RME) در پاسخ به نهضت ریاضی جدید در امریکا و رویکرد آموزش ریاضی مکانیکی در هلند توسط فرودنتال و همکارانش معرفی شد. بر اساس این رویکرد، برنامه‌های آموزشی باید فرصتی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد تا از طریق انجام دادن فعالیت‌های مناسب، به بازآفرینی ریاضی بپردازند. در سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران نیز ملاحظه می‌شود که در بخش جهت‌گیری‌های کلی در سازمان‌دهی محتوا و آموزشِ حوزه یادگیری ریاضی، بر وجه واقعیت‌مداری برنامه به‌طور ضمنی، تأکید شده است. در این مقاله، ضمن معرفی جنبه‌های مختلف این رویکردِ برنامه‌ای در آموزش ریاضی، به پژوهشی اشاره می شود که به روش تحلیل محتوا انجام شد و مضمون موردنظر برای تحلیل محتوا، واقعی بودن زمینه‌های مورد استفاده در کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ بود.

کلیدواژگان: آموزش ریاضی واقعیت مدار، برنامه درسی ریاضی. ریاضیات ۱، ریاضی ورزی افقی، ریاضی ورزی عمودی.

Abstract: In the late 70's, in reaction to both "New Math" movement in the United States and "mechanistic mathematics education" approach to mathematics education in Netherland, Realistic Mathematics Education (RME) has been introduced by Freudenthal and his colleagues. In this educational approach, Freudenthal considered mathematics as a human activity. Based on this approach, education should give students the opportunity to re-invent mathematics by doing appropriate activities. Recently, the National curriculum of Islamic Republic of Iran has been developed by the Ministry of Education to provide educational policies. In this document, an implicit emphasis on so called "realistic" aspect of the program can be seen in the mathematics curriculum framework section. In this paper, I first, introduce the different aspects of RME, and then this educational approach has been traced in the newly written mathematics textbooks in Iran.

Keyword: Realistic Mathematics Education, Mathematics Curriculum, Mathematics 1 Textbook, Horizontal Mathematization, Vertical Mathematization.

۱. استادیار پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، soheila_azad@yahoo.com

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۸ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۳

مقدمه

دانش آموزان در کلاس درس، نباید دریافت‌کنندگان منفعل ریاضیِ از پیش آماده شده باشند. بلکه باید به سمت استفاده از فرصت‌هایی برای بازآفرینی ریاضی از طریق انجام دادن آن هدایت شوند. این ادعایی بود که هانس فرودنتال[1] (۱۹۹۱)، ریاضیدان هلندی، در تقابل با اشاعه گسترده ایده‌های دوره ریاضی جدید[2] در اواخر دهه ۶۰ میلادی در غرب، مطرح نمود. به گفته ویتمن[3] (۲۰۰۵)، فرودنتال با این انتقاد، به‌عنوان نماینده یک سنت آموزشی، مبتنی بر اینکه **چه** باید تدریس شود و **چرا**، مطرح شد. فرودنتال معتقد بود که ریاضی، باید برای **مفید بودن** تدریس شود و درعین‌حال، تأکید داشت که این مهم، از طریق تدریس **ریاضی مفید**[4] به نتیجه نخواهد رسید، زیرا هر مبحث ریاضی، به‌هرحال در زمینه‌های محدودی می‌تواند مفید باشد (گرومیجر و ترول[5]، ۲۰۰۰). فرودنتال (۱۹۶۸)، سنت تدریس ریاضی محض[6] و بعد، نشان دادن کاربرد آن را مطرود دانسته و معتقد بود که تدریس ریاضی، باید به‌عنوان **ریاضی ورزی**[7] باشد. بر اساس این دیدگاه، فرودنتال ریاضی را یک **فعالیت انسانی**[8] می‌دانست که مانند بیان، نقاشی و نوشتن، هم یک فعالیت طبیعی و هم یک فعالیتِ اجتماعی بشر است (فرودنتال، ۱۹۷۹، نقل شده در فن‌دن‌هیوول-پنهاوزن[9]، ۲۰۰۰). درواقع برای فرودنتالِ ریاضی‌دان، انجام دادن ریاضی به‌مراتب مهم‌تر از ریاضی به‌عنوان یک محصول حاضر و آماده بود. به همین ترتیب، از نقطه نظر او، آموزش ریاضی فرایند انجام دادن ریاضی بود که منجر به یک نتیجه می‌شد و آن نتیجه، ریاضی به‌عنوان محصول بود.

درمجموع، دیدگاه فرودنتال نسبت به آموزش ریاضی را می‌توان چنین خلاصه کرد که ریاضی قبل از هر چیز، به‌عنوان یک فرایند و فعالیت انسانی دیده شود، درحالی‌که انتظار می‌رود این

1 Freudenthal
2 New Math Era
3 Wittmann
4 Useful Mathematics
5 Gravemeijer & Terwel
6 Pure Mathematics
7 Mathematizing
8 Human Activity
9 Van den Heuvel - Panhuizen

فعالیت به تولید ریاضی به‌عنوان محصول نهایی نیز منجر شود. این امر، منجر به طرح این سؤال شد که چگونه می‌توان آموزش ریاضی را شکل داد که این دو هدف را برآورده سازد.

در پاسخ به این سؤال، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار[1] به‌عنوان یک نظریه یاددهی یادگیری در آموزش ریاضی، برای بار اول توسط فرودنتال و همکارانش در هلند معرفی شده و طی چهل سال گذشته، توسعه یافته است. امروزه، این نظریه در کشورهای بسیاری ازجمله انگلستان، آلمان، دانمارک، اسپانیا، پرتغال، آفریقای جنوبی، برزیل، آمریکا، ژاپن و مالزی، در خدمت سیاست‌گذاری‌ها و طراحی‌های برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای قرار گرفته است (دی‌لنگ[2]، ۱۹۹۶). آثار این نظریه به‌عنوان یک رویکرد آموزشی، در محتوای آموزشی ریاضی مدرسه‌ای در ایران نیز مشهود است. در این مقاله، ضمن معرفی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و مقایسه آن با رویکردهای عمده برنامه درسی ریاضی در آن دوران، به بررسی تأثیرات بالقوه رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار در برنامه درسی ملی در حوزه یادگیری ریاضی و به دنبال رد پای آن، در کتاب درسی تازه تألیف ریاضیات ۱، خواهیم پرداخت. این بررسی از آن جهت ضرورت دارد که نویسندگان این بخش از برنامه درسی ملی و متعاقب آن، برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، به‌عنوان اولین محصول تولید شده با رویکرد این بخشِ از برنامه درسی ملی، دلایلی برای تبیین رویکرد آموزشی آن برشمرده‌اند که به‌طور **کلامی**[3]، با نظریه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مشابهت چشمگیری دارد؛ بنابراین، جا دارد که با ویژگی‌های معرفی شده توسط این نظریه، محک زده شود.

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار

به گفته فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن (۲۰۰۱)، در اواخر دهه ۷۰ میلادی، فرودنتال و همکارانش، در اعتراض به نهضت ریاضی جدید در امریکا و رویکرد آموزش ریاضی مکانیکی در هلند، نظریه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را به‌منظور اصلاح فرایند تدریس و یادگیری ریاضی مدرسه‌ای، تبیین نمودند. جنبش اصلاحات آموزش ریاضی در هلند، هم‌زمان با شروع پروژه **ریاضی در**

1 Realistic Mathematics Education: RME
2 De Lange, J.
3 Syntactic

مدرسه ابتدایی[1] در سال ۱۹۶۸ آغاز شد. سپس در سال ۱۹۷۱، مؤسسه توسعه آموزش ریاضی (IOWO)[2] به مدیریت فرودنتال، به‌منظور اجرای این پروژه و هم‌چنین پروژه مشابه برای ریاضی دبیرستان، تأسیس شد. با تأسیس این مؤسسه، این جنبش جدید، انگیزه بیشتری برای ایجاد اصلاحات در آموزش ریاضی پیدا کرد (فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن، ۲۰۱۰). هدف اصلی راه‌اندازی این مؤسسه، بهبود کیفیت آموزش ریاضی در مدارس هلند بود. فعالیت‌های انجام شده در این مؤسسه به ایجاد یک استراتژی تحقیق و یک نظریه آموزش ریاضی به نام آموزش ریاضی واقعیت‌مدار منجر شد (دکینسون و هاگ[3]، ۲۰۱۲). فلسفه زیربنایی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به این شکل مطرح می‌شد که دانش‌آموز، لازم است که درک ریاضی خود را از طریق کار روی زمینه‌هایی که برای او بامعناست، کسب کند.

شکل فعلی ریاضی واقعیت‌مدار، بیشتر از طریق دیدگاه فرودنتال (۱۹۹۱) نسبت به ریاضی مشخص می‌شود. به عقیده او، برای آن‌که ریاضی از ارزش انسانی برخوردار باشد، باید متصل به واقعیت بوده، نزدیک به کودکان بماند و مرتبط با مسائل جامعه باشد. درواقع، به‌جای دیدن ریاضی به‌عنوان موضوعی که باید منتقل شود، فرودنتال بر ایده ریاضی به‌عنوان یک فعالیت انسانی تأکید داشت. او عقیده داشت آموزش باید فرصت **هدایت شده‌ای** در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد تا ریاضی را از طریق انجام دادن، **بازآفرینی** کنند. بر این اساس، در آموزش ریاضی، نمی‌بایست بر ریاضی به‌عنوان یک نظام بسته تأکید شود، بلکه بر فعالیت و فرایند ریاضی ورزی تکیه شود (فرودنتال، ۱۹۶۸). به این ترتیب، فرودنتال در آن زمان، معماری ریاضی بورباکی[4] را به‌عنوان پایه‌ای برای تدریس ریاضی رد کرد، زیرا اعتقاد داشت که تنها راه یادگیری ریاضی،

1 Wiskobas

2 Institute Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (Institute for the Development of Mathematics Education) (IOWO)

نام این مؤسسه که بخشی از دانشگاه اوترخت بود، بعدها به‌عنوان مؤسسه فرودنتال تغییر کرد.

3 Paul Dickinson and Sue Hough

۴ نام مستعار گروهی از ریاضی‌دانان عمدتاً فرانسوی بود که در قرن بیستم، مکتب خاصی در آموزش ریاضی پایه‌گذاری کردند. آن‌ها بر ریاضی دقیق تأکید داشتند و در پیِ بنا نهادن کل ریاضی، بر اساس نظریه مجموعه‌ها بودند.

ابداع دوباره آن تحت راهنمایی‌های مناسب است که البته باید از سال‌های اول آموزش ابتدایی شروع شود و طبعاً طی سال‌های تحصیل، گسترش پیدا کند.

بااین‌حال، اگرچه در اوایل دهه ۷۰ میلادی، در برنامه درسی پیشنهادی فرودنتال که در تقابل با رویکرد ریاضی جدید مطرح شد، تأکید زیادی بر رابطه ریاضی با دنیای واقعی وجود داشت، ولی جنبه‌های ساختاری ریاضی، همچنان جزء ثابت ریاضی واقعیت‌مدار باقی ماند. این توجه، در رساله دکتری آدری تریفرز[1] که تحت راهنمایی فرودنتال نوشته شد، از طریق معرفی دو نوع ریاضی ورزی تصریح شد؛ **ریاضی ورزی افقی**[2] که به جنبه کاربردی ریاضی مربوط می‌شد و **ریاضی ورزی عمودی**[3] که به جنبه محض آن مربوط می‌شد (ویتمن، ۲۰۰۵). فن‌دن‌هیوول-پنهاوزن (۲۰۰۱) به‌طورکلی، این دو نوع ریاضی ورزی را به‌صورت زیر شرح می‌دهد.

ریاضی ورزی افقی؛ که از طریق آن، دانش‌آموزان به انواعی از ابزار ریاضی دست می‌یابند که می‌تواند به آنان، در سازمان‌دهی و حل مسئله در یک موقعیت زندگی واقعی، کمک کند. فعالیت‌های زیر، مثال‌هایی از ریاضی ورزی افقی هستند:

- تشخیص و توصیف ریاضیاتی خاص در یک زمینه کلی
- طراحی، صورت‌بندی و متصورسازی[4] یک مسئله به راه‌های مختلف
- کشف رابطه‌ها، کشف نظم و تشخیص جنبه‌های یکسان در مسائل مختلف (ایزومورفیک)
- تبدیل یک مسئله دنیای واقعی به یک مسئله ریاضی آشنا.

ریاضی ورزی عمودی؛ فرایند سازمان‌دهی دوباره، در خود نظام ریاضی است. فعالیت‌های زیر، نمونه‌هایی از ریاضی ورزی عمودی هستند:

- نمایش یک رابطه در قالب یک فرمول
- قواعد اثبات کردن
- اصلاح و تنظیم مدل‌ها

1 Treffers
2 Horizontal Mathematization
3 Vertical Mathematization
4 Visualization

- استفاده از مدل‌های مختلف
- ترکیب و ادغام مدل‌ها
- صورت‌بندی مدل‌های ریاضی و تعمیم.

او هم‌چنین، از فرودنتال (۱۹۹۱) نقل می‌کند که «ریاضی ورزی افقی، رفتن از دنیای زندگی واقعی به دنیای نمادهاست، درحالی‌که ریاضی ورزی عمودی، به معنای حرکت درون دنیای نمادهاست». اگرچه این تمایز خالی از ابهام به نظر می‌رسد، اما به آن معنا نیست که تفاوت بین این دو دنیا روشن باشد. فرودنتال (همان منبع) هم‌چنین تأکید می‌کند که این دو شکلِ ریاضی ورزی، دارای ارزش برابر هستند. به‌علاوه، باید توجه داشت که ریاضی ورزی می‌تواند در سطوح مختلف درک و فهمِ اتفاق بیفتد.

با وجود توضیحات روشن در مورد ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی توسط فرودنتال، اغلب آموزش ریاضی **واقعیت‌مدار**، به‌عنوان آموزش ریاضی **دنیای واقعی** معرفی شده است. دکینسون و هاگ (۲۰۱۲) معتقدند که این برداشتِ اشتباه، بیشتر در خارج از هلند اتفاق افتاده است و دلیل این برداشت اشتباه را، واژه zich realiseren می‌دانند که ترجمه انگلیسی آن، **تصور کردن**[1] است. آنان توضیح می‌دهند که علت آن‌که اصلاحات آموزش ریاضی هلند، واقعیت‌مدار خوانده شده، ارتباط صِرف آن با دنیای واقعی نبوده، بلکه به دلیل تأکیدی است که این رویکرد، بر ارائه مسائلی دارد که برای دانش‌آموزان، قابل تصور باشد. درواقع، اهمیت آموزش ریاضی واقعیت‌مدار این است که از طریق آن، دانش‌آموزان می‌توانند نسبت به ریاضی خود احساس مالکیت یا تعلق کنند، یا به‌عبارت‌دیگر، ریاضی را از آنِ خود بدانند. در این رویکرد، معماها، دنیای خیالیِ قصه پریان و حتی ریاضی رسمی نیز تا زمانی که در ذهن دانش‌آموزان واقعی و قابل تصور باشند، می‌توانند زمینه مناسبی برای طرح مسائل ریاضی باشند. درنتیجه، باید توجه داشت که واژه **واقعیت‌مدار**، فقط به ارتباط با زندگی واقعی اشاره ندارد، بلکه به موقعیت‌هایی اشاره دارد که در ذهن دانش‌آموزان، واقعی است. به این ترتیب، در عرضه مسائل به دانش‌آموزان، این مطلب به معنای آن است که زمینه مسئله می‌تواند دنیای واقعی باشد،

1 To Imagine

اما همیشه لازم نیست. به گفته دی‌لنگ (۱۹۹۶)، موقعیت‌های مسئله‌ها، می‌توانند به‌عنوان مدل‌سازی یا کاربردها نیز مطرح شوند.

مقایسه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار با سه رویکرد دیگر آموزش ریاضی

برای درک بهتر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و ایجاد تمایز بین آن و سایر رویکردهایی که قبل از آن مطرح شده بودند، استفاده از ایده تریفرز (۱۹۸۷) در مورد ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی، مفید است.

در دهه ۱۹۶۰، رویکرد آموزش ریاضی در هلند، رویکرد مکانیکی[1] (رویکرد سنتی) بود. مشخصه این رویکرد، تمرکز آن بر انجام محاسبات عددی صِرف[2] و توجه بسیار کم به کاربردها بود (فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن، ۲۰۱۰). در این رویکرد، از معلمان انتظار می‌رود به‌طور مستقیم تدریس کنند و برای هر عمل، یک الگوریتم استاندارد به دانش‌آموزان ارائه دهند. یادگیری در این رویکرد، درنتیجه تکرار و تمرین حاصل می‌شود و فعالیت دانش‌آموزان، بر پایه حفظ کردن الگوها یا الگوریتم‌ها تفسیر می‌شود. طبق این رویکرد، خطای دانش‌آموزان زمانی رخ می‌دهد که با مسائلی غیر از مسائلی که قبلاً حفظ کرده بودند، روبرو می‌شوند و درنتیجه، اساساً ریاضی ورزی افقی یا ریاضی ورزی عمودی اتفاق نمی‌افتد.

برعکس در آن زمان، آموزش ریاضی در انگلستان به سمت **تجربه‌گرایی**[3] متمایل شده بود. در این رویکرد، دانش‌آموزان آزاد گذاشته می‌شوند تا بر اساس تجارب خود، به کشف بپردازند و مواد آموزشیِ دانش‌آموزان، از دنیایی که در آن زندگی می‌کنند، تأمین می‌شود و دانش‌آموزان، با موقعیت‌هایی روبرو می‌شوند که در آن‌ها، باید فعالیت‌های ریاضی ورزی افقی انجام دهند (همان منبع). البته تریفرز (۱۹۹۱) تأکید می‌کند که این رویکرد به‌طور کامل تدریس نمی‌شود.

در همان زمان، رویکرد ساختارگرایی[4] بر اساس ایده‌های گروه بورباکی در مورد ریاضی مطرح بود که در ایالات‌متحده امریکا، به شکل‌گیری **جنبش ریاضی جدید** در آنجا، منجر شد. رویکرد ساختارگرایی بر مفاهیم مجرد مانند نظریه مجموعه‌ها، توابع و مبناهای غیر ده متمرکز بود که

1 Mechanistic
2 Bare Numbers
3 Empiristic
4 Structuralism

همگی، نوعی ریاضی ورزی عمودی به حساب می‌آیند. این رویکرد در یک دنیای مجرد که هیچ اشتراکی با دنیای زندگی واقعی یادگیرندگان ندارد، ارائه می‌شود.

در جستجوی جایگزینی برای رویکرد مکانیکی به برنامه درسی ریاضی، هلند هیچ‌یک از رویکردهای تجربی یا ساختارگرایی را دنبال نکرد. به‌طور مشخص، مخالفت فرودنتال با رویکردهای ریاضی جدید، در هلند فرصتی ایجاد شد تا برنامه درسی ریاضی در جهت دیگری قدم بردارد که نهایتاً، منجر به رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار شد. در این رویکرد، موقعیت دنیای واقعی یا مسئله زمینه‌مدار، به‌عنوان نقطه شروع یادگیری در نظر گرفته می‌شود. سپس از طریق فعالیت‌های ریاضی ورزی افقی، **کشف** اتفاق می‌افتد. این بدان معناست که دانش‌آموزان، مسئله را سازمان‌دهی نموده و سعی می‌کنند که جنبه‌های ریاضی مسئله را تشخیص دهند و قواعد و رابطه‌ها را کشف کنند. آنگاه با استفاده از ریاضی ورزی عمودی، دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را توسعه می‌دهند.

تریفرز (۱۹۸۷، ص. ۲۵۱)، تفاوت این چهار رویکرد را در جدول (۱) خلاصه می‌کند.

جدول (۱): مقایسه چهار رویکرد عمده به آموزش ریاضی

رویکرد آموزش ریاضی	ریاضی ورزی افقی	ریاضی ورزی عمودی
مکانیکی	-	-
تجربی	+	-
ساختارگرایی	-	+
واقعیت‌مدار	+	+

در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مسائل زمینه مدار اهمیت بسیار زیادی دارند و از این نقطه نظر، در مقابل رویکرد مکانیکی سنتی در آموزش ریاضی قرار می‌گیرد. در رویکرد مکانیکی، مسائل زمینه‌مدار، بیشتر برای جمع‌بندی فرایند یادگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند. به‌عبارت‌دیگر، مسائل زمینه‌مدار فقط به‌عنوان **کاربرد** عمل می‌کنند، یعنی در حل مسائل زمینه‌مدار، انتظار می‌رود دانش‌آموزان آنچه را که قبلاً در یک موقعیت مجرد آموخته‌اند، به کار ببرند.

حال‌آنکه در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، شرایط متفاوت است و مسائل زمینه‌مدار، به‌عنوان منبعی برای فرایند یادگیری عمل می‌کنند. به‌عبارت‌دیگر، در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مسائل زمینه‌مدار و موقعیت‌های زندگی واقعی، هر دو برای تشکیل مفاهیم ریاضی و به کار بردن آن مفاهیم، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوع آموزش، دانش‌آموزان ضمن کار با مسائل زمینه‌مدار، می‌توانند ابزار درک و فهم ریاضی را توسعه دهند. بدین ترتیب که دانش‌آموزان، ابتدا راهبردهایی را تولید می‌کنند که با زمینه مسئله، ارتباط نزدیک دارند. بعد از آن، جنبه‌های خاصی از موقعیت زمینه مسئله، می‌تواند عمومیت بیشتری پیدا کند؛ یعنی زمینه مسئله، می‌تواند کم و بیش مشخصه یک مدل را به خود بگیرد و در این صورت، می‌تواند برای حل کردن سایر مسائل مرتبط با آن، کمک کند. عاقبت، این مدل‌ها دستیابی دانش‌آموزان را به دانش ریاضیِ رسمی‌تر، امکان‌پذیر می‌سازد.

ویژگی‌های آموزش ریاضی واقعیت‌مدار

از لحاظ تاریخی، مشخصه‌های آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، به سطوح یادگیری ریاضی فن هیلی[1] مربوط می‌شود. به عقیده فن‌هیلی (به نقل از دی‌لنگ،۱۹۹۶)، فرایند یادگیری طی سه سطح تفکر حاصل می‌شود. در سطح اول، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان، بتوانند ویژگی‌های شناخته شده الگویی را که برای آن‌ها آشناست، دست‌کاری کنند. پس از آن‌که دانش‌آموزان توانستند آن ویژگی‌ها را به هم مرتبط کنند، به سطح دوم تفکر رسیده‌اند. بالاخره، وقتی یادگیرندگان، شروع به دست‌کاری ویژگی‌های ذاتیِ رابطه‌ها کنند، به سطح سوم تفکر در فرایند یادگیری می‌رسند. با این توصیف، در رویکرد واقعیت‌مدار، آموزش ریاضی از سطح اول شروع می‌شود، درحالی‌که آموزش مکانیکی، عمدتاً از سطح دوم یا سوم آغاز می‌شود.

ریاضیات واقعیت‌مدار، برای شروع در سطح اول که با پدیده‌های آشنا برای دانش‌آموزان سر و کار دارد، مبتنی بر دیدگاه پدیده‌شناسی آموزشی[2] فرودنتال است که بر اساس آن، یادگیری از مسائل زمینه‌مدار شروع می‌شود. علاوه بر آن، بازآفرینی‌های هدایت شده و ریاضی ورزی‌های پیشرفته، حرکت دانش‌آموزان را از یک سطح تفکر به سطح بعدی، تسهیل می‌کنند.

1 Van Hiele
2 Didactical phenomenology

درمجموع، ترکیبِ سه سطح یادگیری فن‌هیلی با پدیده‌شناسی آموزشی فرودنتال و ریاضی ورزی پیشرفته تریفرز، پنج ویژگی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را نتیجه می‌دهد:

- اکتشاف پدیده شناسانه یا استفاده از زمینه‌ها؛
- استفاده از مدل‌ها یا ابزارهای ریاضی ورزی عمودی؛
- استفاده از تولیدها، تعبیرها دستاوردهای خود دانش‌آموزان؛
- ویژگی تعاملی فرایند تدریس یا به‌طور مشخص تعامل؛
- درهم تنیدگی مسیرهای متنوع یادگیری.

بازتاب رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در پژوهش‌های آموزش ریاضی

بررسی تحقیقات آموزش ریاضی، حاکی از تأثیرات مثبت جنبش اصلاحات ریاضی واقعیت‌مدار در موقعیت‌های مختلف است. برای مثال، در ایالات‌متحده امریکا، کتاب‌های **ریاضی در زمینه**[1] برای پایه‌های تحصیلی ۵ تا ۸، بر اساس رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار تألیف شده و در مدارس متعدد چندین ایالت در این کشور، مورد استفاده قرار گرفت. تحقیقات انجام شده نشان داد دانش‌آموزانی که از این کتاب‌ها استفاده کرده بودند، از پیشرفت تحصیلی بالایی در آزمون سنجش ملّی پیشرفت تحصیلی آموزش[2] برخوردار بودند (رامبرگ و دی‌لنگ، ۱۹۹۸). هم‌چنین، موفقیت چشمگیر دانش‌آموزان هلندی در آزمون تیمز، ازجمله نشانه‌های دیگر موفقیت رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار به‌حساب می‌آید (فن‌دن‌هیویل-پنهاوزن، ۲۰۰۰، به نقل از مولیس و همکاران[3]، ۱۹۹۷.)

به‌علاوه، می‌توان به تحقیقاتی از کشورهای دیگر اشاره کرد که بر کارایی مثبت مداخله‌های آموزشیِ مبتنی بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار اشاره دارند. به‌عنوان نمونه، اوزل و یانگور[4] (۲۰۰۶) در پژوهشی که روی دانش‌آموزان پایه هفتم در ترکیه انجام دادند، نشان دادند که به‌کارگیری رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، باعث ایجاد نگرش مثبت دانش‌آموزان نسبت به ریاضی می‌شود. از این گذشته، در پی بهبود آموزش ریاضی در اندونزی، هادی، پلومپ و

1 Mathematics in Context
2 National Assessment for Educational Progress: NAEP
3 Mullis et al.
4 Devrim Uzel and Sevinc Mert Uyangor

سوریانتو[1] (۲۰۰۲) در پژوهشی، اقدام به معرفی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به معلمان ریاضی دوره اول متوسطه[2] کردند. این پژوهش با شرکت ۴۴ معلم و با تأکید بر طراحی و ارزیابی برنامه آموزش ضمن خدمت[3]، در جهت بهبود صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان از سال ۱۹۹۹، به اجرا درآمد. نتایج این مطالعه، حاکی از تأثیرات مثبت آن برنامه، بر دانش عملی معلمان[4] نسبت به رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار و امکان کاربست آن در مدارس متوسطه اول در کشور اندونزی بود.

تحول در آموزش و پرورش ایران

در دو سال گذشته، شاهد رونمایی از دو سند تولید شده توسط وزارت آموزش و پرورش در ایران بوده‌ایم که اولی سند تحول بنیادین آموزش و پرورش در سال ۱۳۹۰ و متعاقب آن، برنامه درسی ملّی جمهوری اسلامی ایران در سال ۱۳۹۱ است. در برنامه درسی ملی، ریاضیات به‌عنوان یکی از یازده حوزه تربیت و یادگیری در نظر گرفته شده است. تولیدکنندگان این برنامه، در مورد ضرورت و کارکرد این حوزه آورده‌اند:

> *ریاضیات و کاربرد آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. ریاضیات، موجب تربیت افرادی خواهد شد که در برخورد با مسائل بتوانند به‌طور منطقی استدلال کنند، قدرت تجزیه و انتزاع داشته باشند و درباره پدیده‌های پیرامونی تئوری‌های جامع بسازند. وجه مهم ریاضی توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی-طبیعی، اقتصادی، اجتماعی است. توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد (ص. ۳۳.)*

1 Sutarto Hadi, Tjeerd Plomp & Suryanto
2 Junior High School
3 In- service Education for Indonesia Mathematics Teachers (IndoMath)
4 Practical Knowledge

با توجه ضرورت و کارکرد حوزه یادگیری ریاضی در کلان برنامه درسی ملی، ملاحظه می‌شود آنچه بیشتر موردنظر برنامه‌ریزان قرار داشته، **کاربرد** ریاضی است؛ چنان‌که به‌عنوان هدف اساسی این حوزه یادگیری آورده‌اند که «توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد». بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که تأکید برنامه درسی ملی در جهت‌گیری برنامه درسی حوزه یادگیری ریاضی، از تجرید به سمت واقعیت است. این جهت‌گیری، نشان از تأثیرات رویکرد مکانیکی به برنامه درسی ملی ریاضی دارد. درحالی‌که در جهت‌گیری‌های کلی در سازمان‌دهی محتوا و آموزش حوزه یادگیری ریاضی آورده‌اند:

> *در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگون به دست آورند. ... یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی وقتی رخ می‌دهد که دانش‌آموزان خودشان در طی حل یک مسئله قابل‌توجه به آن مفاهیم رسیده باشند و خودشان آن مفاهیم را ساخته باشند (ص. ۳۴.)*

بااین‌وجود، همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در سازمان‌دهی محتوا و آموزش در حوزه یادگیری ریاضی، برخلاف رویکردی که در مورد ضرورت و کارکرد حوزه یادگیری ریاضی اتخاذ شده است، تأکید بر جهت‌گیری از واقعیت به سمت تجرید است که می‌توان آن را ناشی از تأثیرات رویکرد نظری آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در حوزه یادگیری ریاضی دانست.

این تضاد که نشان‌دهنده عدم انسجام نظری برنامه است، می‌تواند موجبات اختلال در برنامه‌ریزی‌های بعدی را برای تدریس و یادگیری ریاضی ایجاد کند. همان‌طور که گویا (۱۳۸۹) در نقد نگاشت سوم برنامه درسی ملی مطرح می‌کند، هر رویکردی که در برنامه درسی انتخاب شود، می‌توان از سایر رویکردها به‌صورت راهبرد و تکنیک استفاده نمود؛ اما نکته مهمِ برنامه‌ای این است که جمع دو رویکرد نظری متضاد، تقریباً امکان‌پذیر نیست. ولی به گفته مدیر گروه

ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری، باوجوداین تناقض نظری، سند راهنمای برنامه درسی ریاضی از پایه اول ابتدایی تا آخر متوسطه، تدوین شده است و این سند که در شورای هماهنگی علمی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی تصویب شده است، مبنای تغییر کتاب‌های درسی ریاضی بوده است (گفت‌وگوی رضایی با وحید عالمیان، ۱۳۹۲). به گفته وی، در برنامه تهیه شده، رویکرد حل مسئله حاکم بوده است، «یعنی مثلاً مفهوم‌سازی از همان اول، با حل مسئله شکل بگیرد. با طرح داستان، با طرح مسئله‌های مختلف اتفاق بیفتد.» (همان منبع، ص. ۳۱.)

این بحث‌ها که با رویکرد نظری آموزش ریاضی واقعیت‌مدار همسو هستند، پژوهشگر را بر آن داشت تا برای نمونه، رد پای این ادعاها را در کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، دنبال کند. لذا هدف این پژوهش این است که بررسی شود که تا چه حد، مسائل واقعی در این کتاب تازه تألیف، واقعی و به تجربه‌های دانش‌آموزان، نزدیک‌اند.

روش پژوهش

این مطالعه، به روش تحلیل محتوا انجام شد. مضمون موردنظر برای تحلیل محتوا یا واحد تحلیل در این مطالعه، واقعی بودن زمینه‌های مورد استفاده در کتاب‌های تازه تألیف و نزدیک بودن آن‌ها به تجربه‌های دانش‌آموزان بود. برای این منظور، کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ که در پایه اول دوره متوسطه تدریس می‌شود، مورد بررسی قرار گرفت. انتخاب کتاب ریاضی سال اول متوسطه به دلیل آن انجام شد که در جریان تحولات اخیر، اولین کتابی بود که تألیف آن، مبتنی بر برنامه جدید بود و در سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷، وارد نظام آموزشی کشور شد. این کتاب طی چند سال اجرای آن، بازخوردهای فراوانی را دریافت کرده و بر اساس آن، جرح و تعدیل‌شده است. بدین‌جهت، کتاب ریاضیات ۱ تازه تألیف را می‌توان محصول نهایی تولیدکنندگان آن در نظر گرفت و از منظر فوق، مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

تحلیل محتوای کتاب ریاضیات ۱

در ابتدای کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ (بخشعلی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۰)، در بخش سخنی با دانش‌آموزان آمده است:

یکی از اهداف کتاب آن است که شما بتوانید ریاضی را به شکلی معنادار درک کنید و توانایی به‌کارگیری آن را در حل مسائل روزمره پیدا کنید.

در اینجا ملاحظه می‌شود که مؤلفان کتاب، صراحتاً جهت‌گیریِ از تجرید به سمت واقعیت را مدنظر داشته‌اند. البته در ادامه، این نکته را مورد تأکید قرار داده‌اند که:

ریاضی صرفاً علمی برای محاسبات روی اعداد نیست. ریاضی زبان علم است و کار اصلی آن بیان پدیده‌های واقعی محیط اطراف خود ماست. شما باید بتوانید مفاهیم ریاضی را در محیط اطراف خود ببینید و پدیده‌های ساده را به زبان ریاضی بیان کند. این عمل مسائل مطرح شده در محیط واقعی را به مسئله‌ای ریاضی تبدیل می‌کند. پس از حل مسئله در ریاضی باید به محیط واقعی برگردید و جواب‌های به‌دست‌آمده را به‌درستی تفسیر کنید. در هر جای کتاب که امکان‌پذیر بوده است، چنین روندی از حل یک مسئله واقعی انجام شده است و شما با حل این مسائل خواهید دید که چگونه می‌توانید آموخته‌های ریاضی خود را به کار برید و مسائل مهمی را حل کنید.

در رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، چنین تأکیدی به معنای ریاضی ورزی افقی و اهمیت آن است. به‌این‌ترتیب، ملاحظه می‌شود که تأکید برنامه، بر کارآیی ریاضی در حل مسائل واقعی و اهمیت یادگیری آن برای دانش‌آموزان است. اگرچه در این قسمت، ادعایی در زمینه واقعیت‌مدار بودن رویکرد آموزشی این کتاب مطرح نشده است، ولی با توجه به توصیه‌هایی که به دانش‌آموزان شده که «مسائل مطرح شده در محیط واقعی را به مسئله‌ای ریاضی» تبدیل کنند و «پس از حل مسئله در ریاضی»، از آن‌ها خواسته شده که «به محیط واقعی» برگشته و «جواب‌های به‌دست‌آمده را به‌درستی تفسیر» کنند، رد پای این دیدگاه در این کتاب، به‌وضوح دیده می‌شود. وقتی مؤلفان به‌صراحت ذکر کرده‌اند که «در هر جای کتاب که امکان‌پذیر بوده است، چنین روندی از حل یک مسئله واقعی انجام شده است و شما با حل این مسائل خواهید دید که چگونه می‌توانید آموخته‌های ریاضی خود را به کار برید و مسائل مهمی را حل کنید»، واقعی بودن مسائل واقعی (زمینه‌مدار) مطرح شده در کتابِ درسی ریاضی، پیش‌فرضی ضروری است.

همچنان که دی‌لنگ (۱۹۹۶) اشاره می‌کند، در رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، می‌توان مسائل زمینه‌مدار بسیاری را در شروع آموزش هر مبحث، با محتوای آموزشی آن تلفیق نمود. کما این‌که در کتاب ریاضیات ۱ نیز، شاهد طرح مسائل زمینه‌مدار متنوعی در شروع اکثر مباحث هستیم.

کتاب ریاضیات ۱، در ۹ فصل تنظیم شده است. هر فصل کتاب، از بخش‌های متنوعی شامل لوحه اول فصل، متن درس، فعالیت، تمرین در کلاس، مثال حل شده، مسائل و خواندنی‌ها تشکیل شده است. در لوحه‌های اول هر فصل، تلاش شده تا با ارائه تصویری مرتبط با موضوعات واقعی و طرح یک سؤال، در مخاطب ایجاد انگیزه کند. بر این اساس، استنباط می‌شود که به نظر مؤلفان، درک مفاهیم ریاضی از طریق تجربه‌های واقعی بسیار اهمیت دارد و می‌تواند انگیزه‌ای قوی در دانش‌آموزان ایجاد کند. البته در اینجا باید توجه داشت که ازنقطه‌نظر برنامه‌ای، انتظار می‌رود مطالب هر فصل نیز، مخاطب را به سمت پاسخگویی به سؤال مطرح شده در لوحه مربوطه، هدایت یا تشویق کند.

تحلیل محتوای کتاب ریاضیات ۱ از منظر واقعی بودن موقعیت مسئله

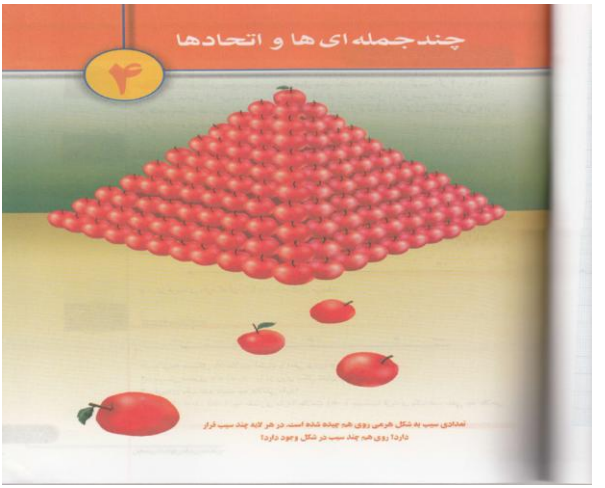
در مطالعه حاضر، از سه ویژگی که به اعتقاد فرودنتال، ریاضی را از ارزش انسانی برخوردار می‌کند و آن را یک فعالیت انسانی به حساب می‌آورد، برای تحلیل محتوای مسائل **واقعی** (زمینه مدار) کتاب ریاضیات ۱، استفاده شد. این سه ویژگی، الف) متصل به واقعیت بودن، ب) نزدیک به دانش‌آموزان ماندن و ج) مرتبط با مسائل جامعه بودن است که به‌عنوان ملاک واقعی بودن موقعیت مسئله، در نظر گرفته شد. برای هرکدام از موارد هم به دلیل محدودیت مقاله، تنها به چند مثال معرف[1]، بسنده شده است.

الف) متصل به واقعیت بودن

در اکثر فصل‌های این کتاب، هدف **متصل به واقعیت بودن** برآورده نشده است. به‌عنوان نمونه، در لوحه فصل ۴، چینش هرمی شکلی از تعداد زیادی سیب، طراحی شده است و در زیر آن، این سؤال مطرح شده است:

1Representative

تعدادی سیب به شکل هرم روی هم چیده شده است. در هر لایه چند سیب قرار دارد؟ روی هم چند سیب در شکل وجود دارد؟ (ص. ۷۳.)



در این صفحه، تنها چیز واقعی، نام سیب است! زیرا ایجاد چنین چینشی، به تجربیاتِ واقعی مخاطبِ کتاب، حتی نزدیک هم نیست و تنها در قالب نقاشی، می‌توان آن را مشاهده کرد. ضمن آن‌که پاسخ سؤال مطرح شده، مجموع مربعات اعداد ۱ تا ۱۱ به‌اضافه ۴ است که محاسبه آن از طریق چندجمله‌ای‌ها و اتحادها (موضوع فصل ۴)، انجام نمی‌شود.

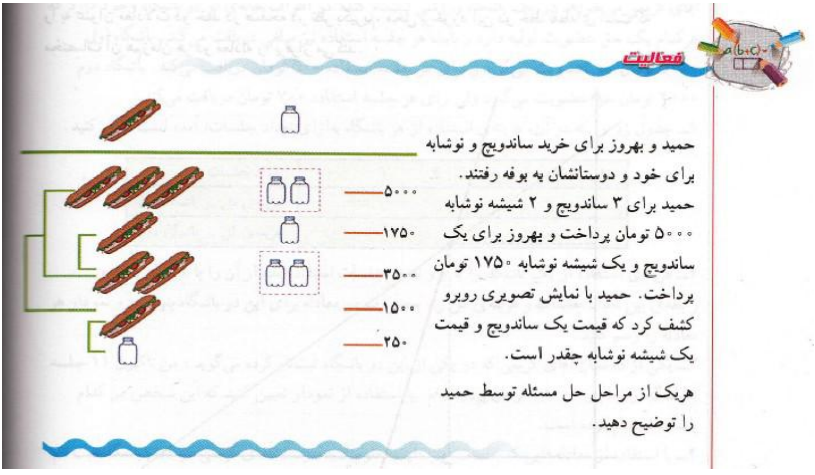
ب) نزدیک به دانش‌آموزان ماندن

در این مطالعه، خواندنی‌ها شامل آشنایی با دانشمندان و مطالب تاریخی در نظر گرفته شده است. در پژوهشی که توسط گویا و حسن‌پور (۱۳۹۲) انجام شد، این مطالب از منظر مدرسان کتاب ریاضیات ۱ تحلیل شده است. پژوهش آن‌ها نشان داد که مدرسان این کتاب، ضمن تأکید بر اهمیت پرداختن به چنین مطالبی در کتاب درسی و سودمندی این‌گونه مطالب برای دانش‌آموزان، مطالب تاریخی ارائه شده در کتاب ریاضیات ۱ را مناسب مخاطب کتاب برآورد نکردند. به گفته معلمان شرکت کننده در آن پژوهش، ادبیات و موضوعات مطرح شده با تجربیات دانش‌آموزان همخوانی ندارد تا جایی که حتی بسیاری از آن‌ها، روخوانی این مطالب را هم برای مخاطبان کتاب سخت و ثقیل ارزیابی کرده‌اند. آنان به‌عنوان نمونه، به سؤالی از کتاب مفتاح‌المعاملات به شرح زیر اشاره نمودند.

بازرگانی یک درهم به غلامش داد و گفت که به بازار برو و به اندازه یک درهم خربزه بخر و به باربر بده تا بیاورد. هزینه بیست خربزه یک درهم است و باربر شصت خربزه را با یک درهم به مقصد می‌رساند. غلام رفت و خربزه خرید و به همراه باربر آورد. غلام چند خربزه آورده است؟ (ص. ۱۰۳.)

گویا و حسن‌پور (۱۳۹۱)، توضیح می‌دهند که این سؤال نه‌تنها با تجارب واقعی مخاطبان کتاب همخوانی ندارد، بلکه به نظر مدرسان کتاب، هدف آموزشی آن روشن نیست و با توجه به سطح مفاهیم و مباحث کتاب، نسبتاً سخت است. درواقع، از منظر آموزش ریاضی زمینه‌مدار، این مثال و مشابه آن‌که به کثرت در کتاب درسی موردبررسی وجود دارد، فاقد ویژگی نزدیک به دانش‌آموزان ماندن است.

درجایی دیگر، در بحث حل دستگاه معادلات خطی دو مجهولی، (ص. ۱۳۴) فعالیت زیر ارائه شده است.



در این فعالیت، دانش‌آموزان با موقعیتی ملموس روبه‌رو می‌شوند که در آن، زمینه‌سازی لازم برای کشف روش حذفی در حل دستگاه معادلات خطی انجام شده است. اگرچه انتظار می‌رفت قیمت‌های مطرح شده در فعالیت با واقعیت‌های جاری جامعه همخوانی داشته باشد تا دانش‌آموز

نسبت به آن، احساس نزدیکی کند و آن را به‌عنوان مسئله‌ای واقعی، بپذیرد؛ زیرا همان‌طور که قبلاً اشاره شده، به عقیده فرودنتال، شرط آن‌که مسئله‌ای از ارزش انسانی برخوردار باشد، این است که ضمن واقعی بودن، به تجربه‌های دانش‌آموز مربوط بوده و با مسائل جامعه همخوانی داشته باشد، درحالی‌که این مسئله، فاقد این ویژگی است.

ج) مرتبط با مسائل جامعه بودن

در متن آغازین مبحث نماد علمی در کتاب ریاضیات ۱، (ص. ۶۰) آمده است:

> *آیا می‌دانید دور کره زمین در استوا چند متر است؟ اندازه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که این طول تقریباً ۴۰،۰۰۰،۰۰۰ متر است. اگر طول هر مورچه یک میلی‌متر باشد، چند مورچه لازم است تا با هم دور کره زمین در استوا را بپوشانند؟ چون هر متر ۱۰۰۰ میلی‌متر است، پس ۴۰،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰ مورچه برای این کار لازم است. آیا می‌توانید این عدد را بخوانید؟ این عدد چند صفر دارد؟*

اگرچه همه دانش‌آموزان مورچه را می‌شناسند و درک شهودی خوبی از اندازه مورچه دارند، ولی استفاده از مورچه برای پوشاندن دور کره زمین، یکی از غیرواقعی‌ترین موقعیت‌هایی است که هیچ‌گونه ارتباطی با مسائل جامعه نمی‌تواند داشته باشد. این مهم، از چشم مدرسان این کتاب نیز، دور نمانده است. همچنان که در پژوهشی که گویا و حسن‌پور (۱۳۹۲) انجام دادند، مدرسان ریاضیات ۱، کم‌دقتی و کج سلیقه‌گی را در انتخاب زمینه‌های واقعی به‌طور بالقوه، باعث ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان دانسته‌اند. آنان در ادامه، به‌عنوان نمونه‌ای از این کج سلیقه‌گی‌ها در انتخاب زمینه مسئله، به مثال حل شده کتاب ریاضیات ۱، (ص. ۳۳) برای درک مفهوم تساوی مجموعه‌ها اشاره کرده‌اند. در این مثال، مجموعه غذاهای خورده شده توسط دو دوست، علی و حسن، به‌عنوان مجموعه‌های مساوی معرفی شده است. کم‌دقتی موجود در ذات این مثال ازنقطه‌نظر ریاضی، می‌تواند زمینه‌ساز بدفهمی‌های عمیقی در درک دانش‌آموزان از مفهوم تساوی مجموعه‌ها شود.

یکی دیگر از نمونه‌های معرف برای نشان دادن عدم ارتباط این به‌اصطلاح **واقعیت‌ها** با **مسائل جامعه**، مثالی است که در متن آغازین مبحث نامساوی در کتاب (ص. ۱۹۰)، به‌عنوان تجربه حسن آقا به‌عنوان یک خواربارفروش در کار با یک ترازوی دو کفه، اشاره شده است.

نامساوی

حسن‌آقا یک خواربارفروشی دارد. او برای به‌دست آوردن وزن اجناس از یک ترازوی دوکفه‌ای به شکل زیر استفاده می‌کند.

اما، معمولاً وزن اجسام، با استفاده از وزنه‌هایی که حسن‌آقا در اختیار دارد به طور دقیق قابل تعیین نیستند و با هرگونه وزنه‌گذاری روی کفه‌های ترازو، هر دفعه یک طرف سنگین‌تر می‌شود.
روزی او برای تعیین وزن پسته‌ای، حدس زد این بسته حدوداً ۳ کیلوگرم وزن دارد و سه وزنه یک کیلوگرمی در یک کفه قرار داد و بسته را در کفه دیگر قرار داد. کفه ترازو در طرف وزنه‌ها، پایین آمد و حسن‌آقا نتیجه گرفت بسته سبک‌تر است و وزن بسته کمتر از ۳ کیلوگرم است.

استفاده از ترازوی دو کفه به‌عنوان یک ابزار دست‌ورزی در کلاس درس برای درک مفهوم معادلات و نامعادلات، می‌تواند مفید باشد؛ اما اگرچه در دهه‌های گذشته، این ابزار در فروشگاه‌های مختلف به‌وفور مورد استفاده قرار می‌گرفت، امروزه با گسترش استفاده از ترازوهای دیجیتالی، دانش‌آموزان امکان اندکی برای آشنایی با ترازوی دو کفه در تجربه‌های زندگی روزمره خود دارند. لذا پیش‌فرض آشنایی دانش‌آموزان با این ابزار و درنتیجه واقعی بودن موقعیت این مسئله برای دانش‌آموزان و مرتبط بودن موقعیت این مسئله با مسائل جاری مطرح در جامعه، عملاً موضوعیت ندارد.

نقش و توزیع مسائل زمینه‌مدار (واقعی) در کتاب ریاضیات ۱

نقش و توزیع مسائل زمینه‌مدار (واقعی) در این کتاب، دارای اهمیت است و اگرچه مقصود از این مطالعه، بررسی کمی مسائل زمینه‌مدار در کتاب ریاضیات ۱ نبوده است، بااین‌وجود، داشتن اطلاعات کلی در این مورد، تصویر دقیق‌تری از این کتاب، به دست می‌دهد و جمع‌بندی مناسبی برای این تحلیل است تا در پژوهش‌های بعدی، با جزئیات به آن پرداخته شود. بدین سبب، تعداد

مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در کتاب ریاضیات ۱ به تفکیک بخش‌های هر فصل کتاب، در جدول (۲) آمده است.

جدول (۲): تعداد مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در بخش‌های مختلف هر فصل از کتاب ریاضیات ۱

بخش‌ها / فصل‌ها	متن درس		فعالیت		تمرین در کلاس		مثال حل شده		مسائل		مجموع
	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	
اعداد و نمادها	۲	٪۲۵	۰	–	۰	–	۰	–	۳	٪۱۲	۵
مجموعه‌ها	۲	٪۲۸/۵	۰	–	۳	٪۱۳	۸	٪۲۴/۲	۲	٪۱۲/۵	۱۵
توان‌رسانی و ریشه‌گیری	۲	٪۶۶/۶	۱	٪۱۱	۰	–	۲	٪۹	۱	٪۴/۸	۶
چندجمله‌ای‌ها و اتحادها	۰	–	۰	–	۰	–	۰	–	۰	–	۰
معادلات درجه اول و معادله خط	۴	٪۴۴/۴	۴	٪۳۰/۷	۳	٪۱۱	۳	٪۲۷/۳	۸	٪۲۳/۵	۲۲
نسبت‌های مثلثاتی	۴	٪۶۶/۶	۱	٪۲۵	۰	–	۰	–	۷	٪۳۷	۱۲
عبارت‌های گویا	۱	٪۲۵	۱	٪۱۰۰	۳	٪۱۱	۰	–	۱	٪۳/۳	۶
معادلات درجه دوم و حل آن‌ها	۱	٪۵۰	۰	–	۱	٪۲۰	۱	٪۶/۶	۱	٪۶/۶	۴
نامعادلات درجه اول	۱	٪۵۰	۱	٪۵۰	۱	٪۲۰	۲	٪۳۳/۳	۲	٪۲۲/۲	۷

جدول (۲) نشان می‌دهد که نظم خاصی در توزیع مسائل زمینه‌مدار در بخش‌های مختلف کتاب به چشم نمی‌خورد و به نظر می‌رسد که طرح این مسائل در بخش‌های مختلف کتاب، از رویکرد آموزشیِ خاصی تبعیت نمی‌کند. به‌عنوان نمونه‌ای از این ناهمگونگی، ملاحظه می‌شود که در فصل ۴، حتی یک مورد مسئله زمینه‌مدار مطرح نشده است. بررسی انجام شده این شُبه را ایجاد می‌کند که شاید ازنظر مؤلفان این کتاب، مباحث چندجمله‌ای‌ها و اتحادها، هیچ کاربردی در دنیای واقعی ندارند که البته چنین نیست. هم‌چنین، در مقایسه تعداد مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در فصل‌های مختلف کتاب، ممکن است این برداشت ایجاد شود که مثلاً معادلات درجه اول و معادله خط، به تجربه‌های دانش‌آموزان نزدیک‌تر است تا بحث اعداد و نمادها که باز هم این برداشت، پشتوانه پژوهشی یا تجربی قابل عرضه‌ای ندارد.

بحث پایانی

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، یک نظریه یاددهی و یادگیری در آموزش ریاضی است که ابتدا در هلند مطرح شد. این نظریه بر این ایده استوار است که ریاضی، یک فعالیت انسانی است و باید به واقعیت مربوط شود. در این خصوص، تأکید بر **واقعی بودن ریاضی برای یادگیرنده** ضرورت دارد. در چارچوب ریاضی واقعیت‌مدار، زمینه دنیای واقعی به‌عنوان منبع ایجاد و توسعه مفهوم و به‌عنوان محدوده کاربرد از طریق فرایند ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در چنین شرایطی، زمینه زندگی واقعی، نقطه شروع یادگیری است و مدل‌ها، به‌عنوان پلی بین تجرید و واقعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند. بر اساس رویکرد واقعیت‌مدار، آموزش ریاضی به‌عنوان بازآفرینیِ هدایت شده سازمان‌دهی می‌شود؛ یعنی فضایی ایجاد می‌شود که در آن، دانش‌آموزان بتوانند فرایندی را که ریاضی، از طریق آن ابداع شده است، تجربه کنند و از این طریق، محصول یا راهبردی که درنتیجه انجام دادن ریاضی به دست می‌آورند، متعلق به خود بدانند.

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در دهه‌های گذشته، نویدبخش ارتقای یادگیری ریاضی بوده است. اگرچه امروزه این‌گونه نیست که همه کلاس‌های درس، طبق اصول آموزش ریاضی واقعیت‌مدار تدریس شوند، یا حتی هر کتاب درسی که به‌عنوان آموزش ریاضی واقعیت‌مدار معرفی می‌شود، بر طبق اصول آموزش ریاضی واقعیت‌مدار نوشته شده باشد؛ اما این حقیقت، به‌وضوح مشاهده

می‌شود که از زمان معرفی و توسعه این رویکرد آموزشی، سازمان‌دهی محتوای کتاب‌های درسی ریاضی، به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای تغییر کرده است.

اگرچه در برنامه درسی ریاضی ایران، ادعایی مبتنی بر واقعیت‌مداری رویکرد آموزشی/ برنامه‌ای آن مطرح نشده است، بااین‌وجود، در ایران نیز برنامه و کتاب‌های درسی ریاضی، متأثر از بحث‌های مطرح در این رویکرد نظری، تحولاتی داشته است که رد پای آن را می‌توان در مواد آموزشی مختلف در نظام آموزشی کشور، مشاهده نمود. نتایج مطالعه حاضر، در بررسی اجمالی اسناد آموزش و پرورش و کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، حاکی از گرایش برنامه‌ریزان کتاب‌های درسی ریاضی در ایران، نسبت به طرح مسائل واقعیت‌مدار در آموزش ریاضی کشور است. هرچند که تحلیل انجام شده نشان داد که مسائل زمینه‌مدار مورد استفاده در کتاب درسی ریاضیات ۱، فاقد سه ویژگی معرفی شده توسط فرودنتال بوده و برای یادگیرنده واقعی نیستند. به‌طور مشخص، یکی از مسئولیت‌های اصلی برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، طراحی و صورت‌بندی مسائلی است که ضمن واقعی و مرتبط بودن با مسائل جامعه، امکان حل شدن را نیز، از راه‌های مختلف داشته باشند، زیرا ازنظر فرودنتال، از طریق فرایند حل این‌گونه مسائل، زمینه لازم برای ریاضی ورزی و یادگیری ایجاد می‌شود. درصورتی‌که به استناد یافته‌های این پژوهش، باوجود تشابه ظاهریِ مسائل زمینه‌مدار کتاب درسی تازه تألیف ریاضیات ۱ با رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، نمی‌توان کاربست درست و مناسب این نظریه را در مسائلی از این کتاب که قصد نشان دادن ارتباط ریاضی با واقعیت را دارند، ملاحظه نمود.

منابع

بخشعلی‌زاده، شهرناز و همکاران (۱۳۹۰). *ریاضیات ۱*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

رضایی، مانی (۱۳۹۲). از سند برنامه درسی ریاضی تا کتاب درسی. *مجله رشد آموزش ریاضی*، شماره ۱۱۲، صص. ۳۵-۲۶.

شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). *سند تحول بنیادین آموزش و پرورش*. وزارت آموزش و پرورش.

شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*. وزارت آموزش و پرورش

گویا، زهرا. (۱۳۸۹). نقد و بررسی حوزه یادگیری ریاضی در سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. فصلنامه مطالعات برنامه درسی، سال پنجم، شماره ۱۸، صص ۱۶۴-۱۴۷.

گویا، زهرا و حسن‌پور، مرتضی. (۱۳۹۲). کتاب تازه تألیف ریاضی ۱ از منظر مدرسان آن. *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۱۱۱، صص. ۹-۴. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

Dickinson, P. & Hough, S. (2012). *Using Realistic Mathematics education in UK classrooms.* A booklet designed for teachers and students. Available on-line at: http://www.mei.org.uk/files/pdf/RME_Impact_booklet.pdf

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Curriculum studies*, Vol. 32, No. 6, 777-796.

Hadi, S. Plompt, T. Suryanto, (2002). Introducing realistic mathematics education to junior high school mathematics teachers in Indonesia. Available on-line at http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap279.pdf

Lange, J. de (1996). Using and applying Mathematics in Education. In: A.J. Bishop, et al. (Eds). International handbook of mathematics education, part one. 49-97. Kluwer academic publisher.

Romberg, A. & Lange J. de (1998). Mathematics in context: Teacher resource and Implementation Guide. Britannica Mathematics system, USA.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction*. The Wiskobas project. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980 – 1990. In L. Streefland (Ed.), Realistic Mathematics Education in Primary School. Utrecht: CD-b Press/ Freudenthal Institue, Utrecht University.

Uzel, D. & Uyangor, S. M. (2006). Attitudes of 7th class students toward mathematics in realistic mathematics education. *International Mathematics Forum*. 1, No 39, 1951-1959.

Wittmann, E. ch. (2005). Realistic mathematics education, past and present. NAW 5/6, nr. 4.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institue Cd-rom for ICME9.* Utrecht University.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education as work in progress. In: F. L. Lin (Ed.) *Common Sense in Mathematics Education. Proceeding of 2001 the Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*, Taipei, Taiwan, 1-43.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform under attack – Forty years of working on better mathematics education thrown on the scrapheap? No way! In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceeding of the 33rd annual conference of the mathematics education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۹۲-۷۱

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 71-92

بررسی کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه از شروع آموزش رسمی در ایران

An Historical Study of High School Mathematics Textbooks since the Establishment of the Formal Education System in Iran

مانی رضایی[۱]

چکیده: پژوهش در مورد سیر برنامه درسی و کتاب‌های درسی در ایران، یکی از حوزه‌هایی است که مطالعات اندکی در آن صورت گرفته و گزارش‌های پژوهشی یا نتایجی از چنین پژوهش‌هایی، در اسناد مورد بررسی به‌دست نیامد. مقاله، گزارشی از پژوهشی جامع در فاصله شروع برنامه آموزش رسمی دوره متوسطه (۱۳۰۴) در ایران تا ۱۳۸۸ (زمان جمع‌آوری داده‌ها) است و موارد زیر مورد مطالعه قرار گرفت: (۱) سیر تاریخی تغییراتِ کلی نظام آموزش رسمی؛ (۲) پنج دوره تاریخی در تغییر کتاب‌های درسی ریاضی؛ (۳) سیر تغییر محتوای آموزشی و مواد درسی ریاضی. پژوهش، به لحاظ روشی، پژوهشی تاریخی است و با هدف شناخت بهتر روند شکل‌گیری کتاب‌های دوره متوسطه انجام شد. تلاش شد تا تمام کتاب‌هایی که به‌عنوان کتاب درسی ارائه شده است، مورد توجه قرار گیرد و محتوای آن‌ها از نظر موضوعی (ریاضی) بررسی شود. مقاله با بررسی مثلثات، سیر تحولات آن در این فاصله زمانی به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

کلیدواژگان: سیر برنامه درسی ریاضی، تغییرات کتاب‌های درسی ریاضی در ایران، پژوهش تاریخی، مثلثات.

M. Rezaei (Ph.D)

Abstract: Study on curriculum movement and variation of the mathematics textbooks in Iran is one of the fields that few studies have been accomplished, and in this field there have been no investigation reports or any particular results of such these studies. This paper deals with a short report of a comprehensive research in this field from the beginning of formal education curriculum in Iran for high school (1925) to 2008 (the time of gathering the data). In this research following subjects on high school curriculum are investigated: 1) Historical changes and overall evolution of formal educational system, 2) Five historic periods on changed of math textbooks, 3) Changes of curriculum based on the math subjects. I tried all the school textbooks to be considered and the content of them mathematically to be investigated. This paper deals with a conclusion by reviewing trigonometry as one of the school topics and its changes during this interval.

Keyword: Curriculum Movement, Mathematics Textbooks in Iran, Historical Research, Trigonometry.

۱. عضو هیئت‌علمی دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، mani_rezaie@yahoo.com
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۰۳ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۰۷

مقدمه

پژوهش در مورد سیر برنامه درسی با تمرکز بر کتاب‌های درسی **ریاضی** در ایران، یکی از حوزه‌هایی است که مطالعات اندکی در آن صورت گرفته و در این زمینه، گزارش‌های پژوهشی یا نتایج خاصی از چنین پژوهش‌هایی، در اسناد مورد بررسی پژوهشگر، به‌دست نیامده است. درواقع، جستجوی پژوهشگر برای شناسایی چنین پژوهش‌هایی، بی‌نتیجه ماند. حتی به نظر می‌رسد پژوهش در این زمینه ـبدون تمرکز بر درس ریاضیـ به‌صورت فراگیرتر نیز انجام نشده باشد (هدایی، ۱۳۸۸) و تنها ممکن است پژوهش‌های پراکنده‌ای در قالب پایان‌نامه‌های کارشناسی ارشد انجام شده باشد که کمتر در دسترس عموم قرار دارد.

در حال حاضر، با تأکید بر تفاوت‌های فردی، برنامه درسی، به‌ویژه با تمرکز بر آموزش متوسطه و برای ایجاد زمینه‌های بروز و ظهور استعدادهای عمومی و اختصاصی دانش‌آموزان، مورد توجه است (برنامه درسی ملی، ۱۳۹۱). یکی از درس‌هایی که در هر برنامه درسی دوره متوسطه مورد توجه خاص قرار می‌گیرد و همواره جایگاه مهمی برای آن قائل شده است، درس‌های مختلف ریاضی بوده است. طی سال‌های اخیر و با توجه به ناکارآمدی برنامه‌ها و سیاست‌گذاری‌های آموزش ریاضی در ایران، مدیران، برنامه‌ریزان و سیاست‌گذاران آموزشی، دائماً در فکر طراحی و اجرای برنامه‌ای جدید، جامع و فراگیر بوده‌اند تا شاید این مشکل تا حدودی مرتفع شود (برگرفته‌شده از سایت برنامه درسی ملی[1] در ایران)؛ اما با بررسیِ روند تغییر برنامه‌ها و کتاب‌های درسی، مشاهده می‌شود که تغییراتِ شتاب‌زده، گاهی باعث ایجاد فراز و فرودها و ناهمگونی‌هایی در تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ای شده است. در حقیقت، اِعمال این تغییرات، نه تنها مشکلات برنامه‌های پیشین را مرتفع نکرد، بلکه می‌تواند موجب مشکلات پیش‌بینی نشده دیگری شود. این مهم، می‌تواند موضوع بررسی موشکافانه‌تری باشد.

بیان مسئله و پرسش‌های پژوهش

در دوره‌های مختلف، رویکردهای گوناگونی به آموزش شده و اهداف آموزشی مختلفی تدوین‌شده است و در بیشتر برنامه‌های درسی، بر اهمیت مباحث ریاضی تأکید می‌شود. اهدافی

۱ سایت رسمی http://www.darsiran.ir/index.php

که به ضرورت گنجاندن ریاضی در برنامه درسی اشاره دارد، مسئولیت برنامه‌ریزان آموزشی را برای تدوین سرفصل‌های متناسب با نیازهای جامعه، سنگین‌تر می‌کند. در حوزه یادگیری سند برنامه درسی ملّی (۱۳۹۱)، بر ضرورت پرداختن به این امر و پذیرش مسئولیت آن، تأکید شده است:

ریاضیات و کاربردهای آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. ریاضیات، موجب تربیت افرادی خواهد شد که در برخورد با مسائل بتوانند به‌طور منطقی استدلال کنند، قدرت تجزیه و انتزاع داشته باشند و درباره پدیده‌های پیرامونی تئوری‌های جامع بسازند. وجه مهم ریاضی توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی طبیعی، اقتصادی، اجتماعی است؛ بنابراین، توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد (نگاشت سوم سند برنامه درسی ملی، ۱۳۹۱؛ ص. ۳۳).

این‌که تا چه حد دستیابی به اهداف **قصد شده برنامه درسی**[1]، از طریق **برنامه(های) درسی اجرا شده**[2] امکان‌پذیر است یا خیر، پرسشی دیگر است؛ اما توجه به علل انتخاب یا حذف مباحث ریاضی در قالب یک استاندارد برنامه، ازجمله موضوع‌هایی است که می‌تواند زمینه‌ساز بررسی‌های همه‌جانبه‌تری باشد (گویا، ۱۳۸۷). **سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم (تیمز)**[3] فرصتی ایجاد کرد تا اجزای ناپیدای برنامه‌های درسی ریاضیات مدرسه‌ای، مورد بررسی قرار گیرند (اشمیت و همکاران، ۱۹۹۷).

پژوهش، با هدف بررسی کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه از شروع آموزش رسمی در ایران، با مطالعه موردی درس مثلثات، انجام شد.

1 Intended Curriculum
2 Implemented Curriculum
3 Third International Mathematics and Science Study: TIMSS

ضرورت انجام پژوهش

آشنایی با سیر تحول کتاب‌های درسی و مسیر طی شده آن تاکنون، موجب می‌شود تا برخی دلایل وجود یا عدم وجود محتوای مطالب درسی در برنامه‌های آموزش مدرسه‌ای روشن شود. برای این منظور، ابتدا به ریشه‌های اصلی این موضوع اشاره شده است و با تمرکز بر سال‌های بعد از شروع برنامه آموزش رسمی دوره متوسطه (۱۳۰۴ خورشیدی) در ایران، محتوای کتاب‌های ریاضی، مورد بررسی موشکافانه‌تری قرار گرفته است.

مقاله به‌اختصار، به سیر تاریخی تحولاتِ کلی نظام‌های آموزش‌های رسمی در ایران پرداخته و با مرور پنج دوره تاریخی در تغییر کتاب‌های درسی ریاضی، مبحث مثلثات را به‌عنوان یکی از مواد درسی مورد توجه قرار داده است. انتخاب مثلثات که از موضوع‌های درسی ریاضیِ پر مناقشه و پُرطرفدار در ایران است، بهانه‌ای است تا تغییر دیدگاه‌های آموزشی از طریق آن، مورد بررسی قرار گیرد. تأکید اصلی بر برنامه درسیِ ریاضیِ دوره متوسطه در فاصله زمانی شروع برنامه آموزش رسمی دوره متوسطه (۱۳۰۴ خورشیدی) در ایران تا سال ۱۳۸۸ است.

مخاطبان پژوهش

انتظار می‌رود که تغییرات برنامه درسی و تألیف کتاب‌های درسی، با بررسی‌های کارشناسانه انجام شود. شناخت سیر تحول برنامه، خصایص و مسائل و تنگناهای آن، اولین قدم اساسی و ضروری برای تولید هر برنامه درسی است. لذا، بر آن بودیم تا تصویری از آموزش ریاضیات متوسطه در ایران ترسیم کنیم. امید می‌رود این پژوهش، زمینه‌ای باشد تا دست‌اندرکاران تعلیم و تربیت کشور و محققان مسائل آموزش‌وپرورش، بیش‌ازپیش به انجام پژوهش‌های لازم درباره این دوره رهنمون شوند. یافته‌های چنین پژوهش‌هایی، می‌تواند به تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ای مناسب‌تری بیانجامد.

روش‌شناسی

پژوهش به دلیل نوع تبیین آن، در زمره پژوهش‌های کیفی قرار دارد. هم‌چنین، به دلیل اهمیت تحولات تاریخی، پژوهش از روش تحلیل تاریخی و تحلیل اسنادی یا روش کتابخانه‌ای استفاده

نمود. نمونه پژوهش، همان جامعه پژوهش است و تمام کتاب‌هایی که در ایران، عنوان **کتاب درسی ریاضی** را داشتند، بررسی شدند. داده‌های پژوهش از طریق اسناد تاریخی، فرا تحلیل یافته‌های پژوهشی موجود و نتایج اعلام شده مطالعات بین‌المللی، جمع‌آوری شد. در این پژوهش، تنها به روند طولی[1] مباحث اصلی در دوره متوسطه توجه شده است و قضاوتی در مورد ضرورت‌ها، بود یا نبود آن‌ها، صورت نگرفته است. گام اولیه برای جستجوی تاریخی، با بررسی تمام اسناد موجود در کتابخانه‌های رسمی وزارت آموزش‌وپرورش آغاز شد. سپس در جریان این پژوهش، منابع دیگری که به‌دست آمد، مورد توجه قرار گرفت.

واژه **دوره متوسطه** تعبیرهای مختلفی دارد و ارائه تعریف عملیاتی ضروری است. دوره متوسطه، در آغاز به ۶ سال پایانی تحصیل اطلاق می‌شد که بعدها به دو دوره (سیکل) ۳ ساله تقسیم شد. سپس، این دوره به ۴ سال تحصیلی پس از دوره راهنمایی اشاره دارد. با تغییر نظام آموزش متوسطه در سال ۱۳۷۱، این دوره به دو بخش ۳ سال متوسطه و یک سال **پیش‌دانشگاهی** تقسیم شد. در سال‌های اخیر و با ایجاد تغییرات ساختاری جدید سه دوره ۶-۳-۳، دوباره دوره متوسطه به دو دوره ۳ ساله تقسیم شده است. با هدف بررسی همه‌جانبه، ۶ سال دوم، محور پژوهش قرار گرفت، لیکن بر محتوای مطالب درسی متمرکز شدیم؛ بنابراین، بررسی محتوای کتاب‌های درسی بر آن چیزی است که هم‌اکنون در دوره متوسطه ارائه می‌شود.

پیشینه پژوهش

با توجه به اهمیتی که آشنایی با سیر تاریخی تحولات برنامه‌های آموزشی کشور دارد، پیشینه مورد بررسی، از چند جنبه مورد مطالعه قرار گرفته است:

- سیر تاریخی تحولاتِ کلی نظام‌های آموزش‌های رسمی در ایران؛
- پنج دوره تاریخی در تغییر کتاب‌های درسی ریاضی در ایران؛
- سیر تغییر محتوای آموزشی و مواد درسی بر اساس موضوعات ریاضی در ایران.

با توجه به کثرت منابع تاریخی در این دوره، منابع برای مطالعه وضعیت آموزشی (مورد اول)، مناسب بود؛ اما در زمینه درس ریاضی، منابع و یافته‌های پژوهشی، اندک بود.

1 Longitudinal Trend

سیر تاریخی تحولاتِ کلی نظام‌های آموزش‌های رسمی در ایران

به اعتقاد بعضی از محققان، ریشه‌های آموزش رسمی در ایران را باید دوره قاجار و پس از تلاش‌های اصلاحی کوتاه‌مدت عباس‌میرزا (فوران، ۱۳۷۷؛ ص.۲۴۷) و به دنبال آن، تلاش‌های امیرکبیر که شاخص‌ترین آن‌ها تأسیس دارالفنون است (رینگر، ۱۳۸۱؛ ص.۸۷)، جستجو کرد. با تأسیس دارالفنون، معلمان اروپایی به ایران وارد شدند (وقایع اتفاقیه، ۱۲۶۸ هجری، شماره ۴۲) و ورود این معلمان، منجر به شکل‌گیری فرهنگی خاص در آموزش و تدوین محتوای درسی شد. به گفته صدیق (۱۳۵۵)، تاریخ تعلیم و تربیت ایران را می‌توان به سه دوره کلی تقسیم کرد: دوره نخست از تأسیس دارالفنون تا تأسیس حکومت مشروطه؛ دوره دوم از حکومت مشروطه تا پایان جنگ جهانی اول؛ دوره سوم از ۱۲۹۷ تا زمان حاضر. بر اساس این تقسیم‌بندی، می‌توان تحول کتاب‌های درسی را متناسب با امکانات و نیازهای آن زمان بررسی کرد. در دوره نخست، ریشه‌های اولیه تعیین محتوای کتاب‌های درسی شکل گرفت. دوره دوم با فراز و فرودهای اجتماعی روبه‌رو شد و کمتر نشانی از توجه به آموزش، در آن دیده می‌شود؛ اما دوره سوم را می‌توان مقدمه‌ای بر دوره تدوین کتاب‌های متنوع‌تر دانست.

دوره نخست (تأسیس دارالفنون تا تأسیس حکومت مشروطه)

در تاریخ طولانی آموزش کشور، دارالفنون نخستین آموزشگاهی است که دولت، تمام مخارج تأسیس، نگهداری و اداره آن را بر عهده گرفت (وقایع‌اتفاقیه، ۱۲۶۹ شماره ۹۸). صدیق (۱۳۵۵) معتقد است که این نخستین باری بود که دولت برای خود مسئولیتی در امر تعلیم و تربیت قائل شده و به همین دلیل، وی می‌افزاید سال ۱۲۶۸ هجری را باید مبدأ تحول و دوره جدید در فرهنگ ایران برشمرد. محبوبی اردکانی (۱۳۵۴) توضیح می‌دهد که در ابتدا، دارالفنون به‌عنوان مدرسه‌ای نظامی شناخته می‌شد، زیرا «نخستین شعبه‌های آن (رشته‌های درسی)، عبارت بودند از پیاده‌نظام، سواره‌نظام، توپخانه، مهندسی، طب و جراحی، دواسازی و معدن» ... «برای این رشته‌ها، درس‌های مختلفی ازجمله حساب، هندسه، ریاضیات، جبر، مثلثات و نقشه‌کشی، ازجمله درس‌های ریاضی دارالفنون بود».

دوره دوم (حکومت مشروطه تا پایان جنگ جهانی اول)

آغاز این دوره، هم‌زمان با صدور فرمان مشروطه بود که مسئولیت امور مملکت، به عهده ملت واگذار شد و چون از ۱۳۲۴ تا ۱۳۲۷ هجری، بین آزادیخواهان و مشروطه‌طلبان از یک طرف و محمدعلی شاه و اعوانش کشمکش بود، نشانی از فعالیتِ کسی در زمینه فرهنگ و آموزش‌وپرورش به چشم نمی‌خورد (آبراهامیان، ۱۳۷۷). به گفته آبراهامیان، مهم‌ترین اثر اعلام مشروطه و تشکیل مجلس، تجلیل و قدردانی از بانیان مدارس جدید بود که پیش‌تر مورد تحقیر و اهانت متعصبین و مرتجعین بودند. بسیاری موفقیت ملیّون را در تأسیس حکومت مشروطه تا حدی مرهون افکار و زحمات این افراد می‌دانستند و عده‌ای از آنان را به نمایندگی در مجلس و تصدی امور انتخاب کردند.

دوره سوم (پایان جنگ جهانی اول تاکنون)

مهم‌ترین تحولات تعلیم و تربیت، در این دوره صورت گرفته است. در اسفند ۱۳۰۰، یک سال پس از کودتای ۱۲۹۹، قانون **شورای عالی فرهنگ** به تصویب مجلس رسید و تمام امور مدارس مانند برنامه‌ها و امتحانات و تأیید صلاحیت و استخدام معلمان متمرکز شد و دولت در امور مدارس دولتی و پس از آن مدارس ملی، مداخله کرد و حتی برای مدارس خارجی مقرراتی وضع کرد و رفته‌رفته، آن‌ها را محدود کرد تا جایی که مدارس آمریکایی و انگلیسی در سال ۱۳۱۹، به‌کلی تعطیل شدند و تنها مدارس فرانسوی باقی ماندند؛ اما با اشغال کشور در شهریور ۱۳۲۰، مدارس مذکور توانستند به کار خود ادامه دهند (شیخ رضایی، ۱۳۷۱). صدیق (۱۳۵۵) تصریح می‌کند، یکی از اتفاق‌های مهم، آن است که مؤلفان و ناشران خصوصی ملزم شدند کتاب‌های درسی را مطابق برنامه وزارت فرهنگ تألیف و چاپ کنند. گویا (۱۳۹۱) در دفاع از وجود برنامه درسی در ایران، ابراز می‌دارد که این امر، حاکی از آن است که همواره در آموزش عمومی، برنامه درسی برای درس‌های مختلف ازجمله ریاضی، تدوین شده و کتاب‌های درسی بر اساس آن‌ها، نوشته می‌شدند.

تغییرات آموزشی دوره متوسطه، بر محور ساختار نظام آموزشی و مسئله تمرکز یا عدم‌تمرکز تألیف کتاب‌های درسی می‌چرخید که همگی، نشانه توجه به کارآمدتر کردن نظام آموزشی و توسعه کمی و کیفی آن دارد.

با پیروزی انقلاب اسلامی و تصویب شورای انقلاب، «سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی» در سال ۱۳۵۸ تشکیل شد و امر پژوهش، برنامه‌ریزی، تألیف، چاپ و توزیع کتاب‌های درسی، بر عهده این سازمان قرار گرفت. سال ۱۳۶۵، شورای تغییر بنیادی نظام آموزش‌وپرورش با تصویب شورای عالی انقلاب فرهنگی، آغاز به کار کرد و در تیر ۱۳۶۸، کلیات نظام آموزشی که توسط شورای تغییر بنیادی نظام آموزشی تهیه شده بود، مورد تأیید شورای عالی انقلاب فرهنگی قرار گرفت و سال بعد (۱۳۶۹)، طرح بنیادی تغییر نظام آموزش‌وپرورش توسط وزارت آموزش‌وپرورش و با هدایت شورای جدید تغییر بنیادی نظام آموزشی تهیه شد. این طرح در دی همان سال، به تصویب شورای عالی انقلاب فرهنگی رسید و پس از آن، وزارت آموزش‌وپرورش برای طراحی تفصیلی و فراهم آوردن مقدمات اجرای آزمایشی طرح، فعالیت خود را آغاز کرد. در سال‌های اخیر و پس از تغییرات متعدد و متوالی، کتاب‌های درسی نیز دستخوش تغییرات مختلفی شدند. بررسی این تغییرات در چارچوب این پژوهش قرار ندارد و پژوهش در این موضوع، نیازمند بررسی همه‌جانبه دیگری است.

پنج دوره تاریخی در تغییر کتاب‌های درسی ریاضی

بر اساس اسناد و کتاب‌های موجود در بخش آرشیو کتابخانه سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، هم‌چنین بررسی پیشینه تاریخی تغییر و تحولاتِ کلی نظام آموزش‌های رسمی در ایران، از زمان شروع آموزش متوسطه تاکنون، کتاب‌های درسی ریاضی قابل تقسیم، به پنج دوره کلی هستند که به‌اختصار، هر یک معرفی می‌شود.

کتاب‌های دارالفنون (۱۳۰۴-۱۳۱۷): در این دوره تاریخی، برای هر سال دوره متوسطه یک یا دو کتاب درسی (و حتی کتاب‌هایی برای دو سال متوالی) تألیف شد. برای نمونه، جبر ح.آزرم (۱۳۱۶)، جبر محمد و ابوالقاسم نراقی (۱۳۱۶) برای دوم متوسطه نگارش شده است. تمام کتاب‌ها این دوره خطی است و به‌ندرت دارای فهرست هستند. تعداد تمرین‌ها اندک اما تعدادی

مسائل حل‌شده وجود دارد. نگارش کتاب‌ها، بسیار دقیق و واژه‌گزینی در کتاب‌های مختلف تا حد زیادی هماهنگ است. سه موضوع «هندسه»، «جبر» و «حساب» جزو مباحث اصلی و «رسم» و «مثلثات» به‌عنوان مباحث فرعی معرفی شده‌اند. عنوان کتاب‌ها به‌صورت کلی «کتاب هندسه»، «هندسه و رسم»، «کتاب جبر»، «جبر و مقابله»، «دوره مقدماتی جبر»، «جبر و مثلثات» و «کتاب حساب» برای پایه‌های مختلف آمده است.

کتاب‌های وزارتی (۱۳۱۷–۱۳۴۱): این دوره را بر مبنای تحولات اجتماعی، به دو بخش تقسیم می‌شود: نخست از ۱۳۱۷ تا ۱۳۳۲ و تألیف کتاب‌های متعدد؛ دوم از ۱۳۳۳ تا ۱۳۴۱ همراه با سرمایه‌گذاری‌های زیربنایی.

پس از تصویب هیئت وزیران (۱۳۱۷)، سفارش تهیه و چاپ کتاب‌های دبیرستانی به گروهی از استادان و دبیران داده شد و حدود ۸۰ عنوان کتاب درسی یکدست و هماهنگ با عنوان «کتاب وزارتی» تألیف و بازنویسی شد. کتاب‌های این دوره ازنظر شکل و محتوا، از کیفیت بهتری نسبت به قبل برخوردارند. مؤلفان، بسیاری از کتاب‌های پیشین خود را بازنگری و منتشر کردند. از سال ۱۳۲۰ (اشغال ایران) تا سال ۱۳۲۴، دولت توان ادامه حمایت از تألیف کتاب‌های درسی را از دست داد. چاپخانه‌داران و ناشران برای کسب درآمد و مؤلفان برای تبادل تجربیات، اقدام به چاپ کتاب‌های گوناگونی کردند. این موضوع از یک‌سو، تنوع کتاب‌ها را به دنبال داشت و از سوی دیگر، دوباره و حتی چندباره کاری را به همراه داشت.

برای نمونه، در همین سال‌ها، «هندسه برای سال سوم دبیرستان‌ها» و با فهرست مطالب همانند (نسبت و تناسب، قضیه تالس، شکل‌های متشابه، مختصری از نقشه‌برداری، خط و صفحه، چند وجهی‌ها و اجسام دوار)، توسط هفت گروه از مؤلفان تدوین شد. وزارت فرهنگ، به همه کتاب‌هایی که ازنظر ظاهر با برنامه تطابق داشت، اجازه انتشار داد، به‌طوری‌که به‌جای ۸۰ عنوان کتاب درسی موردنیاز دبیرستان‌ها، حدود ۴۲۸ عنوان کتاب چاپ شد که در بیشتر موارد، تفاوت معناداری بین آن‌ها به چشم نمی‌خورد و مصحفی (۱۳۸۱) علت آن را تغییر نظام آموزشی و برنامه‌های دوره دوم متوسطه می‌داند.

از سال ۱۳۳۳، توجه ویژه‌ای به بودجه وزارت فرهنگ شد و هر سال مبلغ قابل‌توجهی به آن افزوده شد و مدارس ابتدایی و متوسطه در سراسر کشور تأسیس شد. این موضوع، انگیزه‌ای شد

تا رقابت بین ناشران بیشتر شود. گروه‌های مشترک بزرگ‌تری برای تألیف کتاب‌های درسی ریاضی، تشکیل شد و تغییرات کیفی در کتاب‌ها پدید آمد.

کتاب‌های هماهنگ (۱۳۴۱-۱۳۵۴): چاپ کتاب‌های متعدد، موجب شد تا در سال ۱۳۳۵، شورای عالی وزارت فرهنگ، ضمن تغییر در برنامه دوره متوسطه به ساماندهی وضع اسف‌بار کتاب‌های درسی توجه کند و علاوه بر حفظ نظارت بر چاپ کتاب‌های درسی، از اسفند ۱۳۴۱ با تأسیس «سازمان کتاب‌های درسی ایران»، مأموریت ایجاد نظم در تألیف و چاپ کتاب‌های درسی را بر عهده این سازمان بگذارد (ریاحی، ۱۳۴۲). سازمان مذکور، به‌منظور یک‌دست کردن و هماهنگی همه رشته‌ها و پایه‌ها، علاوه بر سامان دادن نسبی به کتاب‌های درسی، آن‌ها را با ظاهر هماهنگ و یکنواخت منتشر کرد. در همین دوره و تحت تأثیر تحولات بین‌المللی، در سال ۱۳۴۵، برنامه‌ریزی برای تغییر کلی ساختار نظام آموزشی از ۶-۶ به ۵-۳-۴ انجام شد که از سال ۱۳۴۷ به اجرا گذاشته شد. بدین سبب کتاب‌های این دوره با کمترین تغییرات، همچنان تا سال ۱۳۵۴ منتشر شدند.

کتاب‌های دوره ریاضیات جدید (۱۳۵۴-۱۳۷۱): در این دوره، با تغییر نظام آموزشی که متأثر از تحولات جهانی و دوره ریاضیات جدید[1] بود، کتاب‌های ریاضی هر پایه به قرار زیر و به سفارش سازمان کتاب‌های درسی ایران توسط گروه‌های تألیف تهیه شدند: **پایه اول**: حساب و جبر، هندسه، ریاضیات جدید؛ **پایه دوم**: حساب و جبر، هندسه، ریاضیات جدید، مثلثات؛ **پایه سوم**: حساب و جبر، هندسه، ریاضیات جدید، مثلثات؛ **پایه چهارم**: جبر و آنالیز، هندسه تحلیلی، ریاضیات جدید.

- **کتاب‌های نظام واحدی (۱۳۷۱-۱۳۸۸)**: تدوین کتاب‌های درسی ریاضی در این دوره، با فراز و فرودهای بسیاری همراه بود و کتاب‌های ریاضی که برای پایه اول تدوین شدند، در نخستین سال‌ها بازنگری شده و ساختار آن‌ها عوض شد. برای مثال، پس از اعلام نتایج ارزشیابی از درس‌های «ریاضیات ۱ و ۲»، «هندسه ۱» و «هندسه ۲»؛ در همان سال‌های نخست، «ریاضیات ۱ و ۲» بازنویسی و خلاصه شد و از حجم تمرین‌های آن کاسته شد. کتاب‌های

1 New Math Era

«هندسه ۱» و «هندسه ۲» نیز تنها یک سال پس از تألیف، بازنگری کلی شد و از نو تألیف شدند. کتاب «هندسه تحلیلی و جبر خطی» پیش‌دانشگاهی هم بعد از یک دوره کوتاه چهار ساله، تألیف مجدد شد و رویکرد جبر خطی آن، کمتر شد. بررسی این تغییر و تحولات نیازمند داده‌های وسیع‌تری در زمینه ضرورت‌های اجتماعی آن است و به همین علت این بررسی به گزارش دیگری واگذار شده است.

مطالعه موردی: مثلثات

بررسی سیر تغییر محتوای آموزشی هر یک از مباحث ریاضی در ایران، با مرور کتاب‌های آن بخش می‌تواند انجام شود. در این مقاله، نتایج مطالعه موردی برنامه درسی و محتوای کتاب‌های درسی مثلثات و سیر تغییرات آن، ارائه می‌شود.

در ابتدای فعالیت دارالفنون، مثلثات به‌عنوان یکی از درس‌های فرعی معرفی شد و تا زمان تصویب آموزش رسمی، مثلثات در کنار هندسه یا جبر ارائه می‌شد. نخستین کتاب مستقل مثلثات با عنوان «مثلثات مستقیمه الخطوط» توسط عبدالغفار نجم‌الدوله نگارش شد. اختلاف عمده بین آثار تدوین شده توسط معلمان «فرنگی» و آنچه که به‌وسیله معلمان «ایرانی» تألیف شده، به چشم می‌آید، ریشه در نگرش ایشان به ریاضی است. در آثار معلمان فرنگی، مانند کتاب‌های بوهلر یا کرشیش، به تعریف‌ها، مفاهیم و محتوای ریاضی مطالب و استفاده از علائم و داده‌های اروپایی، توجه بیشتری شده است؛ اما در آثار معلمان ایرانی، به‌ویژه همه آثار عبدالغفار نجم‌الدوله (که حدود ۴۰ سال معلم دارالفنون بود)، جنبه‌های آموزشی کتاب بیشتر است و همواره با طرح پرسش یا مسئله (چیزی که به آموزش در مدارس سنتی ایران نزدیک‌تر است)، توجه بیشتری شده است. این موضوع، در مقایسه کتاب هندسه بوهلر (تألیف ۱۲۷۳ هجری‌قمری) و هندسه نجم‌الدوله (چاپ اول، ۱۲۹۲ هجری) دیده می‌شود. با توجه به این‌که مثلثات در ابتدا به‌عنوان بخشی از هندسه یا جبر بوده است، برای بررسی برنامه و محتوای آن، ناگزیر، لازم بود که کتاب‌های هندسه و جبر، مورد مطالعه واقع شوند.

- کتاب هندسه بوهلر در ۲۷۰ صفحه با ترجمه عبدالرسول‌خان مهندس، از ۶ «کتاب» (فصل) تشکیل شده است: ۱) حدود و تعاریف؛ ۲) دایره و مقدار زوایای آن؛ ۳) مساحت سطوح ذوی‌الاضلاع کثیره؛ ۴) ذوی‌الاضلاع کثیره صحاح تام؛ ۵) تعیین سطوح؛ ۶) مثلثات.

- کتاب هندسه کرشیش یک سال بعد (۱۲۷۴ هجری‌قمری) با **حجم** ۴۱۰ صفحه، توسط میرزا زکی مازندرانی ترجمه و منتشر می‌شود. این کتاب با ارائه راه‌حل‌ها و مسائل پخته‌تر از کتاب بوهلر، پیشرفت‌های مهمی در ارائه یک کتاب هندسه به زبان فارسی نشان می‌دهد.
- کتاب اصول هندسه نجم‌الدوله (۱۲۹۲) که به گفته خودش، متن خلاصه‌تری از دو کتاب هندسه وی بود که پیش از آن تألیف کرد. این کتاب در ۲۸۶ صفحه شامل ۸ مقاله است فهرست آن به شرح زیر است:

مقاله اول، در خواص خطوط و زوایا و اشکال مفرده؛ مقاله دوم در خواص دایره و مقیاس زوایا؛ مقاله سوم، در خواص اشکال کثیره‌الاضلاع و مساحت و تشابه آن‌ها؛ مقاله چهارم، در خواص اشکال کثیره‌الاضلاع منتظمه و مساحت دایره؛ مقاله پنجم، در خواص اشکال فضائیه یعنی خطوط و سطحی که در سطحی مستوی نگنجد؛ مقاله ششم، در خواص اجسام کثیره‌السطوح؛ مقاله هفتم، در خواص کُره و متعلقاتش؛ مقاله هشتم، در مساحت اجسام مستدیرهٔ سه‌گانه یعنی کره، اسطوانه و مخروط.

روندی که نجم‌الدوله در کتاب خود دنبال می‌کند، نشان می‌دهد که وی با هدف تهیه یک متن آموزشی، کتابش را نگاشته است. در همین چاپ (۱۲۹۲) از کتاب هندسه، کتاب دیگر نجم‌الدوله، یعنی اصول مثلثات مستقیمه الخطوط (که پیش‌تر در سال ۱۲۹۰ هجری‌قمری نگاشته شده) آمده که شامل ۱۱۰ صفحه است. بررسی محتوای دو کتاب نشان می‌دهد که روح حاکم بر دو کتاب، تکیه بر هندسه مثلثاتی و مقاطع مخروطی است و ردپایی از هندسه تحلیلی در آن دیده نمی‌شود.

با مشاهده متن کتاب محتوای مطالب می‌توان ادعا کرد نجم‌الدوله تلاش داشته تا به هر مقاله از کتاب، ضمایمی را برای رفع ابهامات آن مقاله بیفزاید. بر این اساس، حجم کتاب در چاپ دوم (۱۳۱۸ هجری‌قمری) ۴۴۵ صفحه است. وضعیت عمومی و ظاهری کتاب در چاپ دوم نسبت به چاپ اول، بهتر شده است اما تغییر محتوایی دیگری دیده نمی‌شود.

میرزا رضاخان که از دانش‌آموختگان دارالفنون بود، به پاداش خدمت‌های شایانی که در تربیت شاگردان دارالفنون کرد، به دریافت نشان طلای درجه اول علمی کامیاب شد و مهندس‌الملک لقب گرفت. وی اولین کتاب مستقل مثلثات را با عنوان **مثلثات مستقیمه الخطوط ـ دوره**

مقدماتی را برای شاگردان دوره مقدماتی و متوسطه دارالفنون، تألیف کرد و در سال ۱۳۴۶ هجری‌قمری (۱۳۰۶ خورشیدی) به چاپ رساند که برای نمونه، به جزییات آن اشاره می‌شود. «مثلثات مستقیمه الخطوط ـ دوره مقدماتی» در ۲۲۲ صفحه و با رویکردی کاربردی، شامل چهارده فصل به شرح زیر، تألیف شد. ۱) احکام قطعه خط و تصاویر؛ ۲) قسی (قوس‌ها) و زوایا؛ ۳) تعریف خطوط مثلثاتی؛ ۴) تغییرات و نمایشات خطوط مثلثاتی یا معرفات مستدیره؛ ۵) معرفات مستدیره معکوسه؛ ۶) روابط مابین خطوط مثلثاتی بعضی از قوس‌ها؛ ۷) دستور تبدیل ـ جداول لگاریتم؛ ۸) مشتقات خطوط مثلثاتی؛ ۹) حل مثلثات قائم‌الزوایا؛ ۱۰) تقسیم قوس‌ها؛ ۱۱) معادلات مثلثاتی؛ ۱۲) روابط مابین شش عضو یک مثلث (سه ضلع و سه زاویه)؛ ۱۳) حل چهار حالت تعلیمه مثلثات؛ ۱۴) مسائل راجعه به نقشه‌برداری، اندازه ارتفاعات و فواصل.

این کتاب، مرجع کاملی برای استفاده عملی از مثلثات بود و مثال‌های گوناگونی در کاربرد مثلثات دارد. با توجه به محتوای ریاضی این کتاب، می‌توان آن را ادامه کارهای عبدالغفار نجم‌الدوله به‌شمار آورد. در کتابخانه مجلس، کتاب دیگری از میرزا رضاخان مهندس‌الملک، با عنوان **اصول مثلثات مستقیمه الخطوط ـ دستورات اصلی مثلثات کروی**، موجود است که سال ۱۳۰۹ در ۲۳۴ صفحه منتشر شده است. این کتاب با اضافاتی، همان کتاب قبلی وی است که با نگارش بهتر تألیف شده است.

مطالعه فهرست محتوای پیشنهادی مثلثات که پس از شروع آموزش رسمی و در برنامه‌ریزی آموزشی و درسی ریاضی ارائه شده است، نشان می‌دهد، این برنامه به‌گونه‌ای تنظیم شده که گویی بر اساس محتوای کتاب «مثلثات مستقیمه الخطوط» تدوین شده است. در برنامه سال (پایه) پنجم دبیرستان، بدون تغییر عمده‌ای در ترتیب مطالب کتاب مثلثات میرزا رضاخان مهندس‌الملک که روی جلد کتاب‌های بعدی با نام رضا مهندس‌نجمی معرفی شده است، درس مثلثات در کتابی مستقل ارائه شده است.

در جدول (۱) فهرستی از کتاب‌های درسی مثلثات پس از دارالفنون و شروع برنامه آموزش رسمی دوره متوسطه در سال ۱۳۰۴ تا حذف مثلثات به‌عنوان یک درس مستقل (۱۳۷۱) گردآوری‌شده است. در این فهرست، از تکرار نام کتاب‌هایی که در سال‌های متوالی و بدون تغییر منتشر شدند خودداری شده است. تعداد صفحه‌های هر کتاب، تغییر حجم مطالب آن را تا

حدودی نشان می‌دهد. بااین‌حال، بررسی دقیق‌تر محتوایی این کتاب‌ها در جریان این مطالعه انجام شده است که خلاصه این بررسی در ادامه آمده است.

جدول (۱): کتاب‌های درسی مثلثات پس از دارالفنون تا حذف مثلثات به‌عنوان یک درس مستقل

ردیف	نام کتاب	مؤلف (مؤلفان)	ناشر	توضیح
۱	مثلثات (پایه پنجم)	احمد بیرشک	شرکت مطبوعات	چاپ اول، ۱۳۱۹ خطی ۹۰ صفحه
۲	مثلثات (پایه پنجم)	محمد وحید، تقی فاطمی	چاپخانه ایران	۱۳۲۰، خطی ۱۰۵ صفحه
۳	مثلثات (پایه پنجم)	حسن صفاری، ابوالقاسم قربانی	شرکت علی‌اکبر علمی و شرکا	چاپ اول، ۱۳۲۵ خطی ۹۸ صفحه
۴	مثلثات (پایه پنجم)	هوشنگ منتصری، رستم پارکی، حسین بحرانی	نامشخص	چاپ اول، ۱۳۲۹ خطی ۸۰ صفحه
۵	جبر و مثلثات (پایه ششم)	حسین آزرم	چاپخانه آفتاب	چاپ اول، ۱۳۳۰ خطی ۹۹ صفحه
۶	جبر و مثلثات (پایه ششم)	حسن صفاری، ابوالقاسم قربانی	چاپخانه علی‌اکبر علمی	چاپ سوم، ۱۳۳۰ خطی ۱۰۷ صفحه
۷	جبر و مثلثات (پایه ششم)	تقی فاطمی، محسن هنربخش، موسی آذرنوش، باقر نحوی	چاپخانه محمدعلی علمی	چاپ اول، ۱۳۳۱ خطی ۱۲۹ صفحه
۸	هندسه و مثلثات (پایه چهارم)	حسین هورفر، رضا فاضلی	بنگاه مطبوعاتی انوشه	۱۳۳۲ ـ خطی ۷۵ صفحه
۹	هندسه و مثلثات (پایه چهارم)	اسمعیلی‌حسینی، م. الستی، حریرچی، فرهنج، هـ فرهنگ، محمدی، نوری‌خالیچی	اتحادیه کتابفروشان تبریز	چاپ اول، ۱۳۳۴ ۸۸ صفحه

۱۰	مثلثات (پایه پنجم)	حسن صفاری، ابوالقاسم قربانی	مؤسسه مطبوعاتی علی‌اکبر علمی	۱۳۳۵ ـ خطی ۱۰۸ صفحه
۱۱	مثلثات (پایه پنجم)	تقی فاطمی، محسن هنربخش، موسی آذرنوش، باقر نحوی	چاپخانه محمدعلی علمی	چاپ اول، ۱۳۳۵ خطی ۱۲۴ صفحه
۱۲	مثلثات (پایه ششم)	موسی آذرنوش، احمد بیرشک، جهانگیر شمس‌آوری، عبدالغنی علیم‌مروستی، تقی فاطمی، محسن هنربخش، باقر نحوی	شرکت سهامی انتشار کتب درسی	۱۳۳۹ ۱۹۰ صفحه
۱۳	مثلثات (پایه ششم)	حسین بحرانی، محمدتقی زاوشی، محمدعلی مجتهدی، هوشنگ منتصری	شرکت سهامی انتشار کتب درسی	چاپ دوم، ۱۳۳۹ ۱۷۰ صفحه
۱۴	مثلثات (پایه پنجم)	محمدباقر ازگمی، باقر امامی، غلامرضا بهنیا، پرویز شهریاری، علی‌اصغر شیخ‌رضائی	نامشخص	۱۳۴۰ ۱۰۵ صفحه
۱۵	مثلثات (پایه پنجم)	حسین بحرانی، محمدتقی زاوشی، محمدعلی مجتهدی، هوشنگ منتصری	شرکت سهامی کتاب‌های درسی ایران	چاپ اول، ۱۳۴۲ ۱۵۶ صفحه
۱۶	مثلثات (پایه ششم)	حسین بحرانی، محمدتقی زاوشی، محمدعلی مجتهدی، هوشنگ منتصری	شرکت سهامی کتاب‌های درسی ایران	۱۳۴۵ ۱۹۹ صفحه
۱۷	مثلثات (پایه ششم)	حسین بحرانی، محمدتقی زاوشی، محمدعلی مجتهدی، هوشنگ منتصری	شرکت سهامی کتاب‌های درسی ایران	۱۳۵۱ ۳۰۷ صفحه
۱۸	مثلثات (سال دوم)	علی حسن‌زاده‌ماکویی، هوشنگ طاهری، احمد فیروزنیا	سازمان کتاب‌های درسی ایران	۱۳۵۵ ۱۱۶ صفحه
۱۹	مثلثات (سال سوم)	علی حسن‌زاده‌ماکویی، هوشنگ طاهری، احمد فیروزنیا	سازمان کتاب‌های درسی ایران	۱۳۵۵ ۱۵۶ صفحه

در سال ۱۳۱۹، کتاب مثلثات برای پایه‌های چهارم و پنجم دبیرستان، توسط احمد بیرشک منتشر شد. فهرست مطالب آن تفاوت عمده‌ای با کتاب مهندس‌الممالک ندارد: ۱) لگاریتمی کردن عبارت‌های مثلثاتی؛ ۲) جدول‌های مثلثاتی؛ ۳) محاسبه لگاریتم جیب و ظل کمان‌های کوچک؛ ۴) بستگی در سه‌گوشه‌های غیر مشخص؛ ۵) حل سه‌گوشه‌ها در حالت‌های رسمی؛ ۶) نتیجه‌های عملی مثلثات و نقشه‌برداری.

محمد وحید و تقی فاطمی در سال ۱۳۲۰، برای پایه‌های چهارم و پنجم، دو کتاب منتشر نمودند. در بررسی این کتاب‌ها مشخص شد که فهرست محتوای این دو کتاب نیز مانند کتاب‌های پیشین است؛ اما در فصل اول کتاب، تأکید بر مرور مطالب سال قبل با عنوان «مراجعه به درس‌های پیش» به چشم می‌خورد. این جنبه آموزشی به شکل‌های مختلف، در کتاب‌های بعدی مورد توجه نویسندگان کتاب‌های درسی قرار می‌گیرد. بررسی کتاب‌های حسن صفاری و ابوالقاسم قربانی نشان می‌دهد که این دو نویسنده (۱۳۲۴)، «روش‌های محاسبه لگاریتم» و «اثبات چند اتحاد مثلثاتی» را اضافه کرده‌اند. به‌علاوه، در کتاب‌های صفاری و قربانی، مثال‌های بسیار متنوع و بیشتر از تعداد معمول تا آن زمان، ارائه شده است. این ویژگی، در آثار دیگران نیز مورد توجه قرار گرفته است. برای نمونه، هوشنگ منتصری، رستم پارکی و حسین بحرانی، در مثلثات پنجم (۱۳۲۹)، بیش از ۲۵۰ مسئله و تمرین در انتهای هر بخش و دستورهای محاسبه (نکته) را با تأکید بر دایره مثلثاتی اضافه نمودند و نزدیک به ۳۰ صفحه از کتاب ۸۰ صفحه‌ای خود را به کاربردهای عملی و مسائل اختصاص داده‌اند.

فهرست بیشتر کتاب‌ها این دوره، مطابق برنامه وزارت فرهنگ است و فرق اساسی با یکدیگر ندارند. بررسی کتاب‌ها نشان می‌دهد که تدریس مثلثات بیشتر با استفاده از دایره مثلثاتی است و بخشی از کتاب‌ها به محاسبه لگاریتم و تبدیل عبارات مثلثاتی به عبارات قابل‌محاسبه با لگاریتم و تبدیل عبارات جبری به لگاریتمی، اختصاص دارد.

تأثیر دیگری از کتاب‌های صفاری و قربانی بر سایر کتاب‌ها آشکار است. قرار دادن تمرین‌های زیاد در پایان هر فصل، برای «تسلط بر موضوع»، روشی مبتنی بر این باور بود که «کار نیکو کردن از پر کردن است». این باور به‌صورت یک توصیه آموزشی در مجموعه «کتاب‌های خرد» (خودآموز ریاضی دبیرستان) که توسط بیرشک و همکاران منتشر می‌شد، تکرار شده است. تأثیر

این توصیه و روندی که در کتاب‌های صفاری و قربانی وجود داشت به لحاظ آموزشی برای معلمان آن‌چنان جذابیت داشت که به گفته مصحفی (۱۳۸۱) خواننده کتاب‌های صفاری–قربانی، احساس می‌کرد که همواره یک نفر با یک زبان و یک شیوه عمل با او صحبت می‌کند [...] و تمرین‌ها از ساده به مشکل به‌خوبی تنظیم شده بودند (ص ۱۴). تا جایی که هنوز بسیاری از معلمان در روش‌های خود توصیه‌هایی برای تمرین‌های زیاد برای تسلط بر مفاهیم دارند.

در سال ۱۳۳۵، مثلثات تقی فاطمی[۱]، محسن هنربخش، باقر نحوی و موسی آذرنوش برای سال پنجم با معرفی واحدهای اندازه قوس و قوس‌های مثلثاتی تألیف شد. بررسی محتوایی کتاب نشان می‌دهد، تعریف نسبت‌های مثلثاتی با تعریف تابع‌های مثلثاتی و تعبیر آن‌ها همراه شده و با روند متداولی که مبتنی بر حل مثلث قائم‌الزاویه بود، ادامه یافته است. کتاب با تمرین‌های زیاد در پایان هر بخش و ارائه خلاصه بحث و روش‌های محاسبه، تألیف شده است. مطالب بقیه فصل‌ها شامل حل و بحث معادلات مثلثاتی یک مجهولی، معادلات کلاسیک، حل دستگاه‌های معادلاتی مثلثاتی، نامعادلات مثلثاتی، تعیین تغییرات و رسم منحنی‌های توابع مثلثاتی، روابط بین اجزای یک مثلث، حل مثلث، محاسبه زوایا، اقطار و مساحت و شعاع دایره محیطی و چهارضلعی محاطی برحسب آن، استفاده از مثلثات در نقشه‌برداری و تعیین فواصل و ارتفاعات است. هر بخش این کتاب با تعداد قابل‌توجهی تمرین پایان می‌پذیرد و در انتهای کتاب، مسائل امتحانات نهایی به تفکیک هر سال، آمده است.

در سال ۱۳۳۸، مثلثات ششم دبیرستان‌ها برای رشته ریاضی و مطابق برنامه وزارت فرهنگ منتشر شد. شروع کتاب با یادآوری مطالب سال قبل است. فهرست مطالب چنین است: حل معادلات مثلثاتی یک مجهولی، معادلات کلاسیک، حل دستگاه‌های معادلاتی مثلثاتی، نامعادلات مثلثاتی، تعیین تغییرات و رسم منحنی توابع مثلثاتی، روابط بین اجزای مثلث، حل مثلث، محاسبه زوایا، اقطار، مساحت و شعاع دایره محیطی و چهارضلعی محاطی برحسب آن، مثلثات در نقشه‌برداری و تعیین فواصل و ارتفاعات. روند کتاب‌های بعدی تا سال ۱۳۴۸ به همین ترتیب است و تنها تفاوت، تغییر برخی تمرین‌ها و اضافه شدن مسائل امتحانات به بعضی کتاب‌ها بود؛

۱ در بررسی کتاب‌های این گروه از مؤلفان، در چند مورد تقی فاطمی، به دلایل نامعلوم با نام نقی فاطمی یا تقی ناظمی درج شده است.

اما در سال ۱۳۵۰، باوجود آن‌که فهرست مطالب، مشابه سال‌های پیش است، ولی در هر بخش، مطالب با توضیحات جامعی آمده تا جایی که به میزان دو برابر، ارائه شده و در مجموع حدود ۱۰۰ صفحه به کتاب افزوده شده است. رویکرد کلی از «مثلثات به‌عنوان نسبت‌های عددی»، به «توابع مثلثاتی» تغییر کرده است. کتاب با بررسی و تحلیل تابع‌های مثلثاتی و بررسی دقیق‌تر منحنی این توابع همراه است.

با تغییر نظام آموزشی (استقرار نظام آموزشی ۵-۳-۴) در سال ۱۳۵۴، مثلثات برای پایه‌های دوم و سوم دبیرستان، توسط علی حسن‌زاده‌ماکویی، هوشنگ طاهری و احمد فیروزنیا تألیف شد. فهرست مطالب کتاب پایه دوم شامل نسبت‌های مثلثاتی، کمان و زاویه، تابع‌های مثلثاتی، روابط بین تابع‌های مثلثاتی، محاسبه تابع‌های مثلثاتی بعضی از زاویه‌ها و روابط بین آن‌ها، جدول اندازه‌های تابع‌های مثلثاتی، معادله‌ها و تساوی‌های مثلثاتی، حل مثلث قائم‌الزاویه بود. هم‌چنین در پایه سوم، محتوای کتاب عبارتند از تغییرات توابع مثلثاتی، توابع مثلثاتی معکوس، قابل‌محاسبه کردن عبارات به‌وسیله لگاریتم، تبدیل مجموع یا تفاضل دو تابع مثلثاتی به حاصل‌ضرب، طرز استفاده از جدول لگاریتم توابع مثلثاتی، معادلات مثلثاتی، معادلات کلاسیک، دستگاه‌های مثلثاتی، حل مثلث، رابطه‌های بین نسبت‌های مثلثاتی، کاربرد مثلث در نقشه‌برداری، مشتق توابع مثلثاتی، محاسبه مشتق تابع، تابعِ تابع و مشتق تابعِ تابع بود. وجه بارز هر دو کتاب، رویکرد تابعی به مثلثات بود و بخشی از مطالب پایانی سال سوم، به تکمیل مباحث مرتبط با حسابان اختصاص داشت.

با تغییر برنامه متوسطه در سال ۱۳۷۱، مثلثات به‌عنوان یک کتاب درسی مستقل کنار گذاشته شده و مباحث آن در کتاب‌های ریاضی پایه‌های اول و دوم متوسطه گنجانده شد. به‌طور مشخص در پایه اول، روابط عددی و نسبت‌های مثلثاتی معرفی شده و در پایه دوم، عبارت‌های مثلثاتی به‌عنوان تابع، مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی مثلثات به‌عنوان یک مبحث درسی (و نه یک درس مستقل)، به پژوهش‌های بعدی موکول می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

با تغییر برنامه درسی ریاضی در دوره‌های مختلف و الزامات هر دوره، مثلثات فراز و فرودهای خاص خود را طی کرد. نخستین کتاب‌های مثلثات متأثر از برنامه دارالفنون بود. ریاضیات تدریس شده در دارالفنون، در ابتدا برای برآوردن نیازهای آموزش نظامی به جنبه‌های خاصی از ریاضی اروپا اختصاص یافت؛ اما مشکلات آموزشی در دارالفنون موجب شد تا باوجود تغییر رویکرد در این مدرسه و توجه به آموزش عمومی، ریاضیات متفاوتی به ارمغان نیاید. در این دوره، درس «مثلثات» به‌عنوان درسی فرعی و با تأکید بر کاربرهای آن ارائه می‌شد. مثلثاتی که در تألیف‌های اولیه (چه نویسندگان فرنگی، چه ایرانی) نگارش شد، بر کاربردهای عملی آن تأکید داشت و بیشتر به‌عنوان روشی برای محاسبه بود؛ بنابراین، مهم‌ترین علت ورود مثلثات را به برنامه درسی مدرسه‌ای، می‌توان در کاربردهای نظامی و نقشه‌برداری آن جست. به همین دلیل، مجموعه مباحث و سرفصل‌های این درس با تجربه تدریسی معلمان دارالفنون انتخاب و تدوین شد. در ابتدا، تدریس مثلثات با چگونگی به‌دست آوردن مقادیر نسبت‌های مختلف همراه بود، اما روش‌های آموزش آن، با توجه به تجربه عملی تدریس مثلثات، در طول زمان تغییر کرد. عمده‌ترین تحول با تغییر رویکرد آموزشی آن و تغییر نگرش نسبت به مثلثات از روش‌هایی برای محاسبه نسبت‌های عددی، به توجه به ویژگی‌های تابعی آن‌ها صورت گرفت. این تغییر رویکرد و همزمانی آن با تغییرات آموزشی دیگر، موجب شد تا مثلثات به‌عنوان درسی مستقل، اهمیت خود را از دست بدهد. در همین دوره، مباحث دیگری مانند بهینه‌سازی، ترکیبیات، آمار و احتمال به برنامه درسی ریاضی اضافه شد و با عمومیت بیشتر ماشین‌حساب، ضرورت ارائه یک درس مستقل برای مثلثات، به‌تدریج کمتر شد. جایگاه متفاوت مثلثات به‌عنوان مجموعه‌ای از توابع در کنار توابع چندجمله‌ای و نمایی در درس‌های دیگر ریاضی مانند حسابان، موجب شد تا دلایل پیشین مبنی بر استقلال درس «مثلثات»، بیش از پیش کم شود تا جایی که در تغییر نظام آموزشی سال ۱۳۷۱، استقلال درس مثلثات از بین رفت و مطالب آن، با محتوای سایر کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه، تلفیق شد.

منابع

اداره امتحانات و برنامه‌ها (۱۳۱۸). بخشنامه: برنامه تحصیلات متوسطه. *ماهنامه آموزش و پرورش*، سال نهم، شماره ۷–۸، صص ۱۳۷–۱۴۰.

واحد پژوهش و اطلاع‌رسانی (۱۳۸۵). *سیر تطور کتاب‌های درسی از آغاز تاکنون*. بروشور نمایشگاه کتاب. وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، کتابخانه، مرکز اسناد و اطلاع‌رسانی.

آبراهامیان، یرواند (۱۳۷۷). *ایران بین دو انقلاب*. چاپ اول، نشر نی، تهران.

آدمیت، فریدون (۱۳۴۸). *امیرکبیر و ایران*. خوارزمی، تهران.

اقبال آشتیانی، عباس (۱۳۵۵). *میرزا تقی‌خان امیرکبیر*. طوس، تهران.

راوندی، مرتضی (۱۳۸۶). *تاریخ اجتماعی ایران: تاریخ فلسفه و سیر تکاملی علوم و افکار در ایران*. انتشارات نگاه، تهران.

ریاحی، محمدامین (۱۳۴۲). *داستانی به‌نام کتاب درسی*. ناشر نامشخص.

روزنامه شفق سرخ، سال ۱۳۱۳ (۱۹۳۴ م). *کتابخانه، موزه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی*.

روزنامه وقایع اتفاقیه (۱۲۶۸ هجری‌قمری). *کتابخانه، موزه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی*.

رینگر، مونیکا ام. (۱۳۸۱). *آموزش، دین و گفتمان اصلاح فرهنگی در دوران قاجار*. مترجم: مهدی حقیقت‌خواه. انتشارات ققنوس، تهران.

سحابی، حامد (۱۳۷۳). بررسی اجمالی تغییرات کمی در آموزش و پرورش طی سال‌های ۶۱–۶۷. *ایران فردا*، شماره ۱۳ و ۱۴، سال سوم.

سلطانزاده، حسین (۱۳۶۴). *تاریخ مدارس ایران از عهد باستان تا تأسیس دارالفنون*. انتشارات آگاه، تهران.

شیخ‌رضایی، انسیه (۱۳۷۱). مدارس فرانسوی در ایران. *گنجینه اسناد، فصلنامه تحقیقاتی تاریخی*، شماره ۷ ـ ۸، (پاییز و زمستان ۱۳۷۱)، صص ۹۵–۱۰۹.

صافی، احمد (۱۳۶۵). آموزش و پرورش متوسطه در ایران. *فصلنامه تعلیم و تربیت*، سال دوم، شماره ۵ (بهار ۱۳۶ ۵)، صص ۵۱–۱۰۵.

صافی، احمد (۱۳۷۳). سیر تحول در برنامه درسی دوره‌های راهنمایی تحصیلی در ایران. *فصلنامه تعلیم و تربیت*، سال دهم، شماره ۱، مسلسل ۳۷ (بهار ۱۳۷۳)، صص ۱۱–۲۹.

صافی، احمد (۱۳۹۱). آموزش و پرورش ایران در صد سال گذشته. *رشد آموزش راهنمایی تحصیلی*، سال ۱۸، شماره ۲، (بهار ۱۳۹۱)، صص ۴۸–۶۴.

صدیق، عیسی (۱۳۵۵). *دوره مختصر تاریخ فرهنگ ایران*. شرکت طبع کتاب، تهران.

فوران، جان (۱۳۷۷). *تاریخ تحولات اجتماعی ایران*. مترجم: احمد تدین، انتشارات رسا، تهران.

قورچیان، نادر قلی. فروغ تن‌ساز (۱۳۷۴). *سیمای روند تحولات برنامه درسی به عنوان یک رشته تخصصی از جهان باستان تا جهان امروز*. مؤسسه پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش عالی، تهران.

کیان‌فر، جمشید (۱۳۸۵). *تاریخ روضه الصفای ناصری*. نشر اساطیر، تهران.

گویا، زهرا (۱۳۷۸). سیر تحول و شکل‌گیری برنامه درسی آموزش متوسطه در ایران. *فصلنامه تعلیم و تربیت: ویژه‌نامه برنامه درسی*. سال پانزدهم، شماره ۱، شماره مسلسل ۵۷، بهار ۱۳۷۸. صص. ۵۹ تا ۹۶.

گویا، زهرا (۱۳۸۷). یادداشت سردبیر. *رشد آموزش ریاضی*، شماره ۵۶، ص ۲-۳.

گویا، زهرا. (۱۳۹۱). یادداشت سردبیر. *مجله رشد آموزش ریاضی*. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش، صص ۲-۳.

ماهنامه تعلیم و تربیت (۱۳۰۴). ابلاغ پروگرام در مورد کلاس تهیه. سال اول، شماره دهم.

ماهنامه تعلیم و تربیت (۱۳۰۴). سال اول، شماره یازدهم و دوازدهم، بهمن و اسفند ۱۳۰۴.

مجموعه مصوبات شورای عالی آموزش و پرورش. ۱۳۸۳.

مجموعه مصوبات شورای عالی آموزش و پرورش. ۱۳۸۹.

مجیدی، موسی (۱۳۶۴). تاریخچه مختصر کتاب‌های درسی و سیر تطور آن در ایران (از دارالفنون تا به امروز). *فصلنامه تعلیم و تربیت*، سال اول، شماره ۴ (زمستان ۱۳۶۴)، صص ۶۵-۹۵.

محبوبی اردکانی، حسین (۱۳۵۰). *تاریخ تحول دانشگاه تهران (مؤسسات عالی آموزشی ایران)*. دانشگاه تهران، تهران.

محبوبی اردکانی، حسین (۱۳۵۴). *تاریخ مؤسسات تمدنی جدید در ایران*. جلد ۱ و ۲، دانشگاه تهران، تهران.

محیط طباطبایی، محمد (۱۳۶۶). *تاریخ تحلیلی مطبوعات ایران*. انتشارات بعثت، تهران. صص ۲۳ و ۲۴.

مصحفی، عبدالحسین (۱۳۸۱). تاریخچه تألیف کتاب‌های درسی در ایران. *رشد آموزش ریاضی*، سال نوزدهم، شماره ۶۷، صص ۱۲-۱۸.

مفیدی، بدرالسادات (۱۳۷۵). طرح نظام جدید آموزش متوسطه از فکر تا عمل. *روزنامه سلام*، شماره ۱۵۱۹. ۱۳۷۵/۶/۱۷.

معتمدنژاد، کاظم (۱۳۷۶). مبانی حقوق استقلال حرفه‌ای روزنامه‌نگاری. *فصلنامه رسانه* (فصلنامه مطالعات و تحقیقاتی وسایل ارتباط جمعی)، سال هشتم، شماره ۴، (زمستان ۱۳۷۶).

میرزازمانی، محمدرضا (۱۳۲۹). *سالنامه کشور ایران*.

نفیسی، عبدالحسین (۱۳۶۹ الف). بازنگری تجربه برنامه‌ریزی توسعه آموزش و پرورش در ایران. *فصلنامه تعلیم و تربیت*، سال ششم، شماره ۲ و ۳، شماره مسلسل ۲۲ و ۲۳ (تابستان و پاییز ۱۳۶۹)، صص ۱۳-۳۴.

نفیسی، عبدالحسین (۱۳۶۹ ب). بازنگری تجربه برنامه‌ریزی توسعه آموزش و پرورش در ایران (۱۳۲۸-۱۳۶۸). *فصلنامه تعلیم و تربیت*، سال ششم، شماره ۴، شماره مسلسل ۲۴ (زمستان ۱۳۶۹)، صص ۱۲-۳۶.

وکیلیان، منوچهر (۱۳۷۶). *تاریخ آموزش و پرورش در اسلام و ایران*. پیام نور، تهران.

هاشمیان، احمد (۱۳۷۹). *تحولات فرهنگی در دوره قاجاریه و مدرسه دارالفنون*. مؤسسه سحاب، تهران.

هدایی، محمد (۱۳۸۸). بیست سال آزمودن و جستن: نگاهی به برنامه‌های درسی دوره متوسطه عمومی در دو دهه نخست قرن حاضر. *فصلنامه تعلیم و تربیت*، شماره ۹۸، تابستان ۱۳۸۸، صص ۶۷-۱۰۰.

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 93-116

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۱۱۶-۹۳

مدل‌سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش

Modelling and application: A research domain in mathematics education

ابوالفضل رفیع پور[۱]

A. Rafiepour (Ph.D)

چکیده: هدف مقاله حاضر، مرور پژوهش‌های حوزه مدل‌سازی و کاربرد است تا از این طریق، حوزه مدل‌سازی و کاربرد را به‌عنوان یک حوزه پژوهشی معرفی نماید. در این مقاله، ابتدا منظور از اصطلاح مدل‌سازی و کاربردها در آموزش ریاضی تبیین خواهد شد و تفاوت آن با تعابیر دیگری از واژه مدل‌سازی که در سایر رشته‌ها وجود دارد، بیان می‌گردد. هم‌چنین، اصطلاحات سواد عددی، سواد کمّی، ریاضی‌وار کردن و مسائل کلامی که ممکن است گاهی به‌جای مدل‌سازی به کار بروند ولی معنای کامل مدل‌سازی را در بر ندارند، در این مقاله معرفی می‌شوند. در ادامه، چرخه مدل‌سازی و مراحل مختلف آن معرفی می‌گردد. سپس به برخی از پژوهش‌های انجام شده در حوزه مدل‌سازی و کاربرد اشاره می‌شود و یکی از این پژوهش‌های داخلی در مورد ارزشیابی سطوح شایستگی مدل‌سازی با شرح روش و نتایج آن ارائه می‌گردد. در پایان، این مقاله، با ارائه چند سؤال پژوهشی برای مطالعات آتی، به پایان می‌رسد.

کلیدواژگان: مدل‌سازی، کاربرد، مسائل کلامی، ریاضی مدرسه‌ای، حوزه پژوهشی.

Abstract: The main purpose of this paper is introducing modelling and application as a research domain in mathematics education through reviewing related literature. The first purpose of this review is to give a more clear meaning of modelling and application, and base on that, makes the distinction between modelling in mathematics education & modelling in other scientific domains. There are some other terms like Numeracy; Quantitative literacy; Mathematization and Word Problems that with some tolerance, are taken as equivalent term to modelling. However, modelling has salient differences with every one of them. Second purpose of this paper, is to introduce modelling cycle and its steps. Third, some researches who are working in the domain of modelling and application will be reviewed and then methodology and results of one of them will be mentioned. Finally, several open research questions for future research in the domain of modeling and application will be announced.

Keyword: Modelling, Application, Word Problem, School Mathematics, Mathematics Education Research Domain.

۱. استادیار دانشگاه شهید باهنر کرمان و مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، Rafiepour@uk.ac.ir
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۱۴ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۷

مقدمه

امروزه، دانش‌آموزان با داده‌های بسیار زیادی توسط رسانه‌ها روبرو هستند. تا پیش از این، کار با داده‌های پیچیده جهان تا این اندازه موردنیاز نبوده است. دنیا پیوسته در حال تغییر است، بنابراین، رویکرد جدیدی برای حل مسائل و تصمیم‌گیری، موردنیاز است. این رویکرد جدید، رویکرد مدل‌سازی و کاربردهاست. نیس، بلوم و گالبرایت (۲۰۰۷) بحث می‌کنند که توجه به تدریس کاربردهای ریاضی، همواره در طول تاریخ وجود داشته، ولی میزان تأکید بر آن، دارای نوسانات آونگی بوده است. به‌این‌ترتیب که گاهی تأکید بر کاربردهای ریاضی بیشتر و گاهی کمتر بوده است.

به‌طور مشخص، رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در دو دهه گذشته، طرفداران زیادی در سراسر دنیا پیدا کرده است، به‌طوری‌که در برخی از کشورها ازجمله هلند، آلمان، انگلستان و استرالیا، برنامه‌های درسیِ تلفیق شده با مدل‌سازی و کاربردها توسعه داده شده است. همچنین مطالعه بین‌المللی پیزا[1] میزان توانایی به‌کارگیری دانش ریاضی توسط دانش‌آموزان را در شرایط دنیای واقعی، مورد سنجش قرار می‌دهد.

لازم به ذکر است که در ابتدا، تصور می‌شد سطح ریاضیاتِ موردنیاز برای مسائل مدل‌سازی و کاربردها، بالاتر از حد دانش‌آموزان دوره ابتدایی است. درنتیجه، اکثر پژوهش‌های این حوزه، مختص دوره دبیرستان و دانشگاه بود. ولی فعالیت‌های پژوهشی فرشافل (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) تلاش‌های پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی را برای معرفی مدل‌سازی و کاربردها در دوره‌های ابتدایی، قوت بخشید. به‌گونه‌ای که برای نمونه در چند سال اخیر، مقالات متعددی از انگلیش (۲۰۱۰ الف و ۲۰۱۰ ب و ۲۰۱۲) در مورد آموزش مدل‌سازی و کاربردها در سطوح پایین‌تر دوره ابتدایی، چاپ شده است.

در ایران نیز، بیان شده که تغییرات جدید کتاب‌های درسی ریاضی در دوره متوسطه، بر اساس برنامه درسی ملی، با توجه به رویکرد مدل‌سازی و کاربرد بوده است. به‌طوری‌که در صفحه ۴۱ از فصل چهارم از ویرایش چهارم سند برنامه درسی ملی چنین آمده است که «توانایی

1 Program for International Students Assessment: PISA

به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساس آموزش ریاضی است». در ادامه نیز، مدل‌سازی به‌عنوان یکی از قلمروهای حوزه آموزش ریاضی بیان شده است. هم‌چنین، در مقدمه کتاب‌های تازه تألیف در دوره دبیرستان، به مدل‌سازی و کاربردها، به‌عنوان یکی از عناصر کلیدی کتاب‌های درسی ریاضی، اشاره شده است.

مقاله حاضر، یک پژوهش بنیادی است که هدف آن، مرور پژوهش‌های انجام شده در حوزه مدل‌سازی و کاربرد، در داخل و خارج کشور است تا از این طریق، حوزه مدل‌سازی و کاربرد را به‌عنوان یک حوزه پژوهشی معرفی نماید. در پایان، ضمن ارائه شرح روش و نتایج یکی از مطالعات داخلی، به برخی از سؤالات باز پژوهشی، اشاره خواهد شد.

معرفی مدل‌سازی و کاربرد

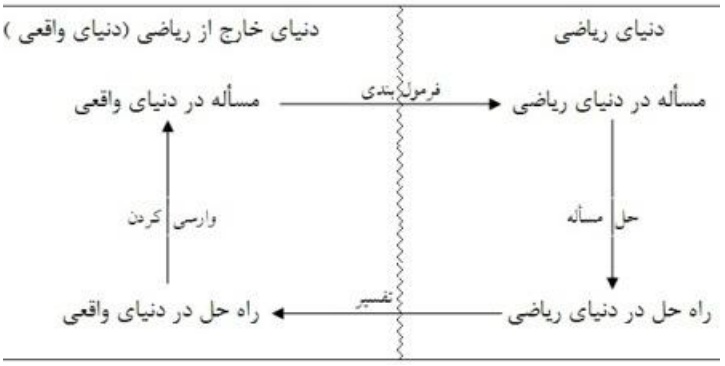
در این بخش، با ذکر تعریفی برای **مدل‌سازی**، تلاش می‌شود تا معنای این اصطلاح بیشتر باز شود. درواقع، هدف این است که مشخص شود که چه فعالیت‌هایی مدل‌سازی محسوب می‌شوند و کدام‌ها مدل‌سازی به‌حساب نمی‌آیند تا معنا و مفهوم مدل‌سازی، روشن‌تر شود.

در چرخه فرآیند مدل‌سازی که ابتدا توسط فرشافل (۲۰۰۲) و سپس کِیزِر و شوارتز[1] (۲۰۰۶) معرفی شد، فرآیند مدل‌سازی، با یک مسئله در موقعیت دنیای واقعی شروع می‌شود. سپس مسئله دنیای واقعی، به یک مسئله ریاضی در دنیای ریاضی تبدیل می‌شود (صورت‌بندی). این مسئله، در دنیای ریاضی حل شده و در ادامه، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی، به دنیای واقعی برده می‌شود تا با زمینهٔ واقعی مسئله، متناسب گردد (تفسیر). در پایان، جواب به دست آمده با موقعیت واقعی مسئله مقابله می‌گردد تا در صورت لزوم، این چرخه مدل‌سازی، تکرار شود (وارسی کردن). به‌منظور درک بهتر این فرآیند، اجزای آن در شکل شماره ۱ نشان داده شده است.

اگرچه در پژوهش‌های مختلف، از چرخه‌های کم و بیش متفاوتی استفاده می‌شود، ولی مراحل اساسی که تقریباً، در همه چرخه‌های مدل‌سازی دیده می‌شوند، یکسان هستند. معمولاً از

1 Kaiser & Schwarz

ساده‌ترین چرخه که شامل چهار مرحله است، برای آموزش مدل‌سازی به دانش‌آموزان استفاده می‌شود و از چرخه‌های پیچیده‌تر، بیشتر برای آموزش معلمان ریاضی استفاده می‌شود[۱].



شکل ۱. چرخه فرآیند مدل‌سازی (فرشافل، ۲۰۰۲؛ کِیزِر و شوارتز،۲۰۰۶)

منظور از اصطلاح مدل‌سازی و کاربرد در مقاله حاضر، تکرار چرخه مدل‌سازی (شکل ۱) برای حل مسائل دنیای واقعی در آموزش ریاضی مدرسه‌ای است. گاهی ممکن است اصطلاح مدل‌سازی و کاربرد در قلمرو زمانی و مکانی دیگری استفاده شود که با منظور این مقاله متفاوت است. به‌عنوان مثال، از اصطلاح مدل‌سازی در رشته ریاضی کاربردی یا در رشته‌های مختلف مهندسی استفاده می‌شود که با آنچه در این مقاله مدنظر است، متفاوت است[۲].

علاوه بر این، از اصطلاح مدل‌سازی، در کتاب درسی آمار و مدل‌سازی دبیرستان نیز استفاده شده است (بخشعلی‌زاده، پاشا و رستگار، ۱۳۸۸). برای نمونه، در صفحه ۸ این کتاب، بیان مسئله به زبان ریاضی، به‌عنوان مدل‌سازی تعریف شده است که فقط ناظر به‌صورت‌بندی مسئله از دنیای واقعی به دنیای ریاضی است. درمجموع در این کتاب درسی، مثال‌هایی از مسائل دنیای واقعی دیده می‌شود، ولی مدل‌سازی به معنای چرخه مدل‌سازی، وجود ندارد.

---

۱ برای مشاهده نمونه‌ای برای چرخه پیچیده‌تر، به رفیع پور (۱۳۹۱)، مراجعه شود.

۲ مدل‌سازی مسایل پیچیده‌ای مانند مدل‌سازی ترافیک در یک شهر بزرگ هدف آموزش ریاضی مدرسه‌ای نیست. بلکه در آموزش ریاضی مدرسه‌ای بیشتر با موقعیت‌های کمتر پیچیده‌ای روبرو هستیم که یک شهروند عادی ممکن است در زندگی آتیه خود با آن‌ها مواجه شود (مثلاً انتخاب بهترین شرکت بیمه‌گذار.)

این در حالی است که در ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی نیز، اصطلاحاتی وجود دارند که اگرچه دارای معانی نزدیکی به مدل‌سازی هستند، ولی با آن فرق دارند. به‌عنوان مثال، اصطلاح **سواد عددی** که ناظر بر درک عددی و استفاده از آن است (ویلیس، ۱۹۹۰ و کاکرافت، ۱۹۸۲)، یا اصطلاح **سواد فضایی** که مستلزم درک جهان سه‌بعدی است که در آن زندگی می‌کنیم (دی لنگ، ۲۰۰۳). هم‌چنین، در متون پژوهشی آمریکای شمالی، از اصطلاح **سواد کمی** به‌وفور استفاده می‌شود که منظور، چگونگی استفاده از کمیت‌ها، تغییر و رابطه است (استین، ۲۰۰۱). بااین‌وجود، هسته اصلی **سواد ریاضی که** در مطالعه پیزا به‌منظور سنجش توانایی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در استفاده از دانش ریاضی‌شان، مورد استفاده قرار گرفت، **مدل‌سازی** است (رفیع پور و استیسی، ۲۰۰۹). در مقابل مسائل مدل‌سازی، منظور از **کاربرد استاندارد،** مسائلی هستند که در آن‌ها، دانش‌آموزان می‌دانند باید از چه تکنیک ریاضی استفاده نمایند (نیس، بلوم و گالبرایت، ۲۰۰۷). درواقع در مسائل کاربرد استاندارد، مسیر حرکت از دنیای ریاضی به سوی دنیای واقعی است، درحالی‌که در فرآیند مدل‌سازی، این جهت برعکس است.

از طرف دیگر، گالبرایت (۲۰۰۷)، توضیح می‌دهد که گاهی استفاده از نرم‌افزارهای[1] تطبیق یک منحنی تقریبی بر روی نقاط داده شده، به‌عنوان مدل‌سازی ریاضی قلمداد می‌شود، درحالی‌که این نرم‌افزارها، فقط ابزارهایی برای انجام مدل‌سازی هستند و نمی‌توانند به‌عنوان فعالیت مدل‌سازی، طبقه‌بندی شوند.

بالاخره، دسته دیگری از مسئله‌ها که بیشترین قرابت را با مسائل مدل‌سازی دارند، **مسائل کلامی** هستند، چراکه هر دو دسته، در قالب **کلام**، ارائه می‌شوند. مسائل کلامی در برنامه درسی و کتاب‌های درسی ریاضی نقش پررنگی دارند و برای معلمان ریاضی و سایر درست اندرکاران آموزش ریاضی، شناخته شده هستند. ولی بین مسائل کلامی و مسائل مدل‌سازی، تفاوت عمده‌ای وجود دارد. مسائل مدل‌سازی به‌واسطه شکل‌گیری در موقعیت‌های دنیای واقعی، در دو بُعد معناداری و هدف، از مسائل کلامی متمایز می‌شوند (گالبرایت، ۲۰۰۷). در مسائل مدل‌سازی، مسائل از دنیای واقعی برآمده‌اند، درنتیجه معنادارند، ولی در مسائل کلامی، الزاماً این‌گونه نیست. در مسائل مدل‌سازی، هدف مواجهه با دنیای واقعی است، درحالی‌که در مسائل

1 Curve Fitting

کلامی، هدف، یادگیری حل این نوع مسائل و تمرین بیشتر است. برای روشن شدن این تفاوت، گالبرایت (۲۰۰۷، ص ۸۰) به نقل از پولاک (۱۹۶۹)، مثال زیر را آورده است.

ساندویچ فروشی، همبرگر، سوسیس و پیتزا می‌فروشد. در یک روز، تعداد همبرگرهای فروخته شده، ۳ برابر تعداد پیتزاها و تعداد سوسیس‌های فروخته شده، ۵ برابر تعداد پیتزاها بود. درمجموع، تعداد پیتزاها و همبرگرهای فروخته شده ۱۷۶ عدد بود. این فروشگاه در آن روز، چه تعداد از این دو نوع غذا فروخت؟

اگرچه این مسئله در دنیای واقعی و به‌صورت کلامی بیان شده است، ولی نیازمند ورود به دنیای واقعی و مهارت‌های لازم برای مواجهه در این دنیا مثلاً این‌که فروشنده چگونه در مورد معاش خود تصمیم‌گیری می‌کند، نیست و اطلاعاتی در این زمینه، ارائه نشده است. این در حالی است که مسائل کلامی در برنامه درسی اکثر کشورها، به‌طور سنتی وجود داشته و دارد و وجود چنین مسائلی در برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای، باارزش و ضروری هستند، ولی با مسائل مدل‌سازی، فرق دارند. البته به گفته فرشافل (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷)، **مسائل کلامی تفسیری**[1]، می‌توانند تمرین‌های خوبی برای مسائل مدل‌سازی محسوب شوند.

- **مثال‌هایی از مدل‌سازی**

برای درک بهتر چرخه مدل‌سازی، در ادامه چند مثال با زمینه‌های مختلف دنیای واقعی و زمینه‌های ریاضی ارائه می‌شوند.

- **مثال اول (انتخاب بهینه)**

در مثال زیر که از هوگارد (۲۰۱۰) اقتباس شده است، یک مسئله مدل‌سازی را نشان می‌دهد که داده‌های عددی ندارد و مربوط به یافتن بهترین وسیله حمل و نقل است. پیش‌فرض اصلی در این‌گونه مسائل آن است که معمولاً، پاسخ یکتایی وجود ندارد و هر بحث مستدلی، می‌تواند به‌عنوان پاسخ درست مسئله، محسوب گردد.

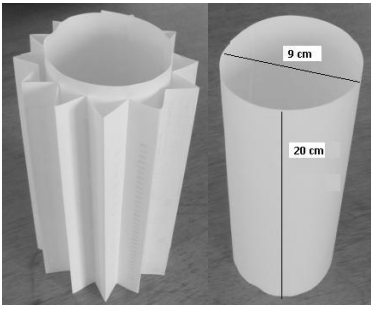
1 Problematic Word Problem (P-item)

با توجه به امکانات شهر خود و بر اساس قیمت‌ها و در نظر گرفتن همه شرایط ازجمله محیط‌زیست، به نظر شما، بهترین وسیله حمل و نقل در این شهر، کدام است؟ در این مورد بحث کنید.

- **مثال دوم (چراغ چینی)**

مسئله چراغ چینی، یکی از مسائل طراحی شده برای مطالعه پیزا در سال ۲۰۱۲ بود که بنا به دلایل تکنیکی در رابطه با ارزشیابی، از مجموعه مسائل این مطالعه، کنار گذاشته شد (استیسی، ۲۰۱۲). این مسئله، با مثال بالا متفاوت است و دارای داده‌های کمّی است.

ماریا می‌خواهد لامپ چینی بسازد. هر لامپ از دو تکه کاغذ درست شده است. کاغذ اول به‌صورت استوانه و کاغذ دوم با استفاده از تا زدن و درست کردن ۱۲ مثلث (شکل ۲) ایجاد می‌شود. قطر این استوانه ۹ و ارتفاع آن ۲۰ سانتی‌متر است. مثلث‌های ساخته شده بر اثر تا کردن کاغذ دوم، تقریباً مثلث‌های متساوی‌الاضلاع تشکیل داده‌اند.



شکل ۲. لامپ چینی (استیسی، ۲۰۱۲)

سؤال ۱: *در فروشگاه، کاغذهایی با عرض ۲۰ سانتی‌متر و طول‌های متفاوت وجود دارد. کدام گزینه، کمترین طولی است که کاغذ باید داشته باشد تا ماریا بتواند استوانه را بسازد؟ (توجه کنید که ۰.۵ سانتی‌متر، برای چسبانیدن لبه‌های کاغذ در نظر بگیرید.)*

الف) ۲۰ سانتی‌متر ب) ۳۰ سانتی‌متر ج) ۴۰ سانتی‌متر

د) ۵۰ سانتی‌متر ه) ۶۰ سانتی‌متر

سؤال ۲: *در ساختن لامپ، طول کاغذ تا شده برای ساخت مثلث‌ها، چند برابر طول*

کاغذی است که برای ساختن استوانه صرف شده است؟

الف) تقریباً ۱.۵ برابر ب) تقریباً ۲ برابر

ج) تقریباً ۳ برابر د) تقریباً ۱۲ برابر

سؤال ۳: *ماریا قصد دارد لامپ چینی مشابهی تولید کند. کدام تغییر، می‌تواند طول کاغذ تا شده را تغییر بدهد؟*

الف) *اندازه استوانه را ثابت نگه می‌داریم و اندازه زاویه بیرونی در ۱۲ مثلث را از ۶۰ درجه به حدود ۳۰ درجه تغییر می‌دهیم. (بله/ خیر)*

ب) *اندازه استوانه را ثابت نگه می‌داریم و تعداد مثلث‌ها را، از ۱۲ عدد به ۲۰ عدد تغییر می‌دهیم. (بله/ خیر)*

ج) *قطر استوانه را تغییر می‌دهیم. در کاغذ تاشده، برای ساختن لایه بیرونی، تغییری نمی‌دهیم. (بله/ خیر)*

- **مثال سوم (زمینه ریاضی)**

برخی از مسائل مدل‌سازی، با زمینه ریاضی ارتباط نزدیک‌تری دارند. به‌طور مثال در مسئله زیر، از دانش‌آموزان خواسته شده تا یک تعمیم جبری را، اثبات کنند.

فرض کنید یک مربع دو در دو مانند شکل ۳، از روزهای یک ماه مشخص را در اختیار دارید:

۱	۲
۸	۹

شکل ۳. برشی ۲*۲ از یک ماه در تقویم

تفاضل حاصل‌ضرب اعداد روی قطرها را محاسبه کنید. سپس مربع‌های دو در دوی دیگری را بیابید که بزرگ‌ترین تفاضل را داشته باشد (مارتینز و برزوئلا، ۲۰۰۹.)

دانش‌آموزان پس از امتحان کردن اعداد موجود در جدول روزهای هر ماه (شکل شماره ۴)، درمی‌یابند که جواب همواره ۷- است. در قسمت دوم مسئله، از دانش‌آموزان خواسته شده است که نشان دهند نتیجه همواره ۷- است. برای این کار، لازم است که دانش‌آموزان، با استفاده از عبارت‌های جبری، این حکم را ثابت کنند.

جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
٥	٤	٣	٢	١		
١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦
١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣
٢٦	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١	٢٠
		٣١	٣٠	٢٩	٢٨	٢٧

شکل ٤. همه روزهای یک ماه سی و یک روزی در تقویم

ادبیات پژوهشی

یکی از دیدگاه‌های پیشرو در بحث مدل‌سازی و کاربردها، رویکرد **آموزش ریاضی واقعیت-مدار**[1] است که توسط **فرودنتال**[2]، ریاضی‌دان و آموزشگر ریاضی هلندی، در واکنش به **دوره ریاضی جدید**[3]، پیشنهاد شد. با اتخاذ این رویکرد، **مؤسسه فرودنتال** در اوتریخت هلند، فعالیت‌های پژوهشی قابل‌توجهی انجام داده و مقالات و کتاب‌های مؤثری منتشر نموده است. از سال ۱۹۸۹ در مؤسسه فرودنتال، مسابقاتی در زمینه مسائل زمینه‌مدار با عنوان A-Lympiad

1 Realistic Mathematic Education

برای توضیحات بیشتر درباره آموزش ریاضی واقعیت مدار، به مقاله غلام‌آزاد در همین شماره مراجعه نمایید.

2 Freudenthal

3 New Math Era

طراحی و اجرا می‌شود[۱]. ازنظر دورمن و همکاران (۲۰۰۷)، این مسابقات تفرجگاه تجربی برای حل مسئله توسط دانش‌آموزان دبیرستانی است که خارج از نظام ارزشیابی رسمی مدرسه‌ای قرار دارد[۲].

فعالیت دیگری که در این زمینه انجام شد، اختصاص چهاردهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[۳]، به این موضوع بود که در سال ۲۰۰۷، به چاپ رسید. این کتاب، یکی از منابع اصلی برای آشنایی با حوزه مدل‌سازی و کاربردها است.

از این‌ها گذشته، پیزا یکی از مطالعاتی است که در سطح بین‌المللی به‌خوبی شناخته شده است و تأکیدش بر مدل‌سازی و کاربردهاست. این مطالعه برای سنجش سواد ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در کشورهای عضو سازمان همکاری توسعه اقتصادی، طراحی شده است.

همچنین، تاکنون مجلات علمی-پژوهشی متعددی در نقاط مختلف جهان، شماره‌های ویژه‌ای را به موضوع مدل‌سازی اختصاص داده‌اند. به‌عنوان‌مثال، مجله آلمانی پژوهش در آموزش ریاضی[۴]، در سال ۲۰۰۶، مجله پژوهشی تدریس ریاضی[۵] در سال ۲۰۱۰ و مجله پژوهشی آموزش ریاضی استرالیا[۶] در سال ۲۰۱۱ ویژه‌نامه‌ای در خصوص مدل‌سازی و کاربردها، منتشر نمودند. توجه به مدل‌سازی و کاربردها به‌عنوان یک حوزه پژوهشی نوظهور و باارزش، به همین‌جا ختم نمی‌شود. برای نمونه، می‌توان به کتاب سال انجمن آموزشگران ریاضی سنگاپور در سال ۲۰۱۰ با موضوع مدل‌سازی اشاره نمود.

بالاخره، گروه بین‌المللی معلمان علاقه‌مند به مدل‌سازی و کاربردها[۷]، به‌عنوان یکی از گروه‌های وابسته به کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[۱]، از سال ۱۹۸۳، کنفرانس‌های دو سالانه‌ای را در

---

1 http://www.fisme.science.uu.nl/alympiade/en/alympiade-1.htm

۲ در همین راستا، خانه ریاضیات اصفهان هم از سال ۱۳۸۶، به‌صورت سالانه در این مسابقات شرکت می‌کند. خانه ریاضیات کرمان نیز داوطلب شرکت در این مسابقات شده است.

3 ICMI Study14

4 ZDM: (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) The International Journal on Mathematics Education

5 Journal of Mathematics Didaktik

6 MERJ

7 The International Community of Teachers of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA)

زمینه مدل‌سازی برگزار می‌کند. این گروه تاکنون، ۱۵ کنفرانس برگزار کرده است و تاکنون، مجموعه مقالات مربوط به ۱۳ دوره از این کنفرانس‌ها، به‌صورت کتاب و توسط ناشران مطرح جهانی ازجمله اشپرینگر، به چاپ رسیده‌اند.

در داخل نیز پژوهش‌های مختلفی در حوزه مدل‌سازی و کاربردها انجام شده است که در ادامه مرور خواهند شد تا کاستی‌ها مشخص شوند و بتوان از این طریق، رهنمودهایی برای پژوهش‌های آتی ارائه نمود[۲].

یکی از مطالعات پیشرو در این زمینه، پژوهش رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۹) است که در آن، نگرش معلمان ریاضی ایرانی در خصوص مسائل مدل‌سازی و کاربرد بررسی شده است. در این پژوهش، معلوم شد که بعضی از معلمان ریاضی، معتقدند که مسائل کاربردی، جزئی از مسائل ریاضی نیستند و بهتر است در درس‌هایی مانند اقتصاد مطرح شوند. نتایج دیگر این مطالعه نشان دادند که کمبود منابع مرتبط با مدل‌سازی و کاربرد به زبان فارسی، وجود ارزشیابی‌های بیرونی مانند کنکور و امتحانات نهایی که فاقد مسائل مدل‌سازی هستند و ضعف دانش محتوایی و پداگوژیکی معلمان ریاضی از عوامل کم توجهی به مسائل مدل‌سازی در فرآیند یاددهی و یادگیری ریاضی در کشور است.

پژوهش دیگری که توسط رفیع‌پور و استیسی (۲۰۰۹) انجام شد، نشان داد مسایل کتاب درسی تازه تألیف پایه نهم (اول دبیرستان) در ایران (۱۳۸۸) کمتر مربوط به مدل‌سازی است و بیشتر، جزو دسته **کاربرد استاندارد** طبقه‌بندی می‌شود. در پیگیری این مطالعه، پژوهش دیگری توسط رفیع‌پور، استیسی و گویا (۲۰۱۲) انجام شد که در آن، کتاب درسی تازه تألیف پایه نهم ایران، با یکی از پراستفاده‌ترین کتاب‌های درسی ریاضی پایه نهم استرالیا به‌عنوان یکی از کشورهای پیشرو در زمینه مدل‌سازی و کاربرد، مقایسه شد و ویژگی‌های بارز این دو کتاب درسی،

---

1 International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)

۲ با توجه به هدف مقاله حاضر که در مورد مدل‌سازی و کاربردها به معنایی است که در ادبیات پژوهشی این حوزه مطرح است، لذا پژوهش‌هایی که در مورد معنای عام «کاربرد ریاضی» انجام شده‌اند، در این بررسی لحاظ نشده‌اند.

شناسایی شدند. یافته‌های این پژوهش نشان داد که تنوع زمینه‌ها[1] در مسائل کتاب درسی ایران محدود است، درحالی‌که در کتاب‌های درسی ریاضی استرالیایی، تنوع زمینه‌ها بیشتر است.

از این‌ها گذشته، در اولین همایش تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران که در اردیبهشت ۱۳۹۰ در مشهد برگزار گردید، سه مقاله در حوزه مدل‌سازی و کاربردها ارائه شد. در یکی از مقاله‌ها، حوزه مدل‌سازی و کاربردها توسط رفیع‌پور (۱۳۹۰ الف) معرفی شد و ضرورت توجه به آن در فرآیند یاددهی –یادگیری ریاضی، تبیین شد. در مقاله دیگری، زمینه‌های زندگی واقعیِ بومی مانند پدیده ریز گردها، به‌عنوان موقعیتی چالش آور برای بعضی دانش‌آموزان ایرانی که بارها با آن مواجه شده‌اند، برای طراحی مسائل مدل‌سازی ریاضی، معرفی شدند (آگاه، فدایی و رفیع‌پور، ۱۳۹۰). هم‌چنین، پژوهشی در مورد ارزشیابی از فعالیت‌های مدل‌سازی انجام شد، زیرا ارزشیابی این نوع فعالیت‌ها، با ارزشیابی مسائل مرسوم ریاضی متفاوت است و رویکردهای متفاوتی را می‌طلبد (احمدپور، فدایی و رفیع‌پور، ۱۳۹۰.)

در رابطه با آشنایی معلمان با این رویکرد، رفیع پور (۱۳۹۰ ب) به این موضوع اشاره کرده است که باوجود توجه به مدل‌سازی و کاربردها در سند برنامه درسی ملی و کتاب‌های تازه تألیف، از معلمان ریاضی برای اجرای مسائل مدل‌سازی در کلاس‌های درس، کمتر حمایت شده است. به گفته آگاه، فدایی و گویا (۱۳۹۱)، تشکیل کارگاه‌های آموزشی مدل‌سازی برای معلمان، می‌تواند ازجمله این حمایت‌ها باشد. بالاخره، در مطالعه رفیع‌پور (۱۳۹۰ ج)، به برخی از منابع موردنیاز برای اتخاذ رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در برنامه‌های درسی ریاضی دانشگاهی، مانند «مسابقه مدل‌سازی ویژه دانشجویان» و «پروژه آکسفورد» به‌عنوان دو نمونه، اشاره شده است.

بررسی این پیشینه معلوم می‌کند که باوجود تلاش‌های فزاینده، هنوز منابع موجود در ادبیات پژوهشی ایران و جهان در این حوزه، اندکند و جا دارد که به این حوزه، بیشتر پرداخته شود.

نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل کلامی

در پژوهش مشترک رفیع‌پور و کریمیان‌زاده (۱۳۹۰) و کریمیان زاده و رفیع‌پور (۱۳۹۱)، پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل دنیای واقعی، مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش،

1 Context

از ۲۰ دانش‌آموز پایه دوم دبیرستان خواسته شد که چند مسئله ازجمله مسئله **دویدن محمد** را حل کنند.

محمد ۱۰۰ متر را در ۱۷ ثانیه می‌دود. چه قدر طول می‌کشد تا او، یک کیلومتر را بدود؟

همه دانش‌آموزان، به‌عنوان پاسخ این مسئله، عدد ۱۷۰ را ارائه کردند و هیچ‌کدام، تفسیری برای جواب عددی خود عرضه نکردند. در این پژوهش، یکی از دلایل احتمالی برای نادیده گرفتن عقل سلیم توسط دانش‌آموزان، تجربه قبلی آن‌ها در کلاس‌های درسی ریاضی عنوان شد. برای مثال، مسئله‌ای در کتاب پایه اول دبیرستان (ص. ۱۱۶) وجود دارد که در آن، نمودار دویدن یک فرد، خط در نظر گرفته شده است که این امر، استثنا نیست؛ یعنی، بسیاری از مسائل کتاب‌های درسی ریاضی که **در ظاهر**، برگرفته از دنیای واقعی هستند، به‌طور ضمنی، به دانش‌آموزان می‌باورانند که لزومی ندارد مسئله را در دنیای واقعی ببینند.

بدین سبب، در پژوهش دیگری که توسط فرامرزپور و رفیع‌پور (۱۳۹۱) انجام شد، نظر معلمان ریاضی دوره راهنمایی، در خصوص علل وقوع پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم توسط دانش‌آموزان، در موقع حل مسائل مدل‌سازی، مورد بررسی قرار گرفت[1]. فرشافل[2] (۲۰۰۲) و گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) نیز با نگارش مقالات متعدد و کتاب در خصوص مسائل کلامی، به پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل کلامی اشاره نموده‌اند و گنجانیدن مسائل کلامی تفسیری را در کتاب‌های درسی ریاضی، راه‌حلی محتمل، برای رویارویی مناسب با این پدیده، دانسته‌اند.

گزارش یک پژوهش با تمرکز بر ارزشیابی سطوح شایستگی مدل‌سازی

در سومین جشنواره خانه ریاضیات کرمان، بخشی طراحی شده بود که در آن، دانش‌آموزان پایه دوم دبیرستان توسط ادارات آموزش و پرورش، از مدارس سطح شهر انتخاب شدند و برای شرکت در کارگاه‌های آموزشی به دانشگاه شهید باهنر کرمان آمدند. یکی از این کارگاه‌های آموزشی، کارگاه مدل‌سازی و کاربردها بود. در کارگاه مدل‌سازی و کاربرد، دانش‌آموزان در هر

۱نتایج این پژوهش، در مجله رشد آموزش ریاضی شماره ۱۱۲ به چاپ رسیده است.

2 Verschaffel

نوبت، به‌صورت گروهی بر روی یک مسئله کار می‌کردند. این مسئله در ابتدای هر جلسه توسط دانش‌آموزان شرکت‌کننده و از بین پنج مسئله موجود در کتابچه کارگاه‌ها، انتخاب می‌شد. در انتخاب مسئله‌ها، تلاش شد تا حد ممکن، زمینه‌ها به واقعیت‌های زندگی دانش‌آموزان ایرانی، نزدیک شوند. به‌عنوان مثال، در زیر، سه نمونه از مسئله‌هایی که در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها ارائه شد، معرفی می‌گردند.

مسئله مکالمه با تلفن همراه *(کیاسر و ماب، ۲۰۰۷): نرخ مکالمه با تلفن‌های همراه، چه رابطه‌ای با عادت‌های مکالمه افراد دارد؟ مجموعه مقرراتی تدوین کنید تا افراد را در انتخاب اپراتور تلفن همراه، کمک نماید.*

مسئله مکالمه با تلفن همراه، از ادبیات پژوهشی گرفته شد، ولی برای طراحی زمینه مسئله، از داده‌های مربوط به شرکت‌های ایرانی تلفن همراه، استفاده گردید.

مسئله خرید اتومبیل: *فرض کنید ۱۵ میلیون تومان پول دارید و می‌خواهید اتومبیل مناسبی را خریداری کنید. اکنون با توجه به اطلاعاتی که در سایت شرکت‌های خودروساز ایرانی وجود دارد، خودرو انتخابی خود را با ذکر دلیل مشخص نمایید.*

مسئله خرید اتومبیل، جرح و تعدیل شده یک مسئله در مطالعه پیزا (۲۰۰۳) بود[1] و برای حل آن، تمام اطلاعات مربوط به مصرف سوخت، ایمنی، اندازه اتومبیل و نظایر آن، در برگه‌هایی، به هر گروه از دانش‌آموزان ارائه شده بود. درواقع تنها ایده، از پیشینه پژوهشی اقتباس شد، اما مسئله بر اساس اطلاعات موجود در منابع ایرانی، طراحی شد. لازم به ذکر است که اطلاعات لازم از وبگاه شرکت‌های خودروسازی ایران استخراج شده بود.

مسئله ریاضیات با طعم آناناس *(لودویک و ژو، ۲۰۱۰): یک شیوه برای پوست کردن آناناس، در شکل ۵ نشان داده شده است. به نظر شما، چرا فروشنده، آناناس را به شیوه‌ای که در تصویر زیر آمده، پوست می‌کند؟ دلایل خود را به زبان ریاضی توضیح دهید.*

۱اصل این مسئله در پیوست مقاله رفیع پور و گویا (۱۳۸۹) آمده است.

شکل ۵. نحوه پوست کندن آناناس توسط یک فروشنده

مسئله «ریاضیات با طعم آناناس»، عیناً از متون پژوهشی ترجمه شد. دلیل این کار، جذابیت مسئله و آشنایی دانش‌آموزان ایرانی با زمینه مسئله بود. در ادامه، جزییات بیشتری از روش اجرا و نتایج کار دانش‌آموزان شرکت کننده در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها با تمرکز بر مسئله ریاضیات با طعم آناناس ارائه خواهد شد.

روش اجرا

در کارگاه مدل‌سازی و کاربردها با تمرکز بر مسئله ریاضیات با طعم آناناس، ۲۳ دانش‌آموز دختر رشته ریاضی و تجربی پایه دوم دبیرستان، شرکت داشتند. این کارگاه در مدت ۹۰ دقیقه اجرا شد. به این ترتیب که پس از بیان مقدمات، تاریخچه مختصری از مدل‌سازی شامل آشنایی با چرخه مدل‌سازی (شکل ۱)، بیان شد (۱۰ دقیقه). سپس فیلمی که نحوه پوست کندن آناناس را نشان می‌داد، پخش شد و در ادامه از دانش‌آموزان سؤال شد: چرا فروشنده، آناناس را به این صورت پوست می‌کند؟ (۵ دقیقه) پس از درک مسئله، دانش‌آموزان به‌صورت گروهی مشغول بحث شدند و به راه‌حل مسئله فکر کردند (۴۵ دقیقه). در ادامه نماینده هر گروه راه‌حل ارائه شده توسط گروه‌شان را به کلاس ارائه نمود (۲۰ دقیقه). در پایان نیز جمع‌بندی کارگاه توسط نویسنده این مقاله در مورد پاسخ‌های دانش‌آموزان به کلاس ارائه شد (۱۰ دقیقه).

چارچوب نظری

برای کدگذاری برگه‌های پاسخ از چارچوب نظری لودویک و ژو (۲۰۱۰) استفاده شد که شامل شش سطح است. این سطوح به همراه توضیح مختصر برای هر یک، در شکل ۶ آمده است.

سطح ۰: موقعیت را درک نمی‌کنند و قادر نیستند مطلب را در مورد مسئله طرح کرده یا بنویسد.

سطح ۱: فقط می‌توانند موقعیت مسئله را درک نمایند. ولی نمی‌توانند این موقعیت را ساده کنند یا نمی‌تواند ارتباط بین ایده‌های ریاضی را بفهمند.

سطح ۲: پس از بررسی موقعیت، می‌توانند یک مدل واقعی را بیان نمایند. ولی نمی‌توانند آن را به یک مسئله ریاضی تبدیل کنند.

سطح ۳: علاوه بر فهمیدن مدل واقعی، آن را به یک مسئله ریاضی ترجمه می‌کنند. ولی نمی‌توانند آن مسئله را در دنیای ریاضی حل کنند.

سطح ۴: می‌توانند یک مسئله ریاضی از موقعیت واقعی بیرون کشیده و آن را در دنیای ریاضی حل کنند. ولی قادر به تفسیر نتایج نیستند.

سطح ۵: می‌توانند چرخه مدل‌سازی را به‌طور کامل تجربه کنند. همچنین می‌توانند راه‌حل مسئله ریاضی را نسبت به موقعیت، جرح و تعدیل نمایند.

شکل ۶. سطوح شایستگی مدل‌سازی برگرفته از لودویک و ژو (۲۰۱۰)

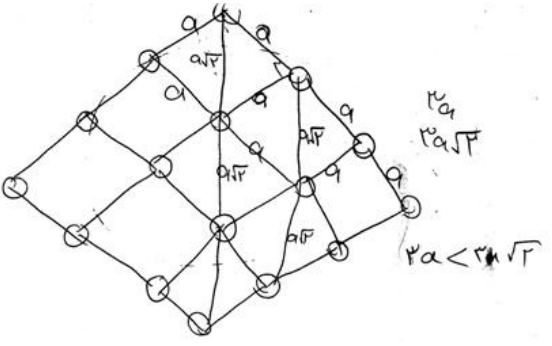
چارچوب نظری لودویک و ژو (۲۰۱۰) بر اساس چرخه مدل‌سازی بلوم و نیس (۲۰۰۵) تعریف شده‌اند. این چرخه شامل هفت مرحله زیر است.

a. فهمیدن مسئله و ساختن مدل موقعیتی؛
b. ساده کردن مدل موقعیتی (تصویر ذهنی از موقعیت مسئله) و ساختن مدل واقعی؛
c. ریاضی‌وار کردن و ساختن مدل ریاضی از روی مدل واقعی؛
d. کار کردن با مفاهیم ریاضی در دنیای ریاضی؛
e. تفسیر کردن جواب‌های ریاضی به دنیای واقعی؛
f. ارزیابی کردن نتایج دنیای واقعی در مقابل مدل موقعیتی؛
g. نشان دادن ارتباط مدل موقعیتی با موقعیت واقعی که مسئله از آنجا شروع شده است.

هر یک از سطوح شش‌گانه شایستگی مدل‌سازی لودویگ و ژو (۲۰۱۰) متناظر با یک یا چند گام از چرخه مدل‌سازی بلوم و نیس (۲۰۰۵) است. به‌طوری‌که سطح ۰ متناظر با موقعیت قبل از گام a است و دانش‌آموز هنوز در فهم مسئله مشکل دارد. سطح ۱ متناظر با مرحله‌ای بین گام a و b است. سطح ۲ متناظر با گام b است. سطح ۳ متناظر با ساختمان مدل ریاضی است که همان گام c است. دستیابی به سطح ۴ به این معنا است که دانش‌آموز گام d را در چرخه مدل‌سازی انجام داده است. سطح ۵ متناظر با این است که دانش‌آموز چرخه مدل‌سازی را در قیاس با گام ۵ و ۶ طی کرده است.

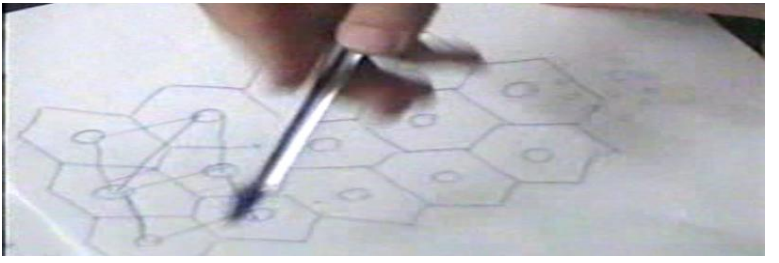
پاسخ‌های دانش‌آموزان

گروه اول پاسخ خود را به این صورت ارائه نمودند. آن‌ها با رسم شکل ۷ گفتند که اگر نقاط را روی یک صفحه در نظر بگیریم، آنگاه هر چهار نقطه یک مربع را تشکیل می‌دهند. اگر ضلع مربع a باشد و به‌صورت عمودی سه خانه را ببریم باید $۳a\sqrt{۲}$ را طی کنیم؛ اما اگر از روی ضلع‌ها ببریم برابر $۳a$ می‌شوند. می‌دانیم که $۳a < ۳a\sqrt{۲}$ است، بنابراین هدررفت آناناس در روشی که فروشنده آناناس به کار می‌برد، کمتر است. آن‌ها در این روش از قضیه فیثاغورس استفاده نمودند.



شکل ۷. تجسم شکل به‌صورت مربع‌های مورب و محاسبه طول قطر

گروه دوم تصویری دو بعدی از خال‌های سیاه میوه آناناس بر روی کاغذ ترسیم کرد (شکل ۸). این گروه از دانش‌آموزان این تصویر را شبیه به لانه‌ی زنبورعسل رسم کردند و سپس راه‌های محتمل برای برش آناناس را بررسی کردند.

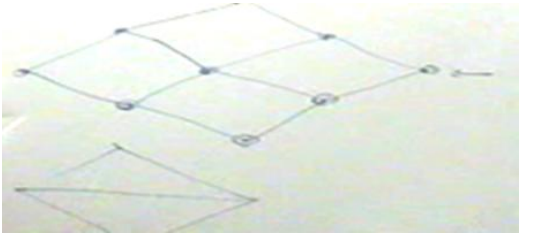


شکل ۸: تشبیه به لانه زنبور

گروه سوم نیز شکل آناناس را از حالت سه بعدی به حالات دو بعدی تجسم کردند. سپس خال‌های سیاه میوه آناناس و نحوه‌ی برش دادن آن را بر روی شکل دو بعدی بررسی کردند (شکل ۹).

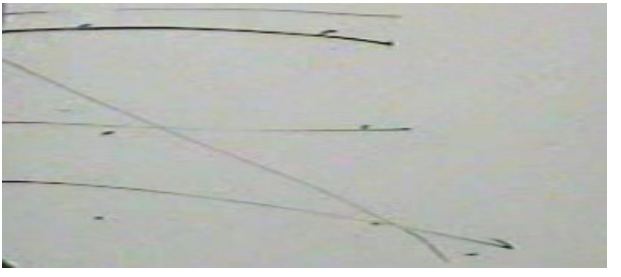
شکل ۹: تجسم آناناس به‌صورت دو بعدی

گروه چهارم این‌گونه استدلال کرد که اگر سطح آناناس را مانند شکل ۱۰ در نظر بگیریم، متوجه تعدادی لوزی می‌شویم. حال به دو روش می‌توان نقاط سیاه را حذف کرد. یکی به‌صورت مورب و دیگری به‌صورت افقی. حال اگر ما یک لوزی را در نظر بگیریم، می‌بینیم که یک قطر آن از قطر دیگر آن بلندتر است. به‌طور مثال اگر در برش افقی، ۱۰ سانتیمتر را برش بدهیم ۵ نقطه سیاه برداشته خواهد شد ولی در برش مورب به خاطر اینکه فاصله‌ی نقاط از یکدیگر کمتر است، تعداد نقاط بیشتری را بر می‌داریم.



شکل ۱۰: تجسم شکل به‌صورت لوزی‌های به هم چسبیده

گروه پنجم خال‌های سیاه آناناس را نقطه به نقطه و مطابق شکل ۱۱ ترسیم نمود. سپس مسیرهای مورب و افقی را به شکل اضافه کردند. آن‌ها این‌گونه ادامه دادند که حالا باید بررسی کنیم و ببینیم کدام برش، مساحت کمتری دارد؟ در برش مورب باید مسیر کوتاه‌تری را طی کنیم و درنتیجه طول کمتر و مساحت کمتری را باید طی کنیم.



شکل ۱۰: تجسم مسئله به‌صورت نقاط و ترسیم خطوط

نتایج

برگه‌های حاوی پاسخ، با استفاده از چارچوب نظری شکل ۶ تجزیه و تحلیل شدند. از یادداشت‌های میدانی و فیلم ویدئویی کارگاه نیز برای تجزیه و تحلیل بهتر برگه‌های دانش‌آموزان، استفاده شد. نتایج حاصل در جدول (۱) آمده است. همان‌طور که در جدول (۱) دیده می‌شود، تنها یکی از گروه‌های دانش‌آموزی توانستند به بالاترین سطح شایستگی مدل‌سازی برسند و جواب کاملاً درستی برای این مسئله ارائه نمایند. بقیه گروه‌ها علیرغم تلاش بسیار نتوانستند مدل ریاضی مطلوبی را برای چرایی جوابشان بیابند؛ بنابراین در سطح دوم متوقف شدند. هرچند که همه این گروه‌ها موفق شدند، درک خوبی از مدل موقعیتی به دست آورند.

جدول (۱). سطوح شایستگی مدل‌سازی گروه‌های دانش‌آموزی شرکت‌کننده در کارگاه

شماره ردیف گروه	تعداد اعضای گروه	سطح شایستگی مدل‌سازی
۱	۵	سطح پنجم
۲	۵	سطح دوم
۳	۵	سطح دوم
٤	۵	سطح دوم
۵	۳	سطح دوم

جمع‌بندی

ازآنجایی‌که یکی از قلمروهای آموزش ریاضی در برنامه درسی ملی ایران، مدل‌سازی است، توجه به پژوهش‌های بومی در این حوزه، اهمیت دوچندانی می‌یابد. با توجه به فعالیت‌های پژوهشی ذکر شده، حرکت به سمت توسعه فعالیت‌های مدل‌سازی و کاربردها آغاز شده، اما مسیری طولانی در پیش‌رو است. در پژوهش حاضر پس از معرفی حوزه مدل‌سازی و کاربرد در آموزش ریاضی از طریق معرفی چرخه مدل‌سازی و بیان مثال‌های متنوع، ادبیات پژوهشی این حوزه در داخل و خارج از ایران مرور شد. سپس مراحل انجام یک پژوهش تجربی شامل روش انجام پژوهش، چارچوب نظری مورد استفاده برای تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج، بیان شدند. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از این بود که یکی از گروه‌ها به سطح پنجم سطوح شایستگی مدل‌سازی ریاضی (لودویگ و ژو، ۲۰۱۰) دست یافته است. این مطلب نشان‌گر این است که اجرای فعالیت‌های مدل‌سازی در کلاس‌های درسی نوعی ایرانی امکان‌پذیر است و دانش‌آموزان می‌توانند پس از دریافت آموزش مناسب، عملکرد خوبی را در حوزه حل مسائل دنیای واقعی به نمایش بگذارند.

در پایان، به برخی از سؤال‌های پژوهشی باز اشاره می‌شود که هر یک از آن‌ها، می‌توانند مسیرهای مناسبی را برای تحقیقات آتی، ترسیم کنند.

- یک مسئله مدل‌سازی اصیل[1] برای دانش‌آموز نوعیِ[2] ایرانی، چه ویژگی‌هایی دارد؟
- چگونه می‌توان مسائل کلامی سنتی را که معمولاً در کتاب‌های درسی دیده می‌شوند، به مسائل کلامی تفسیری تبدیل کرد؟ چه فواید آموزشی خاصی برای این کار وجود دارد؟
- چگونه می‌توان فعالیت‌های مدل‌سازی را با برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، تلفیق کرد؟
- مزایا، محدودیت‌ها و مشکلات تلفیق فعالیت‌های مدل‌سازی با تجارب روزانه کلاس درس چه هستند؟
- چگونه می‌توان از معلمان، در فرآیند استفاده از فعالیت‌های مدل‌سازی بومی، حمایت کرد؟
- چگونه می‌توان فعالیت‌های مدل‌سازی را ارزشیابی کرد؟ آیا می‌توان این‌گونه ارزشیابی‌ها را در قالب ارزشیابی‌های سنتی گنجانید؟

منابع

آگاه، ز، فدایی، م؛ و رفیع پور، الف. (۱۳۹۰). مدل‌سازی ریاضی در برنامه درسی آموزش عمومی: بودن یا نبودن؟ *مجموعه مقالات اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۵۲۶-۵۲۲.

احمدپور، ف. فدایی، م؛ و رفیع پور، الف. (۱۳۹۰). مدل سازی: راهی برای ورود دنیای واقعی به کلاس درس. مجموعه مقالات *اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۵۲۱-۵۱۶.

بخشعلی زاده، ش؛ پاشا، ع و رستگار، الف. (۱۳۸۸). *کتاب درسی آمار و مدل‌سازی*. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی. وزارت آموزش و پرورش.

---

۱. یکی از مهم‌ترین چالش‌های حوزه مدل‌سازی و کاربردها، طراحی مسائلی است که از نگاه دانش‌آموزان، اصیل و معنادار باشند. این معناداری و اصالت، به قلمرو زمانی و مکانی مخاطبان نیز بستگی داشته و رابطه تنگاتنگی با این دو متغیر دارد. به‌عنوان مثال، مسئله‌ای که زمینه آن مربوط به چگونگی استفاده از **مترو** است، برای دانش‌آموزان یک شهر که از مترو به‌صورت روزانه استفاده می‌کنند، معنادار است، ولی برای دانش‌آموزان شهر دیگری که تاکنون از مترو استفاده نکرده‌اند، معنادار نیست.

2 Typical

رفیع پور، الف ؛ و گویا، ز. (۱۳۸۷). پیش‌بینی برخی از نتایج دانش آموزان ایرانی در پیزا. *مجموعه مقالات دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*. مرداد ۸۷ یزد، ایران.

رفیع پور، الف و گویا، ز. (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات آموزشی در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان ریاضی. *مجلهٔ علمی پژوهشی نوآوری‌های آموزشی*. وزارت آموزش و پرورش. ایران. بهار ۱۳۸۹. شماره ۳۳. صص ۹۱-۱۲۰.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ الف). رویکرد مدل‌سازی و کاربرد به یاددهی و یادگیری ریاضی. *مجموعه مقالات اولین همایش ملی تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران*. مشهد، ایران. صص ۴۲۷- ۴۲۳.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ ب). آموزش معلمان ریاضی در حوزه مدل‌سازی و کاربردها. *مجموعه مقالات سومین همایش ملی آموزش*. تهران، ایران. ص ۷۴.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۰ ج). استفاده از مسائل مدل‌سازی و کاربرد در برنامه درسی ریاضی دانشگاهی. گزارش *چهل و دومین کنفرانس ریاضی کشور*. رفسنجان، ایران صص ۱۹۰-۱۸۷.

رفیع پور، الف و کریمیان زاده، اعظم. (۱۳۹۰). ارائه پاسخی خطی به یک مسئله غیرخطی. گزارش *چهل و دومین کنفرانس ریاضی کشور*. رفسنجان، ایران. صص ۱۹۴-۱۹۱.

رفیع پور، الف. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان بر اساس رویکرد مدل‌سازی. *فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران*. سال ششم، شماره ۲۴، صص ۱۳۵-۱۵۶.

کریمیان زاده، ا. رفیع پور، ا. (۱۳۹۱). نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسائل دنیای واقعی. *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۱۰۷، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۴۴-۳۷.

Cockcroft, W. H. (Chairman). 1982, *mathematics counts: report of the committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools*, HMSO, London, UK.

De Lange, J. (2003). Mathematics for Literacy. In B.L. Madison & L.A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy. Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (pp. 75-89). Princeton, NJ: The National Council on Education and the Disciplines. (Retrieved from: http://www.maa.org/ql/pgs75_89.pdf & http://unjobs.org/authors/jan-de-lange)

Doorman, M. Drijvers, P. Dekker, T. Heuvel-Panhuizen M. de Lange, J. & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. In Torner, G. Schoenfeld, A.H. Reiss, K.M. (Eds.) *Problem solving around the world: Summing up the state of the art. Special Issue of ZDM Mathematics Education (On Problem*

Solving around the World), vol. 39 (5-6) pp. 405–418. Springer.

English, L. D. (2010 a). Young children's early modeling with data. *Mathematics Education Research Journal. Vol. 22*, No. 2. Pp. 24-47. Springer.

English, L. D. (2010 b). Modeling with Complex data in the primary school. In Lesh, R. Galbraith, P.L. Haines, C. R. Hurford, A. (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies (ICTMA 13),* Pp. 287-300. Springer.

English, L. D. (2012). Data modeling with first-grade students. Educational Studies in Mathematics. DOI 10.1007/s10649-011-9377-3.

Galbraith, P. (2007). Beyond the Low Hanging Fruit. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.): *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14,* (pp. 79-88). New York: Springer.

Greer, B. Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.W. Henne, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education (ICMI Study 14)* (pp. 89-98). New York: Springer.

Højgaard, T. (2010). Communication: The Essential difference between mathematical Modeling and problem solving. In Lesh, R. Galbraith, P.L. Haines & C. R. Hurford, A. (Eds.), M*odeling Students' Mathematical Modeling Competencies (ICTMA 13),* Pp. 255-264. Springer.

Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik ZDM,_the International Journal on Mathematics Education*, 36(2), 196-208.

Ludwig, M.; Xu, B. (2010). A Comparative Study of Modeling Competencies among Chinese and German Students. *Journal for didactics of Mathematics. Vol 31*. pp: 77–97.

Martinez M. V. & Brizuela, B. M. (2009). Modeling and proof in high school. In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4,* pp. 113-120. Thessaloniki, Greece, PME.

Niss, M. Blum, W. Galbraith, P. (2007). Part 1: Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modelling and Applications in*

Mathematics Education: ICMI Study 14, (pp. 3-32). New York: Springer.

Pollak, H. (2007). Mathematical modeling - A conversation with Henry Pollak. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14*, (Pp. 109-120). New York: Springer.

Rafiepour, A. and Stacey, K. (2009). Applying a mathematical literacy framework to the Iranian Grade 9 mathematics textbook. In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4*, pp. 433-440. Thessaloniki, Greece: PME.

Rafiepour, A. Stacey, K. & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal. vol. 24*, no. 1. Springer.

Stacey, K. (2012). The International Assessment of Mathematical Literacy: PISA 2012 Framework and items. *Proceedings of 12th International Congress on Mathematical Education*. Pp. 921-938. COEX, Seoul, Korea: ICME12.

Steen, L. A. (Ed). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. New Jersey: The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.

Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: promises and pitfalls (plenary lecture). In A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the international group for the psychology of mathematics education, vol. 1* (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.

Willis, S. (1990). Numeracy and society: the shifting ground. In Sue Willis. (Editor). *Being Numerate: What counts?* By the Australian Council for educational research. Australia.

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 117-140

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۱۴۰-۱۱۷

بررسی فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی

Investigating the process of problem posing

مجتبی اسکندری [۱]
ابراهیم ریحانی [۲]

M. Eskandari
E. Reyhani (Ph.D)

چکیده: در بخش اول این مقاله، ابتدا به معرفی اجمالی طرح مسئله پرداخته می‌شود و پس‌ازآن، برخی از چارچوب‌ها و دسته‌بندی‌هایی که در خصوص طرح مسئله طراحی شده‌اند مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. در بخش دوم مقاله، پژوهشی که در ایران انجام شده، معرفی و تشریح می‌شود. این پژوهش به روش شبه آزمایشی با گروه آزمایش و کنترل انجام شده است و هدف آن، بررسی تأثیر پرورش مهارت طرح مسئله بر توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم راهنمایی است. یافته‌های بخش اول نشان می‌دهد که مهارت طرح مسئله، با توانایی حل مسئله، خلاقیت و تفکر واگرا در ارتباط است و باعث ارتقای هم می‌شوند. همچنین، از فرایند طرح مسئله می‌توان به‌عنوان ابزاری جهت به دست آوردن آگاهی بیشتر نسبت به آنچه در ذهن دانش‌آموزان می‌گذرد، استفاده نمود. نتایج تحلیل آزمون t در بخش دوم پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس درس و پرورش مهارت طرح مسئله در دانش‌آموزان، توانایی حل مسئله آن‌ها را ارتقا می‌بخشد.

کلیدواژگان: طرح مسئله، حل مسئله، آموزش ریاضی، برنامه درسی، تدریس ریاضی.

Abstract: In the first part of this study, first a brief introduction of problem posing was present and then, some frameworks and classifications of problem posing were reviewed. In the second part of the study the research that has been conducted in Iran was introduced. This quasi-experimental study was conducted with experimental and control groups which aimed to investigate the impact of fostering mathematics problem posing skills on 8th grade students' ability to solve mathematical problems. The findings of the first part showed that problem posing skills was associated with problem solving ability, creativity and divergent thinking, and they improved each other. Problem posing process also could be used as a tool to gain a greater awareness of what's going on in the minds of students. T-test analysis of the second part of paper showed that doing problem posing activities in the classroom made a significant difference in students' problem solving skills.

Keyword: Problem Solving, Problem Posing, Mathematics Education, Curriculum, mathematics Teaching.

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، mojtabae@gmail.com
۲. استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، e_reyhani@yahoo.com
تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۰۴ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۲۱

مقدمه

حل مسئله ریاضی همواره به عنوان یکی از موضوعات مهم و چالش‌برانگیز در تحقیقات آموزش ریاضی مطرح بوده است. در حال حاضر، تأکید زیادی در به‌کارگیری رویکرد حل مسئله در فرایند آموزش ریاضی وجود دارد. با پذیرش اهمیت **حل مسئله** و جایگاه آن در آموزش ریاضی، سؤالات جدیدی در پیش رو قرار می‌گیرد. به عنوان مثال، این‌که منشأ این مسائل کجاست؟ یعنی مسائلی که ما حل می‌کنیم از کجا می‌آیند و چگونه تولید می‌شوند؟ آیا دانش‌آموزان هم می‌توانند مسئله طرح کنند؟ آیا طرح مسئله[1] در آموزش ریاضی، فرایند مهمی به شمار می‌آید؟ و جایگاه طرح مسئله در برنامه درسی و کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای چیست؟ اینشتن و اینسفلد[2] (۱۹۳۸، نقل شده در استویانوا و الرتن[3]، ۱۹۹۶) معتقدند صورت‌بندی یک مسئله اغلب مهم‌تر از حل آن است که ممکن است صرفاً چیزی در حد یک مهارت تجربی یا ریاضی باشد. در این مورد، سیلور[4] (۱۹۹۴) می‌گوید که «اگرچه خود مسائل، مورد مطالعه و بررسی‌های دقیق قرار گرفته‌اند، اما به ایجاد تنوع در منبع مسائلی که دانش‌آموزان در مدرسه حل می‌کنند، توجه کمی شده است». وی در ادامه ابراز می‌دارد که «اغلب از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که مسائل مطرح شده به‌وسیله معلم یا کتاب را حل کنند و به‌ندرت از آن‌ها خواسته می‌شود که خودشان مسئله طرح کنند». ازاین‌رو فرایند طرح مسئله ریاضی[5] نیز مورد توجه و بررسی قرار گرفته است، به‌طوری که کنترویچ، کوایچو، لیکین و برمن[6] (۲۰۱۲) بیان می‌دارند که «فرایند طرح مسئله ریاضی، از جمله موضوعاتی است که توجه تعداد زیادی از اعضای جامعه آموزش ریاضی را بیش از سه دهه، به خود جلب کرده است». توانایی طرح مسئله در آمریکا، حداقل از سال ۱۹۹۸، به عنوان یکی از اهداف ریاضیات مدرسه‌ای در نظر گرفته شده و در چین از سال ۲۰۰۲، به اهداف ریاضیات مدرسه‌ای افزوده شده است (یوان و سریرامن[7]،۲۰۱۱). کیلدیر و سزن[8] (۲۰۱۱) معتقدند «حل مسئله یکی از رویکردهایی است که بارها برای توضیح

1 Problem Posing
2 Einstein & Insfeld
3 Stoyanova & Ellerton
4 Silver
5 Mathematical Problem Posing
6 Kontorovich, Koichu, Leikin & Berman
7 Yuan & Sriraman
8 Cildir & Sezen

یک موضوع ریاضی یا تعیین موفقیت دانش‌آموزان، به کار رفته است. از سوی دیگر، طرح مسئله یک فرایند جامع است که شامل حل مسئله نیز می‌باشد». در مقابل، کنترویج و همکاران (۲۰۱۲) طرح مسئله را یکی از ابعاد حل مسئله می‌دانند. در هر صورت، اکثر محققان، بر وجود ارتباط بین این دو تأکید دارند.

از این‌ها گذشته، سیلور (۱۹۹۴) به معرفی طرح مسئله پرداخته و به لحاظ نظری، استدلال می‌کند که طرح مسئله، می‌تواند به عنوان موارد زیر در نظر گرفته شود:

- یک ویژگی از فعالیت‌های خلاق یا توانایی ریاضی خاص؛
- یکی از ویژگی‌های آموزش پرسشگری؛
- یک ویژگی برجسته از فعالیت‌های ریاضی؛
- ابزاری برای بهبود توانایی حل مسئله دانش‌آموزان؛
- پنجره‌ای رو به درک ریاضی دانش‌آموزان؛
- ابزاری برای افزایش علاقه‌مندی دانش‌آموزان به ریاضی.

سیلور (۱۹۹۴) از این موارد، ارتباط طرح مسئله و حل مسئله را مهم‌ترین انگیزه برای جلب‌توجه محققان به این موضوع دانسته است. بااین‌وجود، وی معتقد است که هنوز ارتباط بین این دو فرایند آشکار نیست و نیاز به انجام مطالعات بیشتری دارد.

از نظر براون و والتر[1] (۲۰۰۵)، طرح مسئله به دو شکل زیر، در فعالیت حل مسئله ظاهر می‌شود؛ یکی تغییر صورت مسئله و ساخت یک مسئله ساده‌تر، برای نزدیک شدن به حل مسئله اصلی و دیگری این‌که بعد از حل یک مسئله، اغلب برای این‌که درک درستی از مسئله و آنچه انجام داده‌ایم به دست آوریم، به عقب برمی‌گردیم و با تغییر دادنِ برخی از شرایط مسئله موجود، مسائل جدیدی طرح می‌کنیم تا با بررسی آن‌ها، به درک عمیق‌تری از مسئله و راه‌حل‌های آن دست یابیم. به عقیده مکینتاش و جرت[2] (۲۰۰۰)، «به‌ندرت از دانش‌آموزان خواسته شده است که برای یک مسئله، فرایندی را ابداع کنند یا مسئله‌های خودشان را بر پایه ارزیابی از یک موقعیت یا داده، طرح کنند». در نتیجه، دانش‌آموزان تا حد زیادی از ظرفیت موجود در

1 Brown & Walter
2 McIntosh & Jarrett

فرایندهای مرتبطِ حل مسئله و طرح مسئله، برای تقویت خلاقیت و مهارت‌های تفکر، بی‌بهره خواهند ماند. علاوه بر ارتباط فرایند طرح مسئله با حل مسئله، مزایایی برای به‌کارگیری طرح مسئله در کلاس درس بیان شده است. برای مثال، لوری[1] (۱۹۹۹) بیان می‌کند:

> *وضعیت‌های طرح مسئله[2] به کودکان کمک می‌کنند که بر محتوای برنامه درسی و نوع فعالیت یادگیری ارائه شده تا حدودی کنترل داشته باشند. به‌علاوه، فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان در این زمینه انجام می‌دهند، می‌تواند باعث ایجاد یک بینش در معلمان نسبت به باورها و نگرش دانش‌آموزان به ریاضی شود.*

افزون بر این، کیلدیر و سزن (۲۰۱۱) بر این باورند که طرح مسئله، می‌تواند بدفهمی‌ها، پیش‌داوری‌ها و کاستی‌های[3] مربوط به محتوا را در زمان کوتاه‌تر و با شیوه‌ای بهتر، تجزیه و تحلیل کند. قبلاً هم کیل‌پاتریک[4] (۱۹۸۷) ابراز کرده بود که طرح مسئله، یکی از ملزومات مهمِ حل مسئله است و نباید فقط به عنوان یک هدف دیده شود، بلکه باید به آن، به عنوان ابزاری برای آموزش نیز نگریست. شورای ملی معلمان ریاضی[5] آمریکا (NCTM، ۲۰۰۰، ص ۱۱۷)، طرح مسئله را به عنوان طرح سؤالات جدید در قالب یک مسئله زمینه‌مدار، معرفی می‌نماید و بیان می‌دارد که معلم، باید مهارت طرح مسئله را پرورش و توسعه دهد.

به جهت اهمیت این حوزه، این تحقیق با دو هدف انجام شد که یکی، مروری بر مهم‌ترین تحقیقات انجام شده در خصوص طرح مسئله و دیگری، بررسی تأثیر پرورش مهارت طرح مسئله بر توانایی حل مسئله ریاضیِ دانش‌آموزان است. بخش پژوهش این مقاله به دنبال یافتنِ پاسخ برای سؤال ذیل است.

آیا پرورش مهارت طرح مسئله ریاضی بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان تأثیر دارد؟

---

1 Lowrie
2 Problem posing situation
3 Misconceptions, Prejudices & Deficiencies
4 Kilpatrick
5 The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM

طرح مسئله

طی چند دهه اخیر، فرایند طرح مسئله ریاضی توسط برخی از محققان و آموزشگران ریاضی (به عنوان مثال، انگلیش[1]، ۱۹۹۷؛ کای[2]، ۱۹۹۸؛ کای و هوانگ[3]، ۲۰۰۲) مورد مطالعه قرار گرفته و تعاریفی برای آن ارائه شده است. شوکوان[4] (۱۹۹۳، نقل شده در استویانوا و الرتن، ۱۹۹۶) طرح مسئله را صورت‌بندی دسته‌ای از مسائل ریاضی بر مبنای یک موقعیت مفروض می‌داند. درحالی‌که سیلور (۱۹۹۴)، معتقد است طرح مسئله هم به تولید یک مسئله جدید و هم به صورت‌بندی مجدد یک مسئله مفروض دلالت دارد و بنابراین، می‌تواند قبل از حل یک مسئله، طیِ آن و بعد از حل مسئله انجام شود. در این راستا، استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، طرح مسئله را به عنوان فرایندی تعریف می‌کنند که در آن، دانش‌آموزان بر اساس تجارب ریاضی[5]، تعبیرها و تفسیرهای شخصی خود را از موقعیت‌های واقعی می‌سازند و آن‌ها را به‌صورت مسائل ریاضی معنادار، صورت‌بندی می‌کنند. کنترویچ و همکاران (۲۰۱۲) بر اساس تعریف حل مسئله به‌صورت «درگیر شدن در فعالیتی که حل آن از ابتدا مشخص نیست»، طرح مسئله را بعد خاصی از حل مسئله می‌دانند؛ به این صورت که فعالیت خواسته شده، یک تکلیف طرح مسئله است و هدف، طرح مسئله جدید می‌باشد که نیازهای تکلیف را برآورده می‌کند و روش صورت‌بندی مسئله جدید، برای مسئله طرح کن، از ابتدا مشخص نیست.

چارچوب‌های طرح مسئله ریاضی

بر اساس نتایج برخی از پژوهش‌های انجام شده در ارتباط با طرح مسئله، چارچوب‌ها و دسته‌بندی‌هایی برای مطالعه این فرایند ارائه شده است که در این بخش، برخی از مهم‌ترین آن‌ها به‌اختصار، مورد بررسی قرار می‌گیرند.

1 English
2 Cai
3 Hwang
4 Shukkwan
5 Mathematical experience

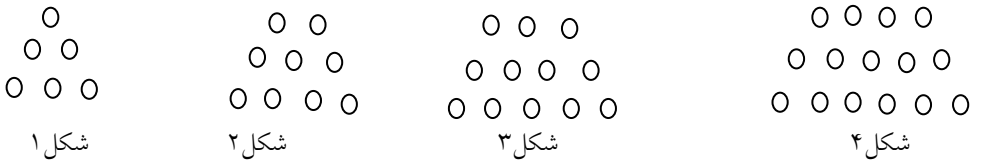
۱. دسته‌بندی سیلور

سیلور (۱۹۹۴) معتقد است که طرح مسئله جدید می‌تواند قبل، طی و بعد از حل یک مسئله اتفاق بیفتد.

طرح مسئله طی حل مسئله؛ یک نوع از طرح مسئله که معمولاً از آن به‌عنوان صورت‌بندی[1] یا صورت‌بندی مجدد[2]، یاد شده است، در طی فرایند حل یک مسئله اتفاق می‌افتد. هنگام حل یک مسئله غیر بدیهی، مسئله حل کن با این شکل از طرح مسئله درگیر می‌شود. به این صورت که سعی می‌کند با خلق مجدد مسئله داده شده، آن را طوری صورت‌بندی کند که امکان بیشتری برای حل آن داشته باشد. صورت‌بندی مسئله یک نوع فرایند طرح مسئله را نشان می‌دهد زیرا مسئله حل کن صورت یک مسئله مفروض را به یک صورت جدید تبدیل می‌کند که تمرکز روی حل آن خواهد بود. توصیه رهیافتی پولیا[3]، «به یک مسئله مناسب قابل‌دسترس فکر کن»، روش دیگری را نشان می‌دهد که در آن صورت‌بندی مسئله نیازمند طرح مسئله است. به عنوان مثال، پولیا (۱۹۴۵) بیان می‌دارد که حل معادله $x^۴ - ۱۳x^۲ + ۳۶ = ۰$ در ابتدای امر، کاری مشکل به نظر می‌رسد ولی مسئله حل کن با جایگزینی $x^۲ = y$ می‌تواند معادله را به‌صورت $y^۲ - ۱۳y + ۳۶ = ۰$ تبدیل کند که نسبت به معادله اولیه ساده‌تر است و با حل این معادله درجه دوم، به جواب‌های معادله اولیه دست یابد.

طرح مسئله قبل از حل مسئله؛ طرح مسئله می‌تواند زمانی اتفاق افتد که هدف، حل مسئله داده شده نیست، بلکه تولید یک مسئله جدید از یک موقعیت یا تجربه است. چنین طرح مسئله‌ای می‌تواند قبل از هر حل کردنی اتفاق بیفتد. همچنین، اگر طرح مسئله بر اساس یک موقعیت واقعی یا طراحی شده[4] باشد، در این دسته جای دارد. مثال: برای الگوی شکلی زیر، یک مسئله مناسب طرح کنید.

1 Formulation
2 Re-formulation
3 Polya
4 Contrived



شکل ۱: الگوی شکلی به عنوان موقعیتی برای طرح مسئله (کای، ۱۹۹۸، ص ۴۰)

طرح مسئله بعد از حل مسئله؛ طرح مسئله می‌تواند بعد از حل یک مسئله هم انجام شود، زمانی که فرد ممکن است برای خلق مسائل مرتبط، به بررسی شرایط مسئله اصلی بپردازد. این نوع از طرح مسئله با مرحله «بازگشت به عقب» پولیا مرتبط است.

به عنوان مثال، مسئله «۴ کارگر می‌توانند یک ساختمان را طی ۱۸ روز رنگ بزنند. اگر بخواهیم ساختمان را در ۱۲ روز رنگ بزنیم، به چند کارگر نیاز داریم؟» را در نظر بگیرید. با ایجاد تغییرات مناسب- این تغییرات می‌تواند در کمیت‌ها، متغیرها و زمینه مسئله انجام گیرد- در این مسئله، تعداد زیادی مسئله جدید می‌توان طرح کرد. به عنوان نمونه، «۴ کارگر می‌توانند یک ساختمان را طی ۱۸ روز رنگ بزنند. اگر بعد از گذشت ۳ روز ۲ کارگر اضافه کنیم، درمجموع، تمام کار چند روز به طول خواهد انجامید؟».

۲. چارچوب استویانوا و الرتن:

استویانوا و الرتن (۱۹۹۶)، موقعیت‌های طرح مسئله را به سه دسته آزاد، نیمه ساختاریافته و ساختاریافته[1] تقسیم کرده‌اند.

موقعیت طرح مسئله آزاد؛ موقعیتی است که در آن، از دانش‌آموزان خواسته می‌شود برای یک وضعیت واقعی یا زمینه‌مدار، مسئله طرح کنند. استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) به‌منظور تشویق دانش‌آموزان برای بازتاب بر تجارب قبلیِ خاص خود، این نوع از تکالیف را مورد استفاده قرار داده‌اند. نمونه‌هایی از موقعیت‌های طرح مسئله آزاد به قرار زیر می‌باشد:

- یک مسئله برای المپیاد ریاضی مدرسه خود طرح کنید؛
- یک مسئله که آن را دوست دارید طرح کنید؛

1 Free, Semi-Structured & Structured

- یک مسئله برای دوستتان طرح کنید تا او مسئله شما را حل کند.

موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته؛ تکالیفی که در آن، به دانش‌آموزان یک موقعیت باز داده می‌شود و از آن‌ها خواسته می‌شود تا ساختار موقعیت را بررسی نموده و با به‌کارگیری دانش، مهارت‌ها، مفاهیم و ارتباط با تجارب ریاضی گذشته خود، آن‌ها را تکمیل کنند. در مطالعه استویانوا و الرتن (۱۹۹۶) موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته به‌منظور تولید تعدادی مسئله مرتبط بر مبنای موقعیت‌هایی که دارای ساختارهای ناتمام هستند، مورد استفاده قرار گرفته است. نمونه‌هایی از این نوع تکالیف از این قرار است:

- یک تصویر به دانش‌آموزان ارائه دهیم و از آن‌ها بخواهیم بر مبنای آن، مسئله طرح کنند؛
- یک معادله یا محاسبه به دانش‌آموزان ارائه دهیم و از آن‌ها بخواهیم بر مبنای آن، مسئله طرح کنند.

موقعیت طرح مسئله ساختاریافته؛ یک موقعیت طرح مسئله هنگامی ساختاریافته تلقی می‌شود که فعالیت‌های طرح مسئله بر اساس یک مسئله مشخص باشد. هدف از چنین موقعیت‌هایی، کمک به دانش‌آموزان در درک مسائل خاص، ساختارهای حل و بررسی احتمال ارتباط بین صورت مسئله و ایده‌های حل است. به‌عنوان مثال، می‌توان مسئله «دایره‌ای درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع با طول ضلع a محاط شده است. شعاع دایره را برحسب a به دست آورید» را به دانش‌آموزان داد و از آن‌ها خواست هر تعداد مسئله جدید که می‌توانند، بر اساس آن طرح کنند.

۳. چارچوب انگلیش

انگلیش (۱۹۹۷) در راستای ارتقای توانایی طرح مسئله دانش‌آموزان پایه پنجم در استرالیا، یک برنامه یک‌ساله طرح مسئله را طراحی و اجرا کرد. به این منظور، چارچوبی شامل سه مؤلفه زیر را که معتقد بود در فرایند طرح مسئله دانش‌آموزان، نقش مهمی ایفا می‌کنند، در نظر گرفت.

درک دانش‌آموزان از یک مسئله؛ که به توانایی کودکان برای درک زیرساخت‌های مسئله و شناسایی ساختارهای مشابه در مسائل مرتبط اشاره دارد. انگلیش (۱۹۹۷) در مورد انتخاب این

مؤلفه بیان می‌دارد: «دانش‌آموز برای طرح مسئله جدید در وهله اول باید بداند مسئله چیست و اگر برای طرح مسائل جدید بخواهد مسائل موجود را به کار ببرد، باید ساختار ریاضی این مسائل را بشناسد». مثلاً، دانش‌آموز بتواند مسائل معمولی[1] را از مسائل غیرمعمولی تشخیص دهد.

شناسایی مسائلی که دانش‌آموزان ترجیح می‌دهند؛ شامل درک کودکان از مسائل مختلف برای اینکه مشخص شود چه مسائلی را دوست دارند و چه مسائلی را دوست ندارند. وی درباره این بعد از چارچوب معتقد است اگر دانش‌آموزان به بیان درک خود از مسائل ریاضی تشویق شوند، معلم می‌تواند یک بصیرت عمیق از دانسته‌های ریاضی آن‌ها به دست آورد و این بصیرت می‌تواند راهنمای او برای آموزش‌های بعدی باشد.

توانایی دانش‌آموزان در درک موقعیت‌های ریاضی، به طرق مختلف؛ به‌طور مثال بتوانند نمادهای رسمی (+، −، × و ÷) را به شیوه‌های مختلف تفسیر و توصیف کنند. انگلیش (۱۹۹۷) در توضیح انتخاب این مؤلفه از چارچوب خود می‌گوید: «توانایی دانش‌آموز برای تفسیر یک موقعیت ریاضی به طرق مختلف، در درک وی از موقعیت‌های واقعی ریاضی و نیز طرح مسائلِ ریاضی، حائز اهمیت است».

۴. مدل کریستو و همکاران

کریستو، مسولیدس، پیتالیس، پنتازی[2] و سریرامن (۲۰۰۵) به ساخت، توصیف و آزمایش یک مدل نظری از طرح مسئله پرداختند و به‌منظور تولید این مدل، فرایندهایی را که به دفعات زیاد، در ادبیات پژوهشی مربوط به فرایند طرح مسئله استفاده شده بودند، عملیاتی کردند. در این مدل، این فرایندها ویرایش اطلاعات کمّی، انتخاب اطلاعات کمّی، درک و سازمان‌دهی اطلاعات کمّی و ترجمه[3] اطلاعات کمّی نام‌گذاری شده‌اند. آنان دراین‌باره، توضیح می‌دهند:

منظور از **ویرایش اطلاعات کمّی**، تکالیفی است که نیازمند طرح مسئله دانش‌آموزان، بدون محدودیت به سبب اطلاعات، داستان‌ها یا شخصیت‌های ارائه شده در مسئله است. آن‌ها به‌طور

1 Routine
2 Christou, Mousoulides, Pittalis & Pantazi
3 Editing, Selecting, Comprehending and Organizing & Translating

مثال، به داستان زیر اشاره کرده و از دانش‌آموزان خواستند که بر اساس آن، یک مسئله طرح کنند.

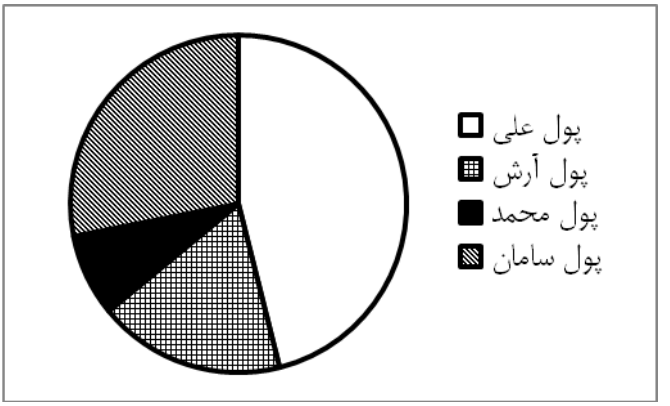
> *در سال ۱۴۹۲ میلادی، «کلمب» سفر طولانی خود را به هند آغاز کرد. در کشتی اول خود «سانتاماریا»، او ۲۵۰ کیلوگرم گوشت، ۶۰۰ کیلوگرم آرد و ۱۲۰۰ کیلوگرم سیب‌زمینی داشت. متأسفانه، به دلیل یک حادثه، ۲۴۵ کیلوگرم سیب‌زمینی خراب شد. در کشتی دوم خود، «پینتا»، ۳۰۰ کیلوگرم گوشت بیشتر از سانتاماریا داشت. کلمب بزرگترین کشف در تاریخ را انجام داد، وی امریکا را کشف کرد! (کریستو و همکاران ۲۰۰، ص ۱۵۲).*

انتخاب اطلاعات کمّی با تکالیفی در ارتباط است که نیازمند طرح مسائل یا پرسش‌هایی توسط دانش‌آموزان است که برای پاسخ‌های خاصِ داده شده، مناسب هستند. به عنوان مثال، یک مسئله در مورد داستان زیر بنویسید که پاسخ آن، ۱۰۰ مداد باشد. "علی ۱۲۰ مداد دارد، در حالی که محمد ۳۰ مداد کمتر از علی دارد."

درک اطلاعات کمّی به تکالیفی مرتبط است که در آن، دانش‌آموزان مسائل را بر مبنای معادلات داده شده ریاضی و یا محاسبات طرح می‌کنند. به‌طور مثال، یک مسئله مناسب برای معادله زیر بنویسید.

$$۴x + ۳۰۰ = ۲۰۰۰$$

ترجمه اطلاعات کمّی به طرح مسائل یا پرسش‌های مناسب به‌وسیله دانش‌آموزان، مبتنی بر نمودار یا جدول، نیاز دارد. به عنوان مثال، یک مسئله بر اساس شکل ۲ بنویسید که برای حل آن، نیاز به یک عمل جمع و یک عمل تفریق باشد.



شکل ۲: ارائه یک نمودار دایره‌ای به عنوان مبنای طرح مسئله با استفاده از فرایند ترجمه اطلاعات کمّی

کریستو و همکاران (۲۰۰۵)، پس از تحلیل نتایج با استفاده از آزمون‌های آماری، اعتبار مدل خود را تأیید کردند و بدین نتیجه دست یافتند که چهار فرآیند ویرایش، انتخاب، درک و ترجمه، در توانایی طرح مسئله دانش‌آموزان نقش محوری دارند. نتایج تحقیق کریستو و همکاران (۲۰۰۵) نشان داد که دانش‌آموزان در طرح مسائلی که به ترتیب به درک، ترجمه، ویرایش و انتخاب بپردازند، موفق‌تر هستند.

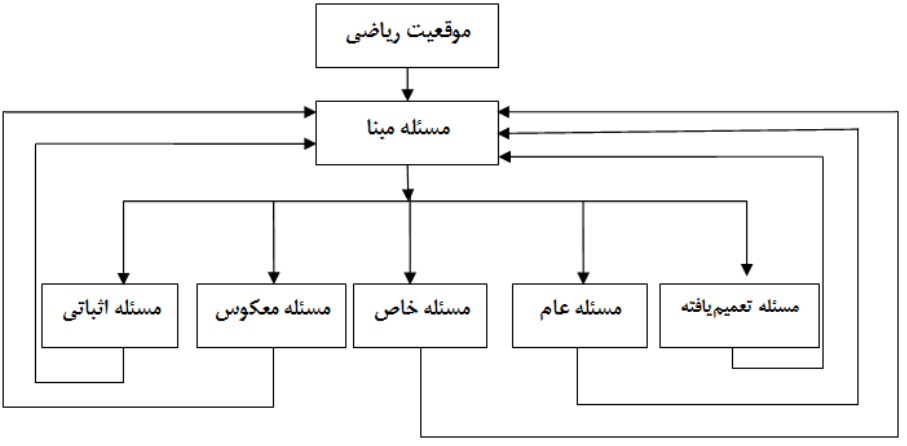
۵. چارچوب کانتررس[1]

کانتررس (۲۰۰۷) بر اساس استراتژی **اگر نباشد، چه می‌شود؟**[2] که توسط براون و والتر (۱۹۹۳) معرفی شده، یک چارچوب برای طرح مسائل جدید از روی یک مسئله **مبنا**[3] ارائه داده است. چارچوب وی در شکل ۳ ارائه شده است. منظور از **مسئله مبنا**، هر مسئله‌ای است که بتوان آن را برای تولید مسائل مرتبط تغییر داد. کانتررس (۲۰۰۷) در مقاله خود، مسئله «میانه‌های متناظر وارد بر دو ساق در مثلث متساوی‌الساقین، چه ویژگی‌هایی دارند؟» را به عنوان مسئله مبنا معرفی کرد. وی در چارچوب خود، مؤلفه‌های زیر را در نظر گرفت:

1 Contreras
2 What If Not?
3 Base

اثبات مستقیم و معکوس به عنوان مسئله[1]؛ خیلی از مسائل را می‌توان به‌راحتی با استفاده از عبارت «اگر ممکن است ثابت کنید...»، به‌صورت یک مسئله اثباتی تبدیل کرد. در مثال ذکر شده، مسئله می‌تواند به‌صورت «ثابت کنید میانه‌های وارد بر ساق‌های مثلث متساوی‌الساقین، با هم مساوی‌اند» بیان گردد. هم‌چنین، می‌توان جای معلوم‌ها و مجهول‌های یک مسئله را به‌منظور طرح یک مسئله جدید عوض کرد. مسئله مستقیم، اجازه بررسی شرایط لازم[2] را برای حل یک مسئله ریاضی می‌دهد، در حالی که عکس آن مسئله، فرصت بررسی شرایط یا ویژگی‌های کافی[3] را ایجاد می‌کند. البته گاهی عکس یک مسئله اثباتی نادرست است و برای برقراری آن، باید شرایط یا محدودیت‌هایی اعمال کرد. مثلاً در ارتباط با مثال مذکور، مسئله را می‌توان به‌صورت «ثابت کنید مثلثی با دو میانه مساوی، متساوی‌الساقین است»، طرح کرد.

طرح مسئله خاص[4]؛ در این حالت، محدودیت‌های بیشتری روی یک یا بیش از یک ویژگی مسئله اعمال می‌شود، به‌طوری که مسئله جدید، نوعی از مسئله مبنا باشد. به عنوان مثال، مسئله «ثابت کنید میانه‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مساوی‌اند»، حالتی خاص از مسئله مبنا است.



شکل ۳: چارچوب طرح مسئله کانتررس (۲۰۰۷، ص. ۱۶)

1 Proof and Converse Problems
2 Necessary Conditions
3 Sufficient conditions or properties
4 Special Problems

طرح مسئله عام[1]؛ از دیگر منابع بالقوه برای طرح مسئله ریاضی، **تعمیم** است. به این صورت که یک ویژگی مسئله مبنا با ویژگی دیگری جایگزین شود به‌طوری که مسئله مبنا، نوع خاصی از مسئله جدید باشد. به عنوان مثال، «آیا رابطه‌ای بین میانه‌های یک مثلث وجود دارد؟».

طرح مسئله تعمیم‌یافته[2]؛ در این حالت، یک یا چند ویژگی از مسئله مبنا تغییر می‌یابد، ولی در این حالت، مسئله مبنا و مسئله جدید، هیچ‌یک حالت خاصی از دیگری نیستند. برای مثال، «ثابت کنید میانه‌های مثلث قائم‌الزاویه، بزرگ‌تر یا مساویِ نصف طول وتر هستند»، نوعی مسئله توسعه‌یافته، برای مسئله مبنا به شمار می‌آید.

تاکنون به بررسی تعدادی از چارچوب‌ها و دسته‌بندی‌هایی که برای مطالعه فرایند طرح مسئله ارائه شده‌اند، پرداخته شده است. در قسمت بعد یک استراتژی و یک روش برای طرح مسئله در موقعیت‌های طرح مسئله ساختاریافته و نیمه ساختاریافته معرفی می‌شود.

استراتژی براون و والتر و روش ویسترو- یو[3] برای طرح مسئله

براون و والتر در کتاب «هنر طرح مسئله[4]» (۲۰۰۵)، یک طرح‌واره برای طرح مسائل جدید با استفاده از یک مسئله داده شده معرفی کردند که دارای پنج سطح است. سطح دوم این طرح‌واره به عنوان یک استراتژی طرح مسئله در تحقیقات زیادی (ازجمله لی‌وی و برشادسکی[5]، ۲۰۰۳؛ کانتررس، ۲۰۰۷؛ سانگ، یم، شاین و لی[6]، ۲۰۰۷) مورد استفاده قرار گرفته است و به عنوان استراتژی «اگر نباشد، چه می‌شود؟» معروف است. این طرح‌واره به‌صورت خلاصه، در جدول (۱) ارائه شده است.

1 General Problems
2 Extended Problems
3 Vistro-Yu
4The art of problem posing
5 Lavy & Bershadsky
6 Song, Yim, Shin & Lee

جدول (۱): طرح‌واره طرح مسئله براون و والتر (۲۰۰۵)

سطح	فعالیت	مثال
صفر	انتخاب یک نقطه شروع	آیا میانه‌های وارد بر ساق‌های مثلث متساوی‌الساقین، مساوی‌اند؟
اول	فهرست کردن متغیرهای مسئله داده شده	«میانه‌ها»، «مثلث» و «متساوی‌الساقین»
دوم	پرسیدن سؤال «اگر نباشد، چه می‌شود؟» برای هر متغیر	«اگر میانه نباشد، چه؟»
سوم	طرح مسئله یا پرسیدنِ سؤال جدید	آیا ارتفاع‌های وارد بر ساق‌های مثلث متساوی‌الساقین، مساوی‌اند؟
چهار	تحلیل و بررسی مسئله جدید	این مسئله، با مسئله اولیه متفاوت و کاملاً صحیح است. برای حل این مسئله، به روش جدیدی نیاز است و...

براون و والتر (۲۰۰۵) متذکر شده‌اند که این طرح‌واره خطی نیست، یعنی برای رفتن به هر سطح لزوماً به گذشتن از سطوح قبلی نیاز نیست و تقریباً هر سطح، می‌تواند بر سطح‌های دیگر اثر بگذارد. این استراتژی، یک روش کارآمد برای طرح مسائل جدید برمبنای یک مسئله مشخص می‌باشد، به‌طوری که کانتررس (۲۰۰۷) چارچوب خود را بر اساس این استراتژی طراحی کرده است.

ویسترو-یو (۲۰۰۹) با ایده گرفتن از یک روش در ادبیات، به نام «نوآوری در یک داستان»، روشی برای نوآوری در طرح مسئله معرفی کرده است. هر دو روش (نوآوری در داستان و نوآوری در طرح مسئله) در جدول (۲) معرفی و مقایسه شده‌اند.

جدول (۲): مقایسه روش‌های نوآوری بین داستان‌گویی و تولید مسئله ریاضی (ویسترو- یو، ۲۰۰۹، ص ۱۸۹)

نوآوری در داستان‌ها	نوآوری در مسائل ریاضی	ویژگی مسئله
جانشانی[1]- بازگویی همان داستان اما با ایجاد چند تغییر ساده مانند نام‌ها، اشیاء، مکان‌ها.	**جایگزینی**[2] – طرح مسئله مشابه به‌وسیله تغییر کمیت‌ها، مقادیر، واحدها، شکل‌ها و غیره.	حل این مسئله یک تمرین خواهد بود. چراکه با این نوع تغییر ساختار راه‌حل مسئله عوض نخواهد شد.
افزایش[3]- بازگویی همان داستان اما با اضافه کردن توصیف، گفتگوها و یا حوادث بیشتر.	**افزایش**- طرح مسئله مشابه، از طریق اضافه کردن داده یا محدودیتی جدید و یا افزودن یک مانع.	مسئله توسعه می‌یابد و می‌تواند پیچیده‌تر شود.
تغییر[4] – انجام تغییراتی که دارای بازتاب[5] هستند. به عنوان مثال، تغییرات در شخصیت‌پردازی، نو کردن فضای داستان، تغییر دادن پایان داستان.	**جرح‌وتعدیل**[6] – استفاده از همان داده‌ها، اما با اصلاح مسئله.	مسئله می‌تواند کاملاً جدید باشد، اما ممکن است برای حل، نیاز باشد از مسئله اصلی به عنوان یک نقطه آغاز استفاده شود.
انتقال[7]- بازگویی داستان در یک ژانر (نوع) متفاوت.	**زمینه مدار کردن مسئله**[8] برای اینکه آن را بیشتر به دانش‌آموزان مرتبط سازد.	مسئله مرتبط‌تر می‌شود اما اساساً مشابه همان مسئله اصلی است.

1 Substitution
2 Replacement
3 Addition
4 Alteration
5 Repercussion
6 Modification
7 Transformation
8 Contextualizing

تغییر دیدگاه[1] – بازگویی داستان از دید یک شخصیت متفاوت.	**برگرداندن یا معکوس کردن مسئله**[2]– طرح مسئله اصلی ولی با در نظر گرفتن هدف نهایی به عنوان داده و داده به عنوان هدف نهایی.	مسئله جالب‌تر و چالش‌برانگیزتر و کاملاً متفاوت می‌شود.
بازسازی طرح اصلی[3] – استفاده مجدد تنها از الگوی زیرساختی مسئله اصلی.	**صورت بندی مجدد**[4] – طرح مسئله اصلی در یک نوع متفاوت (به عنوان مثال، بیان یک مسئله اثبات کردنی به‌صورت یک مسئله موقعیتی[5]). موقعیتی[5]).	مسئله‌ی جدید متفاوت با مسئله اصلی است، اما برای فهم و حل آن، به دانش، مفهوم یا مهارتی که در مسئله اصلی لازم بود، نیاز است.

به عنوان نمونه، اگر مسئله«دو شیر آب، هریک به‌تنهایی به ترتیب در ۶ و ۱۲ دقیقه یک مخزن آب را پر می‌کنند. اگر این دو شیر با هم باز باشند، مخزن در چند دقیقه پر از آب می‌شود؟» به عنوان مسئله اصلی در نظر گرفته شود، با استفاده از شش راهبرد بیان شده در جدول (۲) می‌توان اقدام به طرح مسائل جدید کرد. این مسائل در جدول (۳) ارائه شده‌اند.

1 Change of viewpoint
2 Turning the problem around or reversing
3 Recycling the plot
4 Change of viewpoint
5 Situational

جدول (۳): طرح مسئله جدید با استفاده از شش ایده نوآوری

روش	مسئله جدید
جایگزینی	دو شیر آب، هریک به‌تنهایی به ترتیب در ۴ و ۶ ساعت یک مخزن آب را پر می‌کنند. اگر این دو شیر باهم باز باشند، مخزن در چند ساعت پر از آب می‌شود؟
افزایش	سه شیر آب برای پر کردن یک مخزن استفاده می‌شود. هر یک از شیرها به ترتیب در ۶ و ۱۲ و ۴ دقیقه مخزن را پر از آب می‌کنند. هر سه شیر با هم در چند دقیقه مخزن را پر از آب می‌کنند؟
جرح‌وتعدیل	دو شیر آب، هریک به‌تنهایی به ترتیب در ۶ و ۱۲ دقیقه یک مخزن آب را پر می‌کنند. اگر این دو شیر با هم باز باشند و هم‌زمان با آن‌ها یک شیر تخلیه که می‌تواند در ۳۶ دقیقه مخزن را به‌طور کامل خالی کند، باز باشد. چند دقیقه طول می‌کشد تا مخزن پر از آب شود؟
زمینه‌مدار کردن	برای پر کردن آب یک استخر از دو شیر آب استفاده می‌شود. امید از یکی از مسئولان استخر در خصوص حجم آب خروجی از شیرها سؤال کرد. وی پاسخ داد «از حجم دقیق آب خروجیِ شیرها آگاهی ندارم ولی می‌دانم که شیر اول به‌تنهایی در ۳۰ دقیقه و شیر دوم به‌تنهایی در ۴۰ دقیقه استخر را پر از آب می‌کنند». حساب کنید که اگر هر دو شیر آب با هم باز باشند، استخر در چند دقیقه پر از آب می‌شود؟
معکوس کردن	دو شیر آب، یک مخزن را در ۶ دقیقه پر از آب می‌کنند. سرعت شیر اول دو برابرِ شیر دوم است. شیر دوم به‌تنهایی مخزن را در چند دقیقه پر از آب می‌کند؟
صورت‌بندی مجدد	دو شیر آب، هریک به‌تنهایی به ترتیب در m و n دقیقه یک مخزن آب را پر می‌کنند. اگر این دو شیر باهم باز باشند، مخزن در چند دقیقه پر از آب می‌شود؟

دریکی از معدود مطالعات انجام شده در زمینه طرح مسئله در کشور، غیبی (۱۳۹۱) به بررسی مهارت طرح مسئله دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی در شهر تهران پرداخت. وی با ارائه چند موقعیت طرح مسئله نیمه ساختاریافته، از آن‌ها خواست مسئله طرح کنند. غیبی (۱۳۹۱) مسائل

طرح شده توسط دانش آموزان را از سه جنبه بررسی و کدگذاری کرده است. در مرحله اول مسائل را ازنظر صحت کلام مورد بحث قرار داده است. در مرحله دوم، مسائل را از جنبه درست بودن به دو دسته «درست، غلط» تقسیم کرده و در مرحله سوم مسائل درست را از جهت تطابق با دنیای واقعی مورد بحث و بررسی قرار داده است.

معرفی پژوهش

در پژوهش که به معرفی آن پرداخته می‌شود، ارتباط بین طرح مسئله و توانایی حل مسئله دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گرفت.

روش تحقیق

نویسنده دوم مقاله در مدرسه‌ای که در آن مشغول به تدریس بود، دو کلاس از سه کلاس پایه سوم راهنمایی خود را در سال تحصیلی ۱۳۹۲-۱۳۹۱، به عنوان نمونه در دسترس انتخاب کرد. دانش‌آموزان این دو کلاس، ازنظر معدل‌های سال قبلشان، به هم نزدیک بودند و در دو کلاس، دانش‌آموزان قوی، متوسط و ضعیف، به‌طور نسبتاً همگن توزیع شده بودند. با توجه به محدودیت محقق برای انتساب تصادفی آزمودنی‌ها، طرح تحقیق شبه آزمایشی از نوع گروه ناهمسان با پیش‌آزمون و پس‌آزمون مورد استفاده قرار گرفت. در پیش آزمون ۳۳ نفر از گروه آزمایش و ۳۴ نفر از گروه کنترل شرکت داشتند. همچنین، در پس‌آزمون ۳۱ نفر از گروه آزمایش و ۳۲ نفر از گروه کنترل شرکت کردند. با توجه به طرح و هدف تحقیق، جهت تجزیه و تحلیل داده‌ها و بررسی معناداری تفاوت بین میانگین نمرات دانش‌آموزان دو گروه در آزمون‌ها، آزمون تی مستقل مورد استفاده قرار گرفت.

ابزار گردآوری داده‌ها

به‌منظور گردآوری داده‌ها، دو آزمون شامل شش مسئله با ساختار مشابه به‌عنوان پیش‌آزمون و پس‌آزمون تهیه شد. محققین بجای طرح مسائل جدید برای ساخت آزمون‌های حل مسئله، پنج مسئله پیش‌آزمون و شش مسئله پس‌آزمون را از مسائل منتشر شده مطالعات ریاضی تیمز[1]، پایه

1 Trend International Mathematices and Science Study (TIMSS)

هشتم اقتباس کردند. چراکه مطالعات تیمز شامل آزمون‌هایی دقیق و استاندارد، مطابق با برنامه درسی بیش از ۴۰ کشور دنیا ازجمله ایران است. بااین‌وجود، از آنجا که مسائل از یک مجموعه کامل استخراج شده و بعضاً تغییراتِ مختصری در آن‌ها انجام شد، روایی محتوایی آزمون‌ها، توسط سه استاد آموزش ریاضی، دو استاد ریاضی و نیز چهار دبیر ریاضیِ مقطع راهنمایی مورد بررسی و بعد از انجام برخی اصلاحات، مورد تأیید قرار گرفت. پایایی پیش‌آزمون، با روش بازآزمایی بررسی شد. به این صورت که پس از آماده شدن آزمون، در یک کلاس پایه سوم راهنماییِ ۲۶ نفر و با فاصله زمانی دو هفته، دو بار برگزار شد و همبستگی بین نمرات دانش‌آموزان این کلاس در دو آزمون مورد آزمون قرار گرفت و ضریب پایایی ۰/۶۹ به دست آمد که مقدار قابل قبولی را نشان می‌دهد. از آنجایی که تمام مسائل آزمون حل مسئله در پس‌آزمون از مسائل منتشر شده آزمون تیمز ۲۰۱۱ در پایه هشتم انتخاب شده بود، پایایی آن مورد بررسی قرار نگرفت.

روند اجرای طرح

پس از برگزاری پیش‌آزمون در اواخر آبان ماه، در گروه کنترل به شیوه متداول تدریس شد؛ اما در گروه آزمایش در کنار فعالیت‌های متداول، فعالیت‌های طرح مسئله نیز مورد استفاده قرار گرفت. موقعیت‌های طرح مسئله‌ای که به دانش‌آموزان ارائه می‌شد، متفاوت بود. به این صورت که اگر مبحث تدریس شده در یک جلسه شرایط لازم را برای طرح مسئله داشت، معلم (نویسنده دوم مقاله) از دانش‌آموزان می‌خواست مسئله‌ای در ارتباط با همان مبحث طرح کنند. در غیر این صورت، یک موقعیت طرح مسئله‌ی از پیش طراحی شده به آن‌ها ارائه می‌شد. این جلسات در مجموع، ۲۶ جلسه ادامه داشت که دو جلسه اول به زمینه‌سازی در مورد لزوم وجود فعالیت‌های حل مسئله و طرح مسئله پرداخته شد. لازم به ذکر است به دلیل کمبود وقت، اکثر فعالیت‌های طرح مسئله به‌صورت تکالیف منزل به دانش‌آموزان عرضه می‌شد و تقریباً همه مسائل طرح شده توسط آن‌ها خارج از ساعات مدرسه مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گرفت.

طی این جلسات، ۱۵ موقعیت طرح مسئله به دانش‌آموزان ارائه و از آن‌ها خواسته شد برای آن مسئله طرح کنند. ده موقعیت، از نوع نیمه ساختاریافته شامل محاسبه، معادله، شکل، نمودار و

جدول بود. چهار موقعیت ساختاریافته و یک موقعیت آزاد هم به آن‌ها عرضه شد. سه جلسه از کل جلسات این دوره، هرکدام حدود ۱۵ دقیقه، به آموزش استراتژی طرح مسئله «اگر نباشد، چه می‌شود؟» و شش روش نوآورانه ویسترو- یو (۲۰۰۹)، در موقعیت‌های ساختاریافته و نیمه ساختاریافته اختصاص یافت.

یافته‌های پژوهش

برای آگاهی از تأثیر دوره آموزشی شامل انجام تکالیف طرح مسئله بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان گروه آزمایش، ابتدا توانایی حل مسئله دو گروه در پیش‌آزمون به‌وسیله آزمون t مستقل با فرضیه زیر مورد بررسی قرار گرفت.

H_0: بین نمره حل مسئله گروه آزمایش و گروه کنترل در پیش‌آزمون تفاوت وجود ندارد.

H_1: بین نمره حل مسئله گروه آزمایش و گروه کنترل در پیش‌آزمون تفاوت وجود دارد.

نتایج این آزمون، در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول (۴): آزمون t برای مقایسه میانگین نمرات حل مسئله دو گروه آزمایش و کنترل در پیش‌آزمون

	آزمون لوین برای تساوی واریانس‌ها		آزمون t برای تساوی میانگین‌ها						
								فاصله اطمینان ۹۵ درصد تفاوت	
	F	معنی‌داری	t	درجه آزادی	معنی‌داری (۲- دامنه)	تفاوت میانگین‌ها	تفاوت خطا	پایینی	بالایی
فرض تساوی واریانس‌ها نمرات حل مسئله در پیش‌آزمون	۰/۴۵۹	۰/۵۰۱	-۰/۱۳۶	۶۵	۰/۸۹۲	-۰/۰۸	۰/۵۹۱	-۱/۲۶۱	۱/۱۰۰
فرض عدم‌تساوی واریانس‌ها			-۰/۱۳۵	۶۳/۱۰	۰/۸۹۳	-۰/۰۸	۰/۵۹۲	-۱/۲۶۴	۱/۱۰۴

با توجه به جدول (۴) مشخص می‌شود که مقدار معنی‌داری آزمون لوین از فرض خطای $\alpha = ۰/۰۵$ بیشتر است، لذا فرض برابری واریانس‌ها پذیرفته می‌شود؛ بنابراین، سطر اول آزمون t ملاک بررسی‌های بعدی قرار می‌گیرد. نتایج آزمون t مستقل نشان می‌دهد که سطح معنی‌داری آن (۰/۸۹۲) از فرض خطای ۰/۰۵ بیشتر است. ازاین‌رو، فرض صفر تأیید می‌شود. درواقع، بین توانایی حل مسئله گروه آزمایش و کنترل، در پیش‌آزمون، تفاوت معنی‌داری وجود نداشته است؛ بنابراین، فرض یکسان بودن دو گروه پیش از شروع پژوهش پذیرفته شد. لذا، امکان استفاده از آزمون t مستقل برای مقایسه عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان دو گروه در پس‌آزمون نیز فراهم بود. آزمون t مستقل برای پس‌آزمون با فرضیه زیر به کار رفت.

H_0: بین نمره حل مسئله گروه آزمایش و کنترل در پس‌آزمون تفاوت وجود ندارد.

$H_۱$: بین نمره حل مسئله گروه آزمایش و کنترل در پس‌آزمون تفاوت وجود دارد.

نتایج این آزمون در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول (۵): آزمون t برای مقایسه میانگین نمرات حل مسئله دو گروه آزمایش و کنترل در پس‌آزمون

	آزمون لوین برای تساوی واریانس‌ها		آزمون t برای تساوی میانگین‌ها						
								فاصله اطمینان ۹۵ درصد تفاوت	
	F	معنی‌داری	t	درجه آزادی	معنی‌داری (۲-دامنه)	تفاوت میانگین‌ها	تفاوت خطا	پایینی	بالایی
فرض تساوی واریانس‌ها نمرات حل مسئله در پس‌آزمون	۱۱/۷۴۱	۰/۰۰۱	۶/۱۶۴	۶۱	۰/۰۰۰	۴/۰۰۶	۰/۶۵۰	۲/۷۰۶	۵/۳۰۶
فرض عدم‌تساوی واریانس‌ها			۶/۱۲۴	۵۱/۵۶	۰/۰۰۰	۴/۰۰۶	۰/۶۵۴	۲/۶۹۳	۵/۳۱۹

بنابر آنچه در جدول (۵) ملاحظه می‌شود، با توجه به اینکه مقدار معنی‌داری آزمون لوین از فرض خطای $\alpha = ۰/۰۵$ کمتر است، فرض برابری واریانس‌ها رد می‌شود؛ بنابراین، سطر دوم آزمون t ملاک بررسی‌های بعدی قرار می‌گیرد. نتایج آزمون t مستقل نشان می‌دهد که سطح معنی‌داری آن (۰/۰۰۰) از فرض خطای ۰/۰۵ کمتر است؛ بنابراین، فرض صفر رد می‌شود؛ یعنی بین مهارت حل مسئله گروه آزمایش و گواه، در پس‌آزمون، تفاوت معنی‌داری وجود دارد. درواقع، اجرای دوره آموزش ریاضی شامل فعالیت‌های طرح مسئله بر پرورش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان گروه آزمایش تأثیر مثبت داشته است.

پاسخ به سؤال پژوهش

آیا پرورش مهارت طرح مسئله ریاضی بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان تأثیر دارد؟

یافته‌های تحقیق حاکی از عملکرد مشابه دو گروه آزمایش و کنترل در پیش‌آزمون بود. درواقع تفاوت معناداری بین توانایی حل مسئله دو گروه مشاهده نشد؛ اما پس از اجرای دوره آموزشی شامل معرفی و انجام فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس درس، میانگین نمرات گروه آزمایش در پس‌آزمون (۶/۱۹) بیش از میانگین نمرات گروه کنترل در پس‌آزمون (۲/۱۹) بود. نتایج حاصل از آزمون t مستقل، بر معنادار بودن این تفاوت صحه می‌گذارد. بدین معنی که اجرای فعالیت‌های طرح مسئله، در کنار فعالیت‌های معمول در گروه آزمایش باعث ارتقای توانایی حل مسئله دانش‌آموزان این گروه شده است.

بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به بخش اول این مقاله، که به بررسی و تحلیل چند چارچوب و دسته‌بندی مرتبط با فرآیند طرح مسئله اختصاص داشت، به‌نظر می‌رسد فرایند طرح مسئله به‌مرور، توجه بیشتری از محققان آموزش ریاضی را به خود جلب کرده است. نتایج بررسی مطالعات صورت گرفته حاکی از وجود ارتباط نزدیک بین مهارت طرح مسئله و توانایی حل مسئله می‌باشد. از طرح مسئله می‌توان به عنوان ابزاری برای آموزش معنادار ریاضی و نیز جهت به‌دست آوردن آگاهی نسبت به آنچه در ذهن دانش‌آموزان می‌گذرد استفاده کرد. هدف بخش دوم پژوهش که با استفاده از یک طرح شبه آزمایشی انجام شد، بررسی تأثیر پرورش مهارت طرح مسئله بر توانایی حل

مسئله ریاضی دانش‌آموزان سوم راهنمایی بود. نتایج تجزیه و تحلیل داده‌ها در این بخش نشان داد که استفاده از فعالیت‌های طرح مسئله در کلاس درس و درواقع پرورش مهارت طرح مسئله در دانش‌آموزان، می‌تواند توانایی حل مسئله آن‌ها را افزایش دهد.

موضوع حل مسئله در آموزش ریاضی یکی از مباحث اساسی به شمار می‌آید و در حال حاضر در کتب ریاضی مدرسه‌ای، بر وجود آن تأکید شده است. با توجه به نقش و جایگاه معلم در اجرای رویکردهای نوین آموزشی در کلاس‌های ریاضی، آشنایی آن‌ها با طرح مسئله و حل مسئله ضروری است. در این راستا، انجام تحقیقات در حوزه طرح مسئله و به‌طور خاص آموزش معلمان ریاضی یک اولویت پژوهشی است. در این مقاله، با معرفی فرایند طرح مسئله و ارتباط آن با حل مسئله ریاضی، سعی شده زمینه‌ای برای آشنایی علاقه‌مندان به حل مسئله و طرح مسئله به وجود آید. ازجمله این موضوعات، می‌توان به ارزیابی توانایی طرح مسئله دانش‌آموزان و بررسی برنامه درسی و کتاب‌های درسی ریاضی ازنظر به‌کارگیری ایده طرح مسئله، اشاره نمود.

منابع

پولیا، جورج (۱۳۸۵). *چگونه مسئله را حل کنیم*. ترجمه احمد آرام. (چاپ هفتم). تهران: کیهان (نشر اثر اصلی، ۱۹۴۵).

غیبی، تاییس (۱۳۹۱). *بررسی فرایند طرح مسئله ریاضی دانش آموزان ابتدایی*. پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی دانشکده علوم پایه.

مکینتاش، رابرت؛ جرت، دنیس (۲۰۰۰). *آموزش حل مسئله ریاضی: تحقق یک چشم‌انداز، مروری بر ادبیات تحقیق*. ترجمه زهرا گیلک و زهرا گویا. رشد آموزش ریاضی؛ شماره ۸۶، ص ۴-۲۱.

Brown, S. I. & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. London, Lawrence Erlbaum Associates, Ink.

Cai, J. (1998). *An investigation of U.S. and Chinese students' mathematical problem posing and problem solving*. Mathematics Education Research Journal, 10(1), 37-50.

Cai, J. Hwang, S. (2002). *Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing*. Journal of Mathematical Behavior, 21(4), 401-421.

Christou, C. Mousoulides, N. Pittalis, M. Pitta-Pantazi, D. & Sriraman, B. (2005*). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (International Reviews on Mathematical Education), 37(3), 1-10.

Cildir, s & sezen, n (2011). *A study on the evaluation of problem posing skills in terms of academic success*. Procedia Social and Behavioral Sciences 15, 2494–2499.

Contreras, José (2007). *Unraveling the Mystery of the Origin of Mathematical Problems: Using a Problem-Posing Framework With Prospective Mathematics Teachers*. The Mathematics Educator, 17(2), 15–23.

English, L. D. (1997). *The development of fifth-grade children's problem-posing abilities*. Educational Studies in Mathematics, 34(3), 183-217.

Kilpatrick, J. (1987). *Problem formulating: Where do good problems come from?* In: A. H. Schoenfeld (Ed.), Cognitive Science and Mathematics Education (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kontorovich, I. Koichu, B. Leikin, R. & Berman, A. (2012): *An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups*. Journal of Mathematical Behavior 31(1), 149– 161.

Lavy, I. & Bershadsky, I. (2003). Problem Posing via "What if not?" strategy in Solid Geometry - A Case Study. The Journal of Mathematical Behavior, 22(4), 369-387.

Lowrie, T. (1999). *Free problem posing: Year 3,4 students constructing problems for friends to solve*. J. Truran & K.Truran (Eds.), Making a difference. Panorama (pp. 328-335). South Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.

NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Silver, E. A. (1994). *On mathematical problem posing*. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19–28.

Song, S. H. Yim, J. H. Shin,E. J & Lee,H. H. (2007). *Posing problems with use the 'what if not?' strategy in nim game*. In Woo, J. H. Lew, H. C. Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 193-200). Seoul: PME.

Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). *A framework for research into students' problem posing*. P. Clarkson (Ed.), Technology in Mathematics Education, (pp.518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Vistro-Yu, C. (2009). *Using Innovation Techniques to Generate New Problems*. In: In B. Kaur, Y. B. Har, M. Kapur (Eds.), MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING (pp.185-207). Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Yuan, X. & Sriraman, B. (2011). *An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem posing abilities—Comparing Chinese and U.S students*. In B.Sriraman, K. Lee (Eds.),The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics (pp. 5-28). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۱۶۲-۱۴۱

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 141-162

ارایه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی، به منظور پرورش استدلال جبری و تفکر تابعی دانش‌آموزان

Developing a model to enhance elementary teachers' ability to foster functional thinking and algebraic reasoning in elementary students

نسیم اصغری[۱]

چکیده: این مطالعه، به بررسی فرآیند تغییر ادراک معلمان دوره ابتدایی پایه‌های ۳ تا ۵ می‌پردازد که در دوره رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی» شرکت کردند. تفکر جبری به‌عنوان تفکر تابعی، اساس طراحی دوره و به‌کارگیری و تولید منابع در طول دوره بود. برای بررسی فرآیند تغییر و ارتقای معلمان، از مدل «پذیرش مبتنی بر دغدغه» (CBAM) به‌عنوان چارچوب نظری مطالعه، استفاده شد. این مدل، روشی برای اجرا و مدیریت و ارزیابی برنامه‌های نوآوری است که در این پژوهش، از یکی از ابزارهای آن به نام «پیمایش دغدغه‌ها» جهت اجرا، مدیریت و ارزیابی کارآمدی این دوره آموزشی و تحلیل فرآیند تغییر معلمان، استفاده شد. این ابزار، توصیفی قدرتمند از میزان پویایی و درگیر شدن فرد را برای تغییر، فراهم می‌کند. بدین سبب از آن، به‌عنوان وسیله‌ای برای رتبه‌بندی دغدغه‌های شرکت-کنندگان در سه بعد «خود»، «تکلیف» و «تأثیر» در هفت سطح آگاهی، اطلاعاتی، شخصی، مدیریت، پیامد، همکاری و تمرکز مجدد، استفاده شد. نتایج حاصل از به‌کارگیری مدل، تغییرات مؤثر در میزان آگاهی، مدیریت برنامه و تولید تکلیف‌های مناسب برای تحقق اهداف برنامه در معلمان را نشان داد. تعدادی از معلمان تا سطح «تکلیف» و «تأثیر» از مراحل دغدغه، ارتقا یافتند. در ضمن، بر اثر کار با معلمان و با تکیه بر مفهوم‌پردازی‌های آنان، الگویی برای پرورش تفکر تابعی به دست آمد.

کلیدواژگان: تابع، تفکر تابعی، دوره‌های رشد حرفه‌ای معلمان ابتدایی، CBAM، فرآیند تغییر.

N. Asghari (Ph.D)

Abstract: This study explores the process of change of grades 3 to 5 elementary teachers, who participated in a professional development program "Algebraic Thinking: Foundation of Elementary Mathematics". Algebraic thinking as a functional thinking was the centerpiece of the program. The "Concern Base Adaptation Model" (CBAM) was used as methodology. The results of the study showed the significant changes in information, program management and task designing of teachers. Significantly, their understanding about functional thinking progressed. Finally a model was designed for integrating functional thinking in elementary mathematics curriculum as a result of this study.

Keyword: Function, Functional Thinking, Program of Professional Development of Elementary Teachers, CBAM, Change Process.

۱. استادیار گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی دانشگاه آزاد اسلامی، nas.asghari@iauctb.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۱۰ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۵

مقدمه

در سال‌های اخیر، جبر به کانون توجه آموزشگران و سیاست‌گذاران آموزشی تبدیل شده است، زیرا به گواهی پژوهش‌های انجام شده، برای بسیاری از دانش‌آموزان در سراسر دنیا، با شروع جبر، سختی ریاضی بیشتر شده و آغازی برای جدا شدن آن‌ها از ریاضی می‌شود. مشکلات عدیده‌ای که دانش‌آموزان، طی سالیان متمادی در درس جبر تجربه کرده‌اند، باعث دل‌زدگی و گریز آن‌ها از ریاضی و گاه ترک تحصیل شده است (کاپوت، ۲۰۰۰). از این رو، پرداختن به موضوع جبر در آموزش ریاضیِ مدرسه‌ای، یکی از ضرورت‌های پژوهشی حوزه آموزش ریاضی در این زمان است.

پیشینه پژوهش

پژوهش‌های بین‌المللی متعدد، حکایت از آن دارند که اکثر دانش‌آموزان، قابلیت‌های جبر را به‌خوبی نمی‌شناسند و در موقعیت‌هایی هم که چاره‌ای جز به‌کارگیری آن ندارند، اطلاع چندانی از مفاهیم زیر بنایی آن ندارند. برای مثال، نتایج ششمین **ارزیابی ملی پیشرفت تحصیلی**[1] که به‌وسیله **شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا**[2] منتشر شد، نشان می‌دهد که دانش‌آموزان پایه دوازدهم، در حل ساده‌ترین معادله‌ها و نامعادله‌ها و هم‌چنین، در انتقال از بازنمایی شفاهی به نمادین، با مشکل مواجه هستند (کنی[3] و سیلور[4]، ۱۹۹۷.)

درواقع، جبر در برنامه درسی دوره متوسطه، در نقش یک «دروازه‌بان» ظاهر شده است (کاپوت، ۲۰۰۲) و مسیر پیشرفت دانش‌آموزان را مسدود یا منحرف کرده است؛ اما شکست حاصل، شکستی دوسویه است که در یک‌طرف، دانش‌آموزان و در طرف دیگر، برنامه‌های درسی کشورها قرار دارند. کاپوت (۱۹۹۸) این جبر را «موتور بی‌عدالتی» می‌خواند و همگان را به تبدیل جبر به «موتور قدرت ریاضی» و «جبری کردن» برنامه درسی از «پیش‌دبستانی تا پایه

1 National Assessment of Education Progress: NAEP
2 National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
3 P.A. Kenney
4 E.A. Silver

۱۲[1]»، فرامی‌خواند. کاپوت (۱۹۹۵) معتقد است که یک برنامه درسی **جبری شده**[2]، به دسترسی دموکراتیک دانش‌آموزان به ایده‌های قدرتمند، کمک می‌کند.

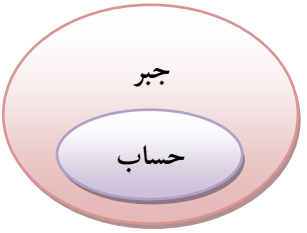
از سوی دیگر، هدایت دانش‌آموزان در درس جبر آسان نیست. فراخوان جبر برای همه، آموزشگران ریاضی را به بازبینی روش‌هایی که به یادگیری جبر کمک می‌کند، تشویق می‌کند و مشکلات دانش‌آموزان را ناشی از نحوه آموزش جبر می‌داند. طی ربعِ قرن گذشته، تلاش‌های زیادی در جهت شناخت موقعیت‌های یادگیری جبر، انجام شده است. نتیجه این تلاش‌ها نشان می‌دهد که مسیر یادگیری جبر، از حساب می‌گذرد و شروع یادگیری جبر، همان نقطه آغاز یادگیری حساب است.

در طول تاریخ، تجربیات ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی را حساب و محاسبات تشکیل داده است. درحالی‌که امروزه، مسلم شده است که لازمه آماده‌سازی دانش‌آموزانِ دوره ابتدایی برای ریاضیات پیچیده و عالی در سطوح بالاتر، به‌کارگیری انواع متفاوتی از تجربیات ریاضی است؛ تجربیاتی که عادت‌های ذهنی را پرورش می‌دهند و معطوف به درک عمیقی از ساختارهای ریاضی هستند (کاپوت، ۱۹۹۹؛ رامبرگ[3] و کاپوت، ۱۹۹۹ و بلانتون و کاپوت، ۲۰۰۵). درواقع، آموزش سنتی و برنامه درسی که در دوره ابتدایی مبتنی بر تدریس رویه‌هاست[4] و بعدها نیز که در دوره راهنمایی[5]، رویکرد آموزش محاسبات و رویه‌ها ادامه می‌یابد، به استناد عملکردهای دانش‌آموزان، ناموفق بوده است (بلانتون و کاپوت، ۲۰۰۵.)

شلیمن[6]، کاراهر و بریزوئلا[7] (۲۰۰۶)، توضیح می‌دهند که دیدگاه متداول در مورد ارتباط حساب حساب و جبر چنین بوده است که حساب و جبر، دو موضوع مجزا دیده می‌شوند که با ترتیب معین اول حساب، بعد جبر، آموزش داده می‌شوند. در مقابل، دیدگاه جدید، حساب را بخشی از

1 K-12
2 Algebrafied
3 Romberg
4 Procedure
۵ در زمان انجام این مطالعه، هنوز دوره متوسطه اول، جایگزین دوره راهنمایی تحصیلی نشده بود.
6 Analucia D. Schliemann
7 Barbara M. Brizuela

جبر می‌داند و معتقد است که استدلال جبری، از همان پایه‌های ابتدایی باید آموزش داده شود (شکل ۱.)



شکل ۱: دیدگاه جدید به ارتباط حساب و جبر (شلیمن، کاراهر و بریزوئلا، ۲۰۰۶)

جاکوبس (۲۰۰۷) اظهار می‌کند که گزارش مشترک کارگروه جبر شورای ملی معلمان ریاضی در آمریکا و کمیته آموزشی علوم ریاضی[1] (۱۹۸۹) و گروه جبر پیش از موعد[2] (کاپوت، کاراهر و بلانتون،۲۰۰۸)، حاکی از آن‌اند که پژوهشگران، برای یافتن راه‌هایی برای یکپارچه کردن استدلال جبری در پایه‌های پیش‌دانشگاهی، تلاش‌های زیادی انجام داده‌اند.

از سوی دیگر، استفنس[3] (۲۰۰۸، به نقل از کارپنتر و همکاران، ۲۰۰۳؛ کاراهر[4] و همکاران، ۲۰۰۶ و بلانتون و کاپوت، ۲۰۰۵)، خاطرنشان می‌کند که در راستای تحقق هدف پرورش تفکر جبری در دانش‌آموزان، بیش از هر چیزی، نقش معلم در تشخیص فرصت‌ها، هم در طراحی تدریس و هم در عمل تدریس اهمیت دارد. به اعتقاد بسیاری از آموزشگران ریاضی، تحقق چنین هدفی بیش از هر چیز، نیازمند نگاه متفاوت و تغییر درک معلمان از جبر و موقعیت‌های جبر و به دنبال آن، تغییر عملکرد معلمان در کلاس‌های درس است (اصغری، شاهورانی و مدقالچی، ۲۰۱۳.)

جبری‌سازی برنامه درسی ریاضی، در گرو تغییر مؤثر در تدریس معلم است، این در حالی است که استامپ[5] و بیشاب[6] (۲۰۰۲) اظهار می‌کنند که موانع جدی در این راه، وجود دارد. آن‌ها

1 Mathematical Sciences Education Board: MSEB
2 Early Algebra
3 Ana C. Stephens
4 David.W. Carraher
5 Stump
6 Bishop

معتقدند که یکی از بزرگ‌ترین چالش‌های پیشِ روی آموزشگران و معلمان ریاضی که درصدد اصلاح و بهبود آموزش ریاضی برآمده‌اند، کمک به معلمان ابتدایی و راهنمایی است تا توانایی-های استدلالی آنان در جبر، ارتقا یابد. استفنس (۲۰۰۸) یادآور می‌سازد که درواقع، باز مفهوم‌سازی[1] جبر، انتظار بالایی از معلمان ابتدائی است که برای آن، آموزشی هم ندیده‌اند. بسیاری از معلمان ابتدایی، جبر را به‌صورت مجموعه‌ای از قواعد برای دست ورزی با متغیرها می‌دانند و شکل‌گیری دیدگاه‌هایشان نسبت به جبر، مبتنی بر تجربیات آن‌ها در دوره مدرسه‌ای خودشان است. در همین راستا، جاکوبس (۲۰۰۷) بیان می‌کند که شواهد نظام‌مند اندکی از تأثیر دوره‌های رشد حرفه‌ای معلمان در این خصوص، در دست است و همین، کمبودی جدی در مورد شناخت دانش جبری معلمان ابتدایی و تأثیر آن بر ایجاد مهارت‌های استدلالی جبری در دانش‌آموزان آنان است که در این زمینه، انجام پژوهش‌های متنوع، ضروری است.

معرفی پژوهش

هدف از مطالعه حاضر، آماده کردن معلمان دوره ابتدایی برای درک تفکر تابعی، از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب و مرتبط بود. این مطالعه، با استفاده از الگوی پیشنهادی جاکوبس و همکاران (۲۰۰۷)، به بررسی میزان تغییر در **دغدغه**[2] معلمان دوره ابتدایی، چگونگی تغییر فهم و درکشان و اندازه‌گیری سطوح دغدغه آن‌ها درنتیجه شرکت در دوره رشد حرفه‌ای، پرداخت.

تفکر تابعی

از دیدگاه کاراهر و همکاران (۲۰۰۶)، تعمیم‌سازی در قلب استدلال جبری است. آنان توضیح می‌دهند که یک عمل حسابی، می‌تواند به‌عنوان یک تابع دیده شود و بدین سبب، کار با یک عبارت جبری، زمینه‌ساز ایجاد توانایی استدلال جبری، حتی در بین دانش‌آموزان خردسال است. آن‌ها خاطر نشان می‌سازند که دادن نقش اصلی به توابع در برنامه درسی دوره ابتدایی، یکپارچه کردن جبر را در برنامه‌های درسی ریاضی موجود، تسهیل می‌کند و کلید این کار را، معرفی اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم به‌عنوان تابع، از همان ابتدا می‌دانند. این در حالی است که قبلاً، بعضی از آموزشگران ریاضی، استدلال جبری را به‌صورت‌های مختلف، بیان کرده‌اند. برای

1 Reconceptualization
2 Concern

نمونه، کاپوت (۱۹۹۹) استدلال جبری را به‌صورت ترکیب پنج شکلِ از درون مرتبطِ استدلال، بیان نموده است:

- ✓ جبر به‌عنوان تعمیم‌سازی و صورت‌بندی الگوها و قاعده‌مندی‌ها و به‌طور خاص، **جبر به‌عنوان حساب تعمیم‌یافته؛**
- ✓ جبر به‌عنوان دست ورزی‌های هدایت شده نحوی نمادها؛
- ✓ جبر به‌عنوان مطالعه ساختارها و نظام‌های مجرد محاسبات و روابط؛
- ✓ جبر به‌عنوان مطالعه توابع، روابط و متغیرهای وابسته؛
- ✓ جبر به‌عنوان مدل‌سازی.

مفهوم تابع، اساس رابطه و انتقال است؛ طرح‌واره‌ای که نحوه ارتباط، تغییر یا انتقال کمیت‌های معین را به دیگر کمیت‌ها نشان می‌دهد (چازان[1]، ۱۹۹۶). بدین سبب، کاپوت (۲۰۰۲) تفکر تابعی را، مسیر اصلیِ تفکر جبری می‌داند و معتقد است که توابع را می‌توان از طریق بازنمایی-های مختلف ازجمله نموداری، جدولی، نمودارهای پیکانی و کلامی و شفاهی، توصیف کرد. در همین راستا، اسمیت (۲۰۰۸) تفکر تابعی را نوعی تفکر بازنمایی می‌داند که روی روابط بین دو یا چند کمیتِ متغیر، تمرکز دارد، به‌خصوص نوعی از تفکر که منجر به تعمیم‌سازی بعضی روابط خاص می‌شود.

در تأیید این دیدگاه و ضرورت معرفی تفکر جبری در دوره ابتدایی، مالارا و ناوارا (۲۰۰۳)، توصیف شفاهی این بازنمایی‌ها را در دوره ابتدایی، «منّ و مِنّ جبری» می‌نامند و وارن (۲۰۰۵)، آن را آمادگی برای استفاده دقیق از زبان ریاضی در دوره متوسطه می‌داند.

مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه

مدل **پذیرش مبتنی بر دغدغه**[2] (CBAM)، چارچوب و روشی برای اندازه‌گیری، توصیف و تشریح وجوه مختلف برنامه‌ریزی درسی و نوآوری‌های آموزشی است (اندرسون، ۱۹۹۷). پنج فرضیه زیربنایی این مدل، توسط هال و هرد (۲۰۰۱)، به شرح زیر، تبیین شده‌اند:

1 Chazzan
2 Concern Base Adoptation Model

- ✓ **فرضیه ۱:** تغییر یک فرآیند است نه یک اتفاق و تغییر در مؤسسات، نیازمند زمان است.
- ✓ **فرضیه ۲:** فرآیندِ تغییر، یک تجربه شخصی است و نحوه درک آن به‌وسیله افراد، به‌طورجدی نتایج را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
- ✓ **فرضیه ۳:** نقش ادراکات و احساسات افراد برای عملکرد و اجرای موفق یک تغییر، اساسی است.
- ✓ **فرضیه ۴:** افراد، طی مراحلی بر اساس احساس، ادراک، توانایی و مهارتشان در استفاده از نوآوری، رشد می‌کنند.
- ✓ **فرضیه ۵:** اقدامات برای تغییر، باید به‌طور نظام‌مند شروع شوند، به‌طور منظم ارزیابی گردند و به‌طور مستمر، مورد حمایت و پشتیبانی قرار گیرند.

در این چارچوب، یکی از ابزارهای اندازه‌گیری تغییر، **پیمایش دغدغه‌ها**[1] (SOC) است. این ابزار، بر پایه فرضیه‌های ۳ و ۴ بالا استواراست و هدف آن، توصیف رشد و ارتقای احساسات، ادراکات و انگیزش‌های حاصل از تغییر برنامه درسی یا برنامه آموزشی است (هال و لوکس، ۱۹۷۸).

روش پژوهش

این پژوهش از نوع توصیفی بود و هدف آن، توصیف تغییراتی بود که بر اثر آموزش تفکر تابعی، در احساس، ادراک، توانایی و مهارت معلمانی بود که در دوره ابتدایی، شاغل به تدریس بودند. علاوه بر آن توصیفات، میزان تغییرات به‌طور منظم ارزیابی گردید.

شرکت‌کنندگان در پژوهش

تعداد ۱۵ نفر از معلمان پایه‌های سوم، چهارم و پنجم دوره ابتدایی، به‌طور داوطلب، در برنامه رشد حرفه‌ای معلمان ابتدایی شرکت کردند. این معلمان، دانشجویان دوره کاردانی به کارشناسی رشته آموزش ابتدایی بودند و هیچ‌یک از آنان، در طول تحصیلات دانشگاهی خود، واحدهای درسی ریاضی را نگذرانده بودند و اغلب آن‌ها، دیپلم علوم تجربی یا علوم انسانی داشتند.

1 Survey of Concern: SOC

فرضیه و سؤال پژوهش

این پژوهش، مبتنی بر فرضیه زیر بود:

فرضیه: دغدغه‌های معلمان نسبت به تفکر تابعی، درنتیجه شرکت در برنامه رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی: تفکر تابعی»، تغییر می‌یابد.

هم‌چنین، سؤال زیر، این پژوهش را هدایت کرد:

سؤال پژوهش: میزان دغدغه‌های معلمان نسبت به تفکر تابعی، درنتیجه شرکت در برنامه رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی: تفکر تابعی» چقدر است؟

برنامه رشد حرفه‌ای

معلمان به مدت شش ماه و در هر هفته، سه ساعت در کلاس‌های مربوط به این دوره حضور داشتند و در طول هفته، از طریق ایمیل، تلفن و وبلاگ، با پژوهشگر در تماس بودند و در صورت لزوم، جلساتی با چند نفر از آن‌ها، برگزار می‌شد.

اجرای دوره

ساختار برنامه رشد حرفه‌ای، بر پایه چهار اصل زیر، شکل گرفت:

۱. مفهوم **تفکر جبری** و وجوه مختلف آن به‌عنوان **یک روش تفکر؛**
۲. اهمیت حمایت مستمر و قدم‌به‌قدم، با توجه به این دیدگاه که **تغییر یک فرآیند است نه یک اتفاق؛**
۳. تشکیل گروه‌های کوچک همکاری به‌منظور یادگیری فعال و بالا رفتن اعتمادبه‌نفس و کاهش اضطراب ریاضی، با توجه به این ایده که معلمان، می‌توانند فراگیران شگفت‌انگیزی باشند.
۴. به‌کارگیری **مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه** برای ارزیابی و هدایت بازخوردها و سازوکارهای حمایت و پشتیبانی.

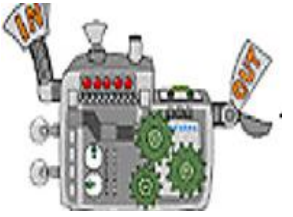
در چهار هفته اول این دوره آموزشی، تمرکز بر آموزش اصول کلی و فرآیندهای آموزش ریاضی در دوره ابتدایی و استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM) برای جبر در پایه‌های ۳ تا ۵ بود. در این استانداردها، بر آموزش درک الگوها و روابط و تابع، بازنمایی و تحلیل موقعیت‌ها و ساختارهای ریاضی با به‌کارگیری نمادها، به‌کارگیری مدل‌های ریاضی برای بازنمایی و درک روابط کمّی و تحلیل تغییر در زمینه‌های مختلف، تأکید شده است. از این گذشته، در دوره رشد آموزش حرفه‌ای، دیدگاه‌های مختلف تفکر جبری و به‌خصوص، مدل پنج‌گانه کاپوت که در بالا به آن اشاره شد، به معلمان معرفی و جزییات ضروری آن‌ها، تشریح شد. افزون بر این‌ها، با هدایت مدرس/ پژوهشگر و همفکری شرکت‌کنندگان، اصولی برای طراحی فعالیت‌ها و مثال‌های مرتبط با توسعه تفکر تابعی، تدوین شد که درنتیجه آن، فعالیت-های متنوعی توسط خودشان، تولید شد (پیوست الف). آنگاه از هفته پنجم، با استفاده از منابع تهیه شده، شرکت‌کنندگان با مثال‌ها و فعالیت‌هایی آشنا شدند که به‌طور مشخص، هدفشان توسعه تفکر تابعی در معلمان دوره ابتدایی بود. ازجمله منابع استفاده شده، بخش‌هایی از برنامه درسی ایالت ویرجینیای آمریکا بود که بسیاری از فعالیت‌ها و مثال‌های آن، هم‌جهت با اهداف این دوره آموزشی یعنی توسعه تفکر تابعی بود. علاوه بر این، برخی از مثال‌های کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های اول تا پنجم ابتدایی ایران که هم‌راستا با اهداف این دوره بود، مورد استفاده قرار گرفتند.

هم‌چنین، برای درک بهتر تفکر تابعی و درک مفهوم تابع توسط معلمان و چگونگی آموزش آن به دانش‌آموزان، از بازنمایی ماشین تابع استفاده شد (شکل ۲). این بازنمایی با مفهوم ورودی، خروجی و داشتن یک قاعده (ضابطه تابع)، کمک کرد تا مفهوم تابع، برای آن‌ها ملموس و قابل‌درک شود و بدون استفاده از تعریف ریاضیِ تابع و فقط با تأکید بر مفاهیم ورودی، خروجی و جدول‌های T شکل برای ثبت آن‌ها، تلاش شد تا ضابطه هر تابعی که مورد بحث بود، مشخص شود. برای نمونه، در یکی از فعالیت‌ها، ماشین تابع مانند کارخانه‌ای در نظر گرفته شد که روی ورودی‌ها، عمل مشخصی انجام می‌شد و از شرکت‌کنندگان خواسته شد که ویژگی عملی را که این کارخانه بر روی ورودی‌ها انجام می‌دهد، پیدا کنند. این فرآیند، به سه صورت زیر شکل گرفت و از آن طریق، آنان با مفهوم دامنه تابع، برد تابع و ضابطه تابع، آشنا شدند.

۱. ورودی و خروجی معلوم است، هدف پیدا کردن عمل ماشین تابع است.

۲. ورودی و عمل تابع معلوم است، هدف پیدا کردن خروجی است.
۳. عمل تابع و خروجی معلوم است، هدف پیدا کردن ورودی است.

ورودی	خروجی



شکل ۲: ماشین تابع و جدول ثبت نتایج

بحث‌ها و تبادل‌نظرها بین پژوهشگر و شرکت‌کنندگان و بین خودشان در گروه‌های چهارنفری، طی جلسات حضوری و به‌صورت آنلاین، برگزار شد. این بحث‌ها، یک مؤلفه مهم و تأثیرگذار، در فرآیند تغییر دغدغه‌های شرکت‌کنندگان نسبت به تفکر تابعی بود.

ابزار پیمایش دغدغه‌ها

هال و هرد (۲۰۰۱) اظهار کرده‌اند که **مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه** (CBAM)، روشی برای اجرا و مدیریت و ارزیابی برنامه‌های نوآوری است. لذا جهت اجرا، مدیریت و ارزیابی کارآمدی این دوره آموزشی و تحلیل فرآیند تغییر معلمان، از یکی از ابزارهای CBAM به نام **پیمایش دغدغه‌ها**[1] (SOC)، استفاده شد (جدول ۱ و پیوست ب). این ابزار، توصیفی قدرتمند از میزان پویایی درگیر شدن فرد را برای تغییر، فراهم می‌کند و بر ادراکات و احساسات وی، تمرکز دارد (هال و هرد، ۲۰۰۱). این ابزار، وسیله‌ای برای رتبه‌بندی دغدغه‌های افراد در سه بعد **خود**، **تکلیف** و **تأثیر** است که این سه بعد، در هفت سطح آگاهی، اطلاعاتی، شخصی، مدیریت، پیامد، همکاری و تمرکز مجدد، قرار می‌گیرند و به ترتیب، با کدهای ۰ تا ۶ در جدول (۱)، مشخص شده‌اند.

1 Survey of Concern: SOC

جدول (۱): سطوح دغدغه معلمان

ابعاد	مرحله	توصیف دغدغه
تأثیر	۶. تمرکز مجدد	تمرکز بر بازبینی نوآوری جهت تأثیر هر چه بیشتر
	۵. همکاری	تمرکز روی هماهنگی و همکاری با دیگران برای استفاده از نوآوری
	۴. پیامد	تمرکز توجه به تأثیر نوآوری بر دانش‌آموزان
تکلیف	۳. مدیریت	تمرکز توجه بر تکالیف و فرایندهای مورد استفاده در نوآوری و صرف وقت برای تهیه آن‌ها
خود	۲. شخصی	نگرانی در مورد خواسته‌های نوآوری و تحلیل نقش نوآوری در حرفه شخص
	۱. اطلاعاتی	آگاهی عمومی و اظهار علاقه به یادگیری بیشتر
	۰. آگاهی	عدم علاقه و درگیر شدن در نوآوری

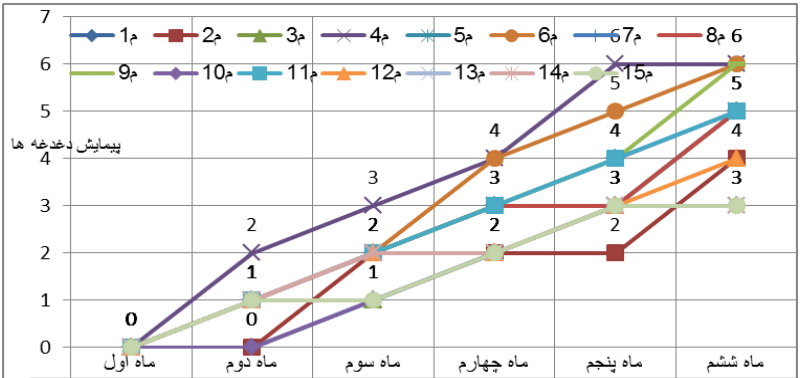
روش جمع‌آوری داده‌ها

به‌منظور تعیین سطوح دغدغه معلمان درنتیجه شرکت در دوره، از پرسش‌نامه SOC استفاده شد. این پرسش‌نامه شامل ۳۵ سؤال است که به هر سطح دغدغه (۰-آگاهی، ۱-اطلاعاتی، ۲-شخصی، ۳-مدیریت، ۴-پیامد، ۵-همکاری، ۶-تمرکز مجدد)، پنج سؤال اختصاص داده شده است. با جمع کردن امتیازات هر فرد و تعیین درصد امتیازات برای وی، سطح دغدغه ۱۵ معلم شرکت کننده، با توجه به جدول (۱) و جدول‌های مخصوص SOC، مشخص شد. علاوه بر این، برای این ارزیابی، از پرسش‌نامه، چک‌لیست مشاهده (تهیه‌شده توسط پژوهشگر) و مصاحبه‌های نیمه ساختاری برای تعیین سطح دغدغه معلمان، استفاده شد. هر معلم، یک پرونده مخصوص به خود داشت که نتایج مشاهدات، مصاحبه‌ها و نتایج حاصل از اجرای پرسش‌نامه‌ها، به‌طور هفتگی و ماهانه، در آن‌ها درج می‌شد. نتیجه اجرای پیمایش دغدغه‌های شرکت‌کنندگان، در اواسط دوره (فروردین) و در آخر دوره (تیر)، با استفاده از پرسش‌نامه، مورد ارزیابی قرار

گرفت. در ماه‌های میانی، با استفاده از مشاهدات و مصاحبه‌ها و یادداشت در چک‌لیست‌های مربوط، سطوح تعیین شدند. هم‌چنین، برای معلم‌ها، کدهای م ۱ تا م ۱۵ انتخاب شد.

یافته‌ها

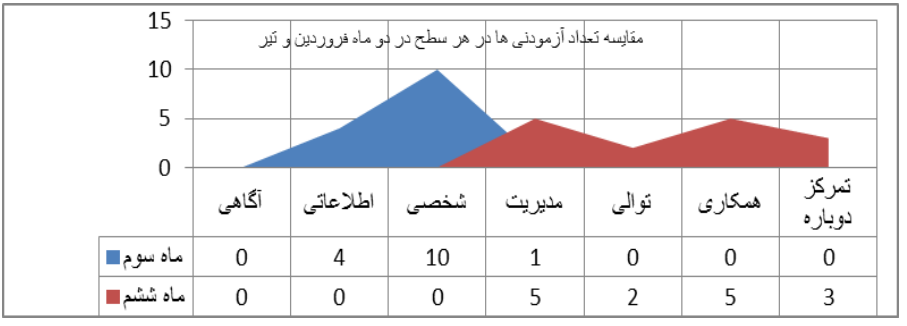
تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از اجرای پیمایش دغدغه‌ها (SOC) در طول شش ماه، نشان داد که در ماه اول، همه ۱۵ معلم شرکت‌کننده در پژوهش، در سطح صفر بودند. در ماه دوم، ۱۱ نفر به سطح ۱ یعنی **اطلاعاتی** رسیدند. از این بین، معلم م ۴ به سطح (۲) **شخصی** رسید و تنها سه نفر در سطح صفر ماندند. در ماه سوم، ۱۰ معلم در سطح صفر یعنی شخصی بودند و معلم م ۴ در سطح **مدیریتی** قرار داشت و کسی در سطح **آگاهی** نمانده بود. به همین صورت در ماه ششم، همه آن‌ها در سطح ۴ به بالا قرار گرفتند.



	ماه اول	ماه دوم	ماه سوم	ماه چهارم	ماه پنجم	ماه ششم
م1	0	1	2	3	4	5
م2	0	0	2	2	2	4
م3	0	1	1	2	3	5
م4	0	2	3	4	6	6
م5	0	1	2	3	3	5
م6	0	1	2	4	5	6
م7	0	0	1	2	3	3
م8	0	1	2	3	3	5
م9	0	1	2	3	4	6
م10	0	0	1	2	3	3
م11	0	1	2	3	4	5
م12	0	1	2	2	3	4
م13	0	1	2	2	3	3
م14	0	1	2	2	3	3
م15	0	1	1	2	3	3

شکل ۳: جدول و نمودار سطوح معلمان در تفکر تابعی طی شش ماه

شکل ۳، جدول و نمودار سطوح معلمان را در دغدغه‌هایشان نسبت به تفکر تابعی در شش ماه متوالی نشان می‌دهد. به‌طور مثال، از این نمودار معلوم می‌شود که معلم م ۲ در دو ماه اول در سطح صفر یعنی آگاهی قرار دارد، اما در ماه ششم، به سطح ۴ یعنی **پیامد** رسیده است. شکل ۴، فراوانی آزمودنی‌ها را در سطوح ۰ تا ۶ در ماه سوم (اواسط دوره) و ماه ششم (انتهای دوره) نشان می‌دهد. هم‌چنین، در ماه سوم ۱۰ نفر به سطح شخصی رسیدند که در ماه ششم، همه معلمان از این سطح عبور کرده و به سطوح بالاتر دست یافتند. در ماه ششم، همه معلمان، دست‌کم، در سطح ۳ یعنی **مدیریت برنامه** قرار دارند.



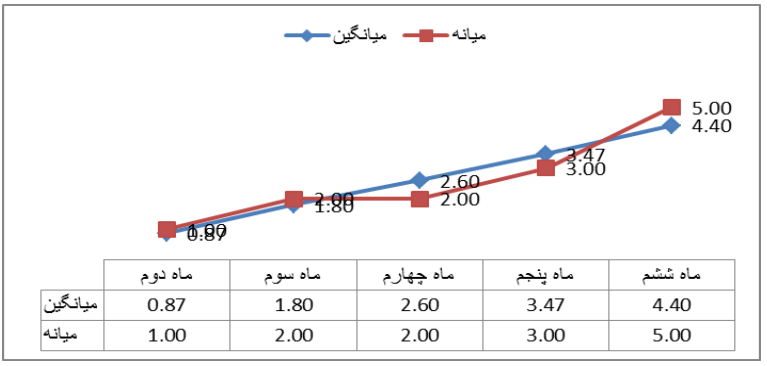
	آگاهی	اطلاعاتی	شخصی	مدیریت	توالی	همکاری	تمرکز دوباره
ماه سوم	0	4	10	1	0	0	0
ماه ششم	0	0	0	5	2	5	3

شکل ۴: فراوانی آزمودنی‌ها در هر سطح در ماه‌های سوم و ششم

برای پاسخ به این سؤال که «آیا میانه ماه ششم از صفر (میانه ماه اول) بزرگ‌تر است؟»، از آزمون نا پارامتری ویلکاکسون استفاده شد و فرض H_0 و فرض H_1 به‌صورت زیر، تدوین شدند.

H_0: SOC معلمان درنتیجه آموزش تفکر تابعی تغییر نمی‌کند. ($M_1=M_6$)

H_1: SOC معلمان درنتیجه آموزش تفکر تابعی، رشد می‌کند. ($M_6>M_1$)



	ماه دوم	ماه سوم	ماه چهارم	ماه پنجم	ماه ششم
میانگین	0.87	1.80	2.60	3.47	4.40
میانه	1.00	2.00	2.00	3.00	5.00

شکل ۵: نمودار و جدول میانگین و میانه SOC معلمان- تفکر تابعی

شکل ۵، نمودار و جدول میانگین و میانه مربوط به SOC معلمان را در تفکر تابعی، نشان می‌دهد. با دقت در روند میانگین و میانه در ماه‌های دوم تا ششم، مشخص می‌شود که این مقادیر، روند افزایشی دارند و در ماه آخر، میانگین به ۵ و میانه به ۴/۴۰ می‌رسد.

جدول (۲): جدول خروجی آزمون ناپارامتری ویلکاکسون – SOC، تفکر تابعی

	تعداد	تعداد برای تست	آزمون نا پارامتری ویلکاکسون	P	میانه‌ی فرضی
ماه دوم	۱۵	۱۲	۷۸/۰	۰/۰۰۱	۱/۰۰۰
ماه سوم	۱۵	۱۵	۱۲۰/۰	۰/۰۰۰	۲/۰۰۰
ماه چهارم	۱۵	۱۵	۱۲۰/۰	۰/۰۰۰	۲/۰۰۰
ماه پنجم	۱۵	۱۵	۱۲۰/ ۰	۰/۰۰۰	۳/۰۰۰
ماه ششم	۱۵	۱۵	۱۲۰/۰	۰/۰۰۰	۴/۰۰۰

از تجزیه و تحلیل[1] آزمون نا پارامتری ویلکاکسون معلوم شد که مقدار P در ماه‌های دوم تا ششم، کوچک‌تر از ۰/۰۵ است (P.<۰/۰۵) ، یعنی میانه از صفر بزرگ‌تر است- جدول (۲) و این بدین معنی است که روشی که برای آموزش تفکر تابعی استفاده شد، مؤثر بوده و فرضیه پژوهش، تأیید شد.

بحث و نتیجه‌گیری و ارائه الگو

مدت‌ها قبل، کاپوت (۱۹۹۸) همگان را به **جبری‌سازی** برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای، فراخواند و متذکر شد که این هدف، تنها زمانی محقق می‌شود که معلمان، حساب را به‌عنوان ابزاری برای ایجاد درکی شهودی از تعمیم و ساختارهای ریاضی به کار گیرند. در راستای تحقق این هدف، یک دوره آموزشی طراحی و توسط پژوهشگر اجرا شد تا شرکت‌کنندگان، درکی شهودی و قابل‌لمس از تفکر جبری کسب کنند. طی اجرای دوره، برای ارتقای توانمندی‌های آنان، ساختارهای حمایتیِ پیشنهادی مبتنی بر **مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه** (CBAM)، مورد استفاده قرار گرفت.

در تلاش برای کدگذاری و مشخص کردن استدلال جبری در دوره ابتدایی، الگویی تنظیم شد که برآمده از یک ماتریس تطبیقیِ تهیه شده توسط پژوهشگر بود. در این پژوهش، مفهوم‌پردازیِ استدلال جبری در دوره ابتدایی، کار با معلمان و فعالیت‌ها و تکلیف‌ها بر اساس این الگو، طراحی و اجرا شد و در هر بخش، تأکید بر **تعمیم‌سازی** و **تأیید** بود (شکل ۶.)

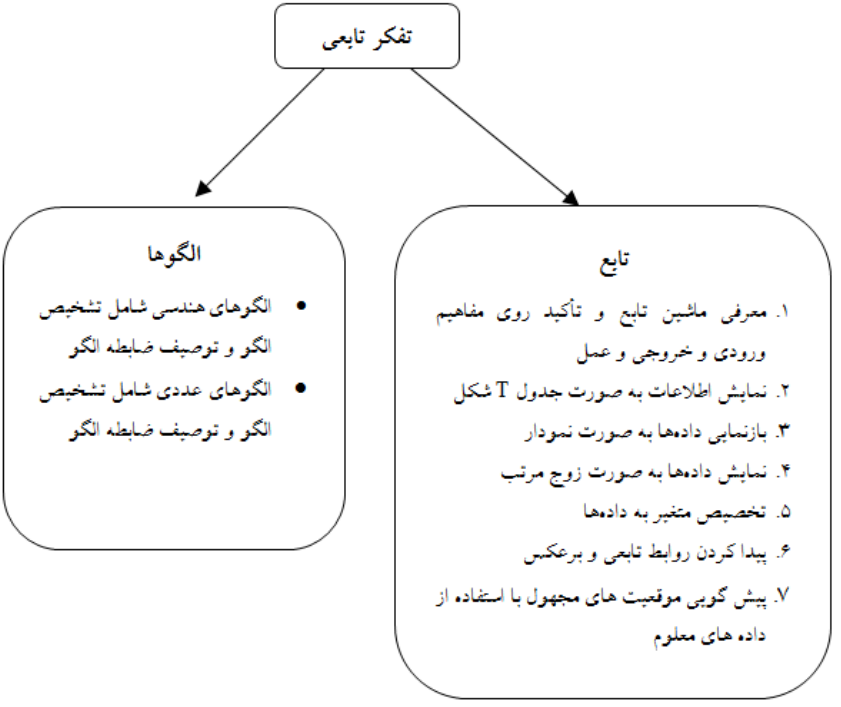
این پژوهش نشان داد که از زمانی که اجرای دوره آموزشی شروع می‌شود، سیاست‌های آموزشی در اجرا، اهمیت می‌یابند. برای نمونه، ایجاد باورهای مثبت نسبت به برنامه آموزشی، نقش اساسی در ترغیب فراگیران و ایجاد دغدغه در معلمان دارد. همچنان که تشریح کاربردها و فواید برنامه نیز، در ایجاد باورهای مثبت در آن‌ها، مؤثر است. از سوی دیگر، باید موانع آموزشی نیز مرتفع گردند. علاوه بر این‌ها، تشریح بدفهمی‌ها و آگاه کردن معلمان از نقاط مبهم و مشکل‌زا، مهارت‌های **فراشناختی**[2] آنان را ارتقا خواهد داد. این مطالعه مؤید این است که در طول هر دوره

---

۱ با استفاده از نرم‌افزار SPSS نسخه ۱۹، داده‌ها تحلیل شدند.

1 Metacognition

آموزشی، لازم است به‌طور مستمر، به شرکت‌کنندگان بازخورد داد تا از میزان پیشرفتشان آگاه شوند. به‌طورکلی، به استناد یافته‌های این پژوهش، در طول یک دوره آموزشی، هفت نکته افزایش دانش، ایجاد باورهای مثبت، آموزش مهارت‌های مرتبط با نوآوری، توضیح مرور اطلاعات، تشریح کاربردهای نوآوری و ارائه بازخورد پس از به‌کارگیری نوآوری، اهمیت زیادی دارند.



شکل ۶: الگوی تفکر تابعی برای طراحی تکلیف

یافته‌های این پژوهش، بسط دهنده و توسعه‌دهنده پژوهش نیلسن[1] و تورنر[2] (۱۹۸۷) بود. در آن مطالعه، پژوهشگران مدل CBAM را مورد استفاده قرار دادند، اما تمرکز خود را تنها معطوف به **نتیجه تغییر** کردند. در حالی که در پژوهش حاضر، با تمرکز بر فرآیند تغییر و فراهم آوردن

1 Neilsen
2 Turner

شرایط حمایت از شرکت‌کنندگان در طول دوره که همگی معلم دوره ابتدایی بودند، موجبات تغییر مؤثر آن‌ها را فراهم آورد.

تقدیر و تشکر: نویسنده بر خود لازم می‌داند که از آقای دکتر احمد شاهورانی سمنانی و آقای دکتر علیرضا مدقالچی که در انجام این پژوهش، راهنمای وی بودند، سپاسگزاری نماید.

منابع

Anderson, S. (1997). Understanding Teacher Change: Revisiting the Concerns Based Adoption Model. *Curriculum Inquiry*, 27(3), 331–367. Doi:10.1111/0362-6784.00057.

Asghari, N. Shahvarani, A. & Medgalchi, A. R. (2013). Significant Process of Change for Elementary Teachers to Foster Functional Thinking. *Mathematics Education Bulletin- BOLEMA*, Brazil.

Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*. 36, No. x, 000-000.

Carpenter, T.P. Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in the Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinmann.

Carraher, D.W. Schliemann, A.D. Brizuella, B. M. & Ernest, D. (2006). Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.

Chazan, D. (1996). Algebra for All Students. *Journal of Mathematical Behavior*. 15(4), 455-477.

Hall, G. & Hord, S. (2001). *Implementing Change: Patterns, principles and potholes.* Boston, MA: Allyn and Bacon.

Jacobs, V.R. Franke, M. L. Carpenter, T. P. Levi,L. & Battey, D. (2007). Professional Development Focused on Children`s Algebraic Reasoning in Elementary School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.

Kaput, J.J. (1998).Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K–12 curriculum. In S. Fennell (Ed.), *The nature and role of algebra in the K–14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (pp. 25–26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.

Kaput, J. (1999). *Teaching and learning a new algebra*. In E. Fennema & T. Romberg. (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Mahwah, NJ: Erlbaum

Kenney, P.A. & Silver, E.A. (1997). *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Malara, N. & Navarra, G. (2003). *ArAl Project: Arithmetic Pathways towards Favoring Pre-Algebraic Thinking*. Bologna, Italy: Pitagora Editrice.

National Council of Teachers of Mathematics & Mathematics Sciences Education Board (Eds.), (1998). The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum. *Proceedings of a National Symposium.* Washington, DC: National Academy Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Schliemann, A. D. Carraher, D. W. & Brizuela, B. (2006). *Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series*. Lawrence Erlbaum Associates. Book contract.

Stephens, A. C. (2008). What Counts as Algebra in the Eyes of Prospective Elementary Teachers? *Journal of Mathematical Behavior*. 27, 33-47

Warren, E. (2005). Patterns Supporting the Development of Early Algebraic thinking. In P. Clarkson; A. Downton; D. Gronn; M. Horne; A. McDonough; R. Pierce; & A. Roche. (Eds.), Building Connections: Theory, Research and Practice. *Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, MERGA-28.* Vol. pp. 759–766. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

پیوست الف

یک نمونه از فعالیت‌های طراحی شده از سوی معلمان

سنا تعدادی کارت و پونز دارد. او کارهایش را روی کارت‌ها می‌نویسد و مانند شکل زیر، با پونز به برد داخل اتاقش می‌زند تا آن‌ها را فراموش نکند.

برای چسباندن ۶ کارت چه تعداد پونز لازم دارد.

اگر او بخواهد ۲۰ کارت بچسباند چند پونز لازم دارد.

اگر او یک جعبه پونز بخرد که ۳۰۰ پونز داخل آن باشد، این تعداد برای چسباندن چند کارت کافی است؟

پیوست ب

پرسش‌نامه تفکر تابعی

نام و نام خانوادگی:

لطفاً هر جمله را بخوانید و عددی که درک شما را از اهمیت «تفکر تابعی» نشان می‌دهد، علامت بزنید.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

نامربوط در حال حاضر در مورد من صدق نمی‌کند تا حدی در مورد من صحیح است کاملاً صحیح است

۱- نگرش دانش آموزان به «تفکر تابعی»، برای من اهمیت دارد.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲- در حال حاضر، من به روش‌هایی که می‌توان به‌وسیله آن‌ها، «تفکر تابعی» را بهتر به دانش‌آموزان آموزش داد، آشنا هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳- من حتی نمی‌دانم «تفکر تابعی»، در مورد چیست.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۴- من از اینکه زمان کافی برای سازمان‌دهی طرح درس روزانه نداشته باشم، نگرانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۵-دوست دارم که دیگر همکارانم را در الحاق «تفکر تابعی»، به آموزش ریاضی‌شان، کمک کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۶-من دانش بسیار محدودی در مورد «تفکر تابعی» دارم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۷-من دوست دارم تأثیر استفاده از«تفکر تابعی» را در آموزش ریاضی‌ام در موقعیت حرفه‌ای و شغلی‌ام بدانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۸-من نگران تضاد بین علائقم در «تفکر تابعی» و توان پاسخگویی‌ام در تدریس دیگر مفاهیم ریاضی هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۹-من در مورد تجدیدنظرم در استفاده از «تفکر تابعی»، نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۰- دوست دارم کارم را هم در داخل گروه با همکارانم هم در بیرون از گروه در استفاده از «تفکر تابعی» توسعه دهم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۱- در مورد چگونگی تأثیر «تفکر تابعی» در دانش‌آموزان، نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۲- «تفکر تابعی» برای من اهمیت ندارد.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۳- من دوست دارم بدانم که چه کسی در مورد نحوه استفاده ما از «تفکر تابعی» تصمیم خواهد گرفت.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۴- دوست دارم در مورد امکان استفاده از "تفکر تابعی" بحث کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۵- دوست دارم بدانم اگر ما تصمیم بگیریم از "تفکر تابعی" استفاده کنیم، چه منابعی وجود دارد.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۶- من از ناتوانی‌ام در مدیریت همه آنچه باید در «تفکر تابعی» تدریس شود، نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۷- دوست دارم بدانم برای تغییر تدریس و مدیریت من در کلاس، چه حمایت‌هایی انجام می‌شود.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۸- دوست دارم دیگر هم‌کلاسی‌ها و یا اشخاص را با فرآیند تلفیق "تفکر تابعی" در آموزش ریاضی آشنا کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۱۹- من در مورد ارزیابیِ تأثیرم بر دانش‌آموزان، نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۰- دوست دارم در مورد رویکرد آموزشی به«تفکر تابعی»، تجدیدنظر کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۱-من به‌طور کامل، از عهده انجام دیگر کارها برمی‌آیم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۲- دوست دارم تا استفاده‌مان از «تفکر تابعی»، را بر اساس تجربیاتمان از دانش آموزان اصلاح کنیم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۳-اگرچه در مورد«تفکر تابعی» چیزی نمی‌دانم،اما در مورد دیگر مسائل دوروبرم حساس هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۴-دوست دارم دانش‌آموزانم را در مورد نقششان در آموزش«تفکر تابعی» تشویق و برانگیخته کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۵- من در مورد اتلاف وقتم با کار با مسائل غیرعلمی مربوط «تفکر تابعی» نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۶- دوست دارم بدانم که آیا «تفکر تابعی»در آینده نزدیک مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۷- دوست دارم که تلاش‌هایم را با دیگران هماهنگ کنم تا تأثیر استفاده از «تفکر تابعی» را در آموزش ریاضی به حداکثر برسانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۸- دوست دارم اطلاعات بیشتری در مورد زمان و انرژی لازم برای معرفی " تفکر تابعی" در تدریس ریاضی‌ام بدانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۲۹- دوست دارم بدانم دیگر معلمان چگونه ب «تفکر تابعی» کار می‌کنند.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۰- در حال حاضر علاقه‌ای به یادگیری «تفکر تابعی»، دو نحوه‌ی تدریس آن در آموزش ریاضی ندارم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۱- دوست دارم چگونگی ضمیمه کردن یا اضافه کردن یا جایگزینی روشی که «تفکر تابعی» را بکار می‌برم، تعیین کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۲- دوست دارم از دانش آموزان برای تغییر روشی که «تفکر تابعی» را در آموزش ریاضی تلفیق می‌کنم بازخورد دریافت کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۳- می‌خواهم بدانم زمانی که «تفکر تابعی» را به کار می‌گیرم چگونه نقش من در تدریس تغییر می‌کند.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۴-هماهنگ کردن تمرین‌ها و افراد زمان زیادی از من می‌گیرد.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

۳۵- دوست دارم بدانم چگونه تلفیق «تفکر تابعی» بهتر از روش تدریسی است که ما در حال حاضر داریم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷