Journal of Theory & Practice in Curriculum

I.C.S.A.
Iranian Curriculum Studies Association

ISSN : 2345-4938
eISSN :2345-4938
Vol.26 (13); 2026
P: 59-86
https://www.jcstpicsa.ir

Trigonometry as a Foundation for Computational and Algorithmic Thinking: The Iranian Mathematical Heritage for Digital Technology Development

Mohammad Hesam Ghasemi*, Zahra Gooya**, Soheila Gholam Azad***

* PHD Student in Department of Mathematical Sciences,,Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Email : ghasemi.sbu@yahoo.com

** Professor, Department of Mathematical Sciences,,Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). Email: z-gooya@sbu.ac.ir

*** Institute for Educational Studies. Tehran. Iran. .Email: soheila_azad@yahoo.com

Article Info

Article type:
Research Article

Key words:
Gardner's Dimensions of Mind, Educational Lived Experience, Humanities, Basic Sciences

Article history:
Received : 08 Nov 2025
Accepted : 03 Jan 2025

Abstract

The rapid advancement of digital technologies and artificial intelligence has underscored the critical importance of computational and algorithmic thinking. Interestingly, both concepts have roots in the intellectual heritage of Iranian scholars, with algebra and trigonometry serving as prominent historical examples. Consequently, this study investigates the relationship between trigonometry and computational/algorithmic thinking within the context of general education in Iran. To achieve this objective, a qualitative content analysis of Iranian textbooks was conducted. The framework for identifying computational thinking skills was drawn from the European Commission's 2022 report. The analysis involved 25 volunteer teachers who participated in five focus group sessions during the academic year 2023–2024 (1402–2025). Furthermore, given the integrative nature of trigonometry as a suitable vehicle for teaching computational and algorithmic thinking, the trigonometry sections of the secondary education curriculum were thoroughly examined. This process aimed to extract both existing and potential capacities of trigonometry to foster these skills in students. Based on the findings, the study concludes that trigonometry, due to its deep connections with Iran's civilizational heritage, is highly engaging for students. This engagement creates a unique opportunity to enhance computational thinking skills through the subject. Finally, the study highlights the significant overlap between computational and algorithmic thinking, suggesting that they can often be used interchangeably in educational contexts.

Cite this Article:

Hassani,H. & Dehghani,B. S. (2026). Qualitative Content Analysis of the Book "Entrepreneurship and Production Workshop" from the Perspective of Employability Competencies. (e238075). *Theory and Practice in the Curriculum*,15-38. 13 (26), e238075 doi: 10.22034/cstp.2025.556217.1117

© 2016 by Iranian Curriculum Association Press Publisher: Iranian Curriculum Association Press

Extended Abstract

The rapid advancement of digital technologies and artificial intelligence has brought computational thinking (CT) and algorithmic thinking (AT) to the forefront of educational discourse. These modes of thought, while now globally recognized as essential 21st-century skills, have deep historical roots in the mathematical innovations of ancient Iranian scholars. This study investigates the potential of trigonometry—a subject in which Iranian mathematicians made seminal contributions—as a platform for fostering CT and AT skills within Iran's formal general education system. The research addresses a critical gap: while international curricula increasingly integrate CT and AT, many educational systems, including Iran's, lack explicit, systematic approaches for doing so, often relying on expensive digital infrastructure. This study explores how existing, culturally resonant mathematical content can be leveraged as a low-cost, sustainable alternative.

A qualitative research design was employed, utilizing conventional content analysis of national textbooks and focus group discussions with experienced teachers. The theoretical framework was operationalized using two complementary models: the European Commission's (2022) comprehensive taxonomy of CT skills, which organizes competencies into two main categories—problem-solving (e.g., abstraction, data analysis, pattern recognition, decomposition, modeling) and planning and computation (e.g., algorithmic thinking, automation, debugging, modularization, parallelization)—and the four-dimensional model proposed by Weintrop et al. (2016), which defines CT for mathematics and science classrooms through the lenses of data-driven analysis, computational modeling, algorithmic problem-solving, and systems thinking. These frameworks provided the analytical lenses for identifying both explicit and implicit instances of CT/AT instruction within the Iranian curriculum.

Twenty-five volunteer teachers participated in five online focus group sessions during the 2023-2024 academic year. The participant sample included elementary school teachers (n=5) and secondary school teachers (n=19), the latter comprising mathematics (n=10), computer science (n=5), and technology/workshop (n=4) instructors. Teachers were recruited using snowball sampling, ensuring diverse school types and geographical representation. Data collection involved audio recording of all focus group discussions, which were transcribed verbatim. To ensure trustworthiness, the research team employed member checking—returning transcripts and preliminary categorizations to participants for confirmation—and peer debriefing among the three co-authors (a mathematics education researcher, an experienced mathematics teacher, and a computer science teacher). All textbooks from grades 1 through 12 were systematically analyzed, though the analysis revealed no relevant CT/AT content in grades 1-5. Consequently, the focus narrowed to grades 6-12.

The content analysis produced several key findings. First, explicit instruction in CT/AT skills emerges only in the sixth grade and is discontinuously distributed across three subjects: "Thinking and Research" (grade 6), "Work and Technology" (grades 6, 8, and 9), and "Mathematics" (grade 7). In grade 6's Thinking and Research textbook, students are introduced to basic inquiry skills

such as questioning, data collection, and data interpretation—aligning broadly with CT's data analysis component. In the same grade's Work and Technology textbook, a dedicated module introduces algorithms and Scratch coding, emphasizing problem understanding, strategy development, decomposition (breaking problems into smaller sub-problems), and sequential step-by-step solution. However, focus group participants critiqued this module for insufficient attention to decomposition as a teachable skill, noting that while the term is mentioned, no systematic activities develop it. The grade 7 mathematics textbook devotes its first chapter to problem-solving heuristics, including decomposition, pattern discovery, algebraic generalization, and symbolic representation. Teachers in the focus groups, however, characterized this chapter as merely "an entry point for learning algebraic symbols and abstractions," arguing that it does not explicitly name or deliberately cultivate CT/AT competencies. In grade 8, the Work and Technology textbook introduces Python programming, but teachers expressed concern that students lack prerequisite computational thinking skills for this jump, and that no explicit connection is made between coding activities and mathematical concepts learned simultaneously in mathematics classes. Grade 9's Work and Technology textbook was viewed more positively, with participants praising its modules on flowcharts, algorithms, and Python as well-structured and appropriately sequenced.

A striking finding was the complete absence of CT/AT content in all secondary school textbooks for grades 10-12, despite these grades containing the most advanced mathematical content, including trigonometry, calculus, and analytic geometry. This curricular gap suggests a missed opportunity: advanced topics that naturally lend themselves to algorithmic and computational reasoning are taught without any reference to the thinking skills that underpin digital technology.

The study's core analysis focused on the potential for integrating CT/AT with trigonometry, a topic with deep cultural resonance in Iran. Three problems from the grade 11 Calculus (1) textbook (mathematics-physics track) were analyzed collaboratively by the focus group teachers, revealing multiple points of synergy with the European Commission's CT skill taxonomy. Problem 1 required solving a trigonometric equation and then computing a triangle's area. Teachers identified that this process inherently involves sequential decomposition (solving the equation, then applying geometric formulas), conditional logic (evaluating whether the solved angle satisfies domain constraints), and modularization (treating trigonometric solution and area computation as distinct subroutines). Problem 2 asked students to determine the position of a given angle on the unit circle. Teachers noted that this seemingly simple task requires evaluating multiple conditions: the sign of the angle (positive/negative), comparison with multiples of $\pi/2$ and π (determining quadrant), and precise location between reference angles. This process, they argued, perfectly models the CT skill of using conditionals (if-then-else logic) and loops (repeatedly applying the same comparative process for different reference angles). Problem 3 required geometric solution of a trigonometric equation. Teachers analyzed how students naturally decompose the equation into two functions (left and right sides) and graph them to find intersections—a direct instantiation of decomposition and computational modeling. They then proposed an innovative pedagogical simulation: organizing students into small cooperative groups, each functioning as an independent "module" responsible for a specific sub-task (e.g., manipulating one trigonometric identity, checking domain

restrictions, computing algebraic solutions). The teacher acts as a "module manager," coordinating module interaction, identifying errors, and initiating debugging processes either within modules (intra-module debugging) or across modules (global debugging). This simulation, teachers suggested, would simultaneously develop students' trigonometric understanding and their CT skills in decomposition, modularization, debugging, systems thinking, and process optimization.

The study's findings carry several theoretical and practical implications. Theoretically, the research challenges the dominant discourse that CT/AT instruction requires digital tools and computer science infrastructure. By demonstrating that trigonometry—a culturally significant, historically rich mathematical domain—can be taught through CT/AT-infused pedagogy without necessarily using computers, the study contributes to emerging literature on "unplugged" computational thinking. It also empirically validates the European Commission's (2022) assertion that the boundaries between CT and AT are fluid; the analysis of trigonometric problem-solving showed that students and teachers naturally oscillate between algorithmic planning (sequencing steps, applying conditionals), computational execution (modularizing tasks, debugging errors), and systemic optimization (improving process efficiency) without clear separation between "computational" and "algorithmic" modes.

Practically, the research offers concrete, curriculum-embedded examples of how CT/AT skills can be developed using existing textbook content. For instance, teachers in the study suggested modifying a Python coding activity from grade 8's Work and Technology textbook—currently focused on generating shapes through code—into an integrated mathematics-CT activity where students must not only write code but also calculate geometric properties (perimeter, area, angle sums) of those shapes, explicitly linking programming structures (loops, conditionals, functions) to mathematical concepts (ratios, periodicity, coordinate geometry). Similarly, trigonometric problems involving periodic functions offer natural opportunities to introduce the CT concept of iteration: solving $\sin(x) = 0.5$ for all solutions requires students to generate a repeating pattern of angles, which mirrors the logic of iterative loops in programming.

The study acknowledges several limitations. First, the absence of a consensual definition of CT/AT in the literature means that the findings are contingent upon the specific frameworks adopted (European Commission 2022; Weintrop et al. 2016); other frameworks might yield different emphases. Second, the volunteer nature of participant recruitment may have introduced selection bias, attracting teachers already interested in CT/AT. Third, the online format of focus groups precluded analysis of non-verbal data, potentially losing subtle cues about teacher enthusiasm or frustration. Finally, the study did not include classroom observation or student assessment, so claims about the effectiveness of CT/AT integration remain theoretical rather than empirical.

Despite these limitations, the research concludes that trigonometry—due to its inherent integration of algebraic, geometric, and graphical reasoning, its historical significance in Iranian scientific heritage, and its conceptual alignment with CT/AT skills such as decomposition, pattern recognition, conditionals, loops, and debugging—represents a uniquely valuable platform for

introducing computational and algorithmic thinking into general education. The study recommends that curriculum developers and teacher training programs in Iran capitalize on this existing cultural and curricular resource, embedding CT/AT skill development within trigonometry instruction before investing exclusively in digital infrastructure. The recently implemented Digital Literacy Plan by Iran's Ministry of Education (2022-2023), which trained approximately 20,000 elementary teachers in CT skills (modeling, data analysis, decomposition, algorithms, programming), provides a policy window for extending similar training to secondary mathematics teachers, with trigonometry as a focal content area. Future research should design, implement, and evaluate CT/AT-infused trigonometry lesson plans in actual classroom settings, measuring both trigonometric learning outcomes and CT/AT skill development. Such studies would determine whether the theoretical potential identified in this analysis translates into measurable student gains, ultimately contributing to a sustainable, culturally responsive model for teaching computational thinking—a model that honors the legacy of Iranian mathematics while preparing students for the digital age.

Keywords: Computational thinking; algorithmic thinking; trigonometry; Iranian/Islamic mathematical heritage; school mathematics; qualitative content analysis; curriculum integration; unplugged computing; historical epistemology.

ISSN :2345-4938
eISSN: 2783-0640

سال سیزدهم، شمارهٔ ۲۶ پاییز و زمستان ۱۴۰۴

۵۹-۸۶

https://www.jcstpicsa.ir

نظریه و عمل در برنامه درسی

انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مثلثات، بستری برای آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی: میراث ریاضیات ایرانی برای توسعهٔ تکنولوژی دیجیتال در جهان

محمد حسام قاسمی*، زهرا گویا**، سهیلا غلام آزاد***

*دانشجوی دکتری دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. رایانامه.: ghasemi.sbu@yahoo.com

**استاد گروه دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول). رایانامه: z-gooya@sbu.ac.ir

*** پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.تهران.ایران. .رایانامه: soheila_azad@yahoo.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
علمی-پژوهشی

واژگان کلیدی:

تفکر محاسباتی؛ تفکر الگوریتمی؛ مثلثات؛ میراث ریاضی ایرانی/اسلامی، ریاضی مدرسه‌ای؛ تحلیل محتوای کیفی..

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۱۳

چکیده

توسعهٔ تکنولوژی‌های دیجیتال و هوش مصنوعی، اهمیت تفکرمحاسباتی و تفکرالگوریتمی را برجسته کرد که هردو، از ابداعات ایرانیان بوده که جبر و مثلثات، از نمونه‌های مشهود آن است. بدین‌سبب پژوهشی با هدف ارتباط بین مثلثات و تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی در آموزش عمومی ایران بررسی شود. برای تحقق این هدف، محتوای کتاب‌های درسیِ ایران تحلیل کیفی شدند. دراین بررسی، از مهارت‌های تفکرمحاسباتیِ ارائه شده در گزارش ۲۰۲۲ کمیسیون اروپا استفاده شد. تحلیل محتوا با مشارکت۲۵ معلم داوطلب طی پنج جلسه کانونی، در سال تحصیلی ۱۴۰۲ انجام شد. همچنین به‌دلیل ماهیت تلفیقی مثلثات به‌عنوان موضوعی مناسب برای آموزش تفکرمحاسباتی/ تفکر الگوریتمی، بخش‌های مثلثات دوره دوم متوسطه در آموزش مدرسه‌ای، تحلیل شد و درنهایت، ظرفیت‌های موجود و بالقوه مثلثات برای ایجاد و توسعهٔ مهارت‌های تفکرمحاسباتی در دانش‌آموزان، استخراج شدند. مبتنی براین یافته‌ها، نتیجه‌گیری این پژوهش این است که مثلثات به‌دلیل پیوندهای عمیقی که با میراث تمدنی ایران دارد، برای دانش‌آموزان جذاب است و بدین‌سبب، این امکان را ایجاد می‌کند که ازطریق آن، بتوان مهارت‌های تفکر محاسباتی را در دانش‌آموزان، ارتقا داد. نکته پایانی این است که تفکر محاسباتی و تفکر الگوریتمی، اشتراک زیادی باهم دارند و می‌توانند به‌جای هم به‌کاربرده شوند.

استناد به این مقاله:

حسنی،حسین و دهقانی،بیتاالسادات . (۱۴۰۴). تحلیل محتوای کیفی کتاب «کارگاه کارآفرینی و تولید» از منظر شایستگی‌های اشتغال‌پذیری. (e238075). نظریه و عمل در برنامه درسی, ۳۸-۱۵، ۱۳ (۲۶),

e238075 doi: 10.22034/cstp.2025.556217.1117

© **ناشر**: انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مقدمه

به‌گفتهٔ شهریاری (۱۳۷۸الف، ۱۳۸۵ و ۱۳۸۷)، تاریخ ریاضی برای چندبعدی شدن جوان‌ها، نقش ویژه‌ای دارد و آنان لازم است بدانند که ابداع حساب، جبر و مثلثات، از افتخارات ایرانیان است که بدون آن‌ها، پیشرفت‌های فعلی ریاضی قابل تصور نیست. ازطرف دیگر، هوخندایک[1] و باقری (۱۳۷۵) با ترجمه‌های فارسی و انگلیسی رساله سجزی (نشان دادند که وجه عمومی یا مردمی‌بودن ریاضی در ایران، باعث شکوفایی حیرت‌انگیز ریاضی در ایران شد که هم‌زمان با قرون وسطی در اروپا بود. در نتیجه، لازم است که عموم مردم از آن‌چه که عمومی بود و برآمده از نیازهای واقعی‌شان بود، آشنا شوند. به‌ویژه آن‌که «ایرانیان، بدون توجه به مرزهای جغرافیایی، مقام انسان را رفیع می‌دیدند و او را شایستهٔ عروج به بلندترین مرتبه می‌دانستند. بدین‌سبب ساختند و تولید کردند و دستاورد های خود را با سخاوت در اختیار همگان قرار دادند و علوم بسیاری را در جهان پایه‌ریزی نمودند که بنیان محکمی برای رنسانس بی‌نظیر غرب فراهم آورد (اسلام: امپراطوری ایمان، ۲۰۰۰.)

با عنایت به ضرورت آموزش تفکر الگوریتمی و سختیِ این کار برای دانش‌آموزان خردسال، سیمون پاپرت[2] در سال ۱۹۸۰، برنامه لوگو را طراحی کرد که تمرکزش بر آموزش الگوریتم از طریق یادگیری هندسه بود. دراین برنامه، کودکان با حرکت دادن یک قورباغه، می‌توانستند شکل‌های هندسی را رسم کنند و با خواص آن‌ها آشنا شوند. پاپرت با نتایجی که از مشاهدهٔ کودکان هنگام استفاده از این برنامه به‌دست آورد، برنقش تفکر الگوریتمی در یادگیری ریاضی از طریق برنامه‌نویسی تأکید نمود (۱۹۹۳). ازاین گذشته با توسعهٔ تکنولوژی‌های دیجیتال، آموزش تفکرمحاسباتی و تفکرالگوریتمی درمدرسه و دانشگاه، به‌یک ضرورت تبدیل شد تا جایی‌که بعضی پژوهشگران نظیر وینگ[3] (۲۰۱۴)، تفکر محاسباتی را جزو یکی از پایه‌های سواد در کنار خواندن و نوشتن و حساب کردن دانستند. باوجود این، وقوع همه‌گیری کووید-۱۹، تقریباً تمام مناسبات جهانی را ازجمله بازارکار و آموزش، دچار تحول اساسی نمود و در رقابت‌های شغلی و ناپایداری مشاغل، اهمیت مهارت‌های تفکر محاسباتی و الگوریتمی مشهودتر شد (گویا، ۱۴۰۱). درنتیجه آموزش عمومی به‌مثابه بستری مناسب برای ایجاد این مهارت‌ها، مورد توجه سیاست‌گذاران آموزشی قرار گرفت. بدین‌سبب اغلب نظام‌های

[1] Al Sijzi, A. A. (979-981). *Treatise on Geometrical Problem Solving*. Translated by M. Bagheri into Farsi (1996) and into English by J. Hogendijk. (1996).

[2] Simon Papert
[3] Wing

آموزشی در جهان، ارتقای مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی را دردستور کار خود قرار دادند. با این توصیف، یکی از تمایزات عمده مثلثات از سایر موضوعات ریاضی، دانش چندبعدی مورد نیاز برای درک آن است که یادگیری آن را دشوار می‌کند. با توجه به اهمیت مثلثات و ارتباط آن با تفکرمحاسباتی، سؤال پژوهشی این مطالعه به‌صورت زیر تدوین شد:

سؤال پژوهش: چگونه می‌توان از ظرفیت مثلثات، برای آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی استفاده کرد ؟

پیشینهٔ پژوهش

دراین بخش، ابتدا به ریشه‌های ایرانیِ تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی اشاره می‌شود تا معلوم گردد که چگونه این دو ابداع ریاضیِ ایرانیان پس از چندین قرن، بستر مناسبی برای توسعه تکنولوژی‌های دیجیتال و هوش مصنوعی فراهم کرد. سپس پژوهش‌های مرتبط با چرایی و چگونگیِ حضور این تکنولوژی‌ها در آموزش عمومی مرور می‌گردد. درآخر، به‌دلایل تمرکز این پژوهش بر مثلثات به‌عنوان موضوعی برای آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی تمرکز می‌شود.

ریشه‌های ایرانیِ تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی

«در دوره پیشرفت اسلام و التقاط تمدن‌ها، توسعه و شکوفایی علمی از نیمه قرن دوم هجری (قرن هشتم میلادی) آغاز شد و تا پایان قرن پنجم (یازدهم میلادی) ادامه یافت و به‌درجه کمال رسید. ایرانیان که به علوم ریاضی و فنون فلکی و نجومی آشنایی داشتند، نخستین قومی بودند که معارف کهن خود را در پیکر تمدن اسلامی به جهانیان عرضه کردند و بسیاری از این معارف، ریشه در گندی‌شاپور و آموزشگاه‌های همانند آن داشته است» (تکمیل همایون، ١٣٨۴، ص. ٩۵). بدین‌ترتیب، قدم گذاشتن بر بنیان محکمی که از نهضت ترجمه و میراث گذشته حاصل شده بود و آموزه‌های اسلام را چراغ راه خود می‌دانست، باعث شد تا عصر علمیِ خیره‌کننده و مولد رنسانس، در تاریخ بشر آغاز شود (گویا، ١٣٩١). استفاده از آثار ترجمه شده، به ریاضی‌دان‌های ایرانی فرصت داد تا از میراث بشری بهره‌مند شوند و در آن‌ها را سنگ‌بنای ابداع‌های خود قرار دهند. برای نمونه، ابوالوفا بوزجانی که از معروف‌ترین پیشگامان ریاضیِ تلفیقی و محاسباتی بوده و به‌این خاطر، لقب «حاسب» به‌او داده شده بود، در مقدمهٔ شرحی که بر المجسطیِ بطلمیوس نوشته (قربانی، صص. ١۶۵ و ١۶۶، نقل‌شده در رجبعلی‌پور و فدایی، ١٣٧۶)، این موضوع را به‌وضوح بیان می‌کند:

هر چند این موضوع را عده‌ای از دانشمندانِ متقدم مانند ابرخس و ابلونیوس و بطلمیوس و غیره پیش از این مورد توجه قرار داده‌اند، در این کتاب ما روشی اتخاذ کرده‌ایم که هیچ‌یک از آنان، نکرده‌اند. ما راه وصول به این معلومات را

ساده‌تر و کوتاه‌تر کردیم و از روش‌های متداولی که برای متعلمان دشوار بود، مانند شکل قطاع و نسبتِ مؤلفه، اجتناب ورزیدیم و چنان کردیم که از نزدیک‌ترین و ساده‌ترین راه، بتوان این معانی را که پیش از این وصول به آن‌ها بسیار دشوار بود، به دست آورد. علاوه بر این، به‌روش‌هایی که قُدما برای رسیدن به هر یک از این معلومات ایراد کرده بودند، اکتفا نکردیم، بلکه راه‌هایی تازه و برهان‌هایی جدید آوردیم و همچنین، معانی دیگری که در علم هیأت، مورد احتیاج شدید است و قُدما آن‌ها را ذکر نکرده بودند، به آن‌ها افزودیم. و نیز استدلال‌های هندسی را از اَعمال حسابی جدا ساختیم تا اگر مهندسان و محاسبانی باشند که هریک به فن دیگری آشنایی نداشته باشند، بتوانند به‌تنهایی کتاب را مورد استفاده قرار دهند و کسی که در هر دو فن دست دارد، از هر دو بهره‌مند گردد. و برای هر یک از موضوع‌ها مثالی آوردیم تا مبتدی از آن کمک بگیرد و کسی که در اَعمال حساب کار آزموده نیست، آن را نقطهٔ اتکایی قرار دهد و همچنین جداول را با دقت کامل فراهم آوردیم و آنچه را اهل این فن قبلاً تهیه کرده بودند، تصحیح کردیم. پس اگر کسی که به‌این کتاب نظر می‌افکند در جواب‌های مسایل، اختلافی دربارهٔ ثانیه‌ها و ثالثه‌ها با آنچه مورد قبول است مشاهده کرد، نباید در صحت این کتاب شک کند. علت این اختلافات، تقریبات زیادی است که در محاسبهٔ جِیب‌ها (سینوس‌ها) و وَترها و ظل‌ها (تانژانت‌ها) که اصول اَعمال حساب هستند، به کار برده‌ایم (ص. ۱۱.)

در چند دههٔ اخیر، به‌مناسبت اهمیتی که ریاضی محاسباتی و الگوریتمی پیدا کرده، توجه پژوهشگران تاریخ ریاضی و آموزش ریاضی، به نوع ریاضیات تلفیقی ایرانی جلب شده است. لونگ[4] (۲۰۰۸، به‌نقل از عبدالجاوود، ۲۰۰۶) در پژوهش خود به این جمع‌بندی رسید که در فرهنگ اسلامی، هم ریاضیات نظری که هدفش درک جهان هستی است و هم ریاضیات کاربردی که مسؤلیت حل مسایل دنیای واقعی را دارد، تدریس می‌شد و مورد احترام بود. تحت‌تأثیر این نگاه، برگِرن[5] (۱۹۹۰) در پژوهش خود نشان داد که در قرون‌وسطی که مصادف با دوره‌طلایی ریاضیات اسلامی بود، رویکرد به‌آموزش ریاضی، به‌جای قضیه‌ها و اثبات‌ها، با تأکید بر روش‌ها و تکنیک‌ها انجام می‌شد. از نظر عدالت (۱۳۸۳)، ریاضیات دوران طلایی ریاضیات ایرانی/اسلامی، به‌دلیل محدود نشدنِ ریاضی به شاخه‌های باریک و تحقیق و تولیدعلمی در حوزه‌های بین‌رشته‌ای، همچنین گسترش ریاضیات محاسبه‌ای که ریشه در دنیای‌واقعی

[4] Lueng
[5] Berggren

داشت و مبتنی بر نیازهای اجتماعی زمان خود بود، جامعه جهانی را مخاطب قرار داد و از آن طریق، توانست تأثیر شگرفی بر رنسانس جاودانه اروپاییان بگذارد.

ازمنظر آموزشی نیز، به‌دلیل انواع تقریب‌هایی که ریاضی‌دانان ایرانی استفاده می‌کردند - مانند تقریب عدد پی و یافتن نسبت‌های مثلثاتی- این باور درمشتاقان ریاضی ایجاد شد که در فرایند ساختن و انجام دادن ریاضی، اشتباه کردن و آموختن از اشتباهات، یک راهبرد قوی است که به آن‌ها فرصت می دهد تا به تدریج، روش های خود را دقیق‌تر کنند و ابزارهای قابل اتکاتری خلق نمایند (گویا، ١٣٩١) .

مرور پیشینه پژوهش آشکار می‌کند که از شروع هزارهٔ سوم و توسعهٔ هوش مصنوعی و انواع تکنولوژی‌های دیجیتال، اهمیت و ضرورت آموزش تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی چنان عیان شد که به‌عنوان بخشی از سواد رسانه‌ای در آموزش مدرسه‌ای، در مرکزتوجه قرارگرفت. دراین راستا، پژوهش‌های متعددی در سطوح پیش‌دبستانی تا پایه‌های آخر متوسطه، انجام شد تا چارچوبی برای شمول آموزش تفکرمحاسباتی و تفکرالگوریتمی در آموزش عمومی تدوین کنند که از آن میان، می‌توان به لی و همکاران[٦] (٢٠١١) و برنان و رزنیک[٧] (٢٠١٢) اشاره نمود. دراین راستا، اسکانتامبورلو[٨] (٢٠١٤) در رسالهٔ دکتری خود، به‌این نتیجه رسید که تشخیص الگوها، نیازمند توانایی‌های انتزاع و تعمیم است و درنتیجه، در زمرهٔ تفکر محاسباتی قرار می‌گیرند. علاوه بر این، ووگت و همکاران[٩] (٢٠١٥)، تلاش کردند تا با پژوهش دربارهٔ تفکرمحاسباتی، برنامه‌ای برای ایجاد مهارت‌های مرتبط با آن در آموزش عمومی عرضه کنند. پس ازآن، وینتروپ و همکاران[١٠] (٢٠١٦) مدلی برای تفکر محاسباتی با چهارمحور «تحلیل داده‌محور، مدل‌سازی محاسباتی، حل مسئله الگوریتمی و تفکر سیستمی» و به‌منظور پیونددادن مفاهیم انتزاعی با مصادیق عملی ارائه دادند. افزون براین‌ها، رومن-گونزالس، مورینو-لِئون و رابِلز[١١] (٢٠١٧) با مروری نظام‌وار بر پژوهش‌های این حوزه، سه‌راهبرد اصلی را برای توسعهٔ مهارت‌های تفکر محاسباتی در آموزش مدرسه‌ای شناسایی کردند که شامل «استفاده از مضمون‌هایی در سراسر برنامه درسی»، «اضافه نمودن موضوع‌های مستقل درسی مانند انفورماتیک» و «تلفیق تفکر محاسباتی در درس‌هایی نظیر ریاضی و کار و فناوری» بود.

---

[6] Lee, Martin, Denner, Coulter, Allan, Erickson, Malyn-Smith & Werner
[7] Brennan & Resnick
[8] Scantamburlo
[9] Voogt, Fisser, Good, Mishra & Yadav
[10] Weintrop, Beheshti, Horn, Orton, Jona, Trouille & Wilensky
[11] Román-González, Moreno-León & Robles

دستهٔ دیگری از پژوهش‌ها، با تمرکز بر ارتباط بین تفکرمحاسباتی و مباحث مربوط به علوم کامپیوتر ازجمله ابزارهای دیجیتال، تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات و کدگذاری انجام شد. برای مثال، تابش (۲۰۱۷) با اشاره به مهارت‌های تفکرمحاسباتی در قرن ۲۱اُم مداخلات غیردیجیتال را در کنار ابزارهایی مانند برنامه‌نویسی، روباتیک و شبیه‌سازی‌ها توصیه کرد که همسو با یافته‌های و شوت، سان و آسبِل-کلارک[۱۲] (۲۰۱۷) بود. تابش و همکاران (۲۰۱۹) وی برای پیگیری آن توصیه، با کمک همکارانش برنامه‌ای با نام «پولی‌آپ[۱۳]» تولید کردند که یک زمین بازی ریاضیِ دیجیتال است و هدف آن، فراتر ار علوم کامپیوتر بوده و باعث ارتقای توانایی‌های حل مسئله و تفکرالگوریتمی می‌شود. لاکوود و دی‌چِنه[۱۴] (۲۰۲۰) نیز دامنه گسترده تفکر محاسباتی را فراتر از علوم کامپیوتر دانسته و به‌این جمع‌بندی رسیدند که معلمان، گزینه‌هایی مانند برنامه‌نویسی و آموزش اصول کامپیوتر نظیر نوشتن فلوچارت و الگوریتم را دراختیار دارند که از آن‌ها، می‌توانند به عنوان مقدمه‌ای برای آموزش تفکرمحاسباتی استفاده کنند تا انعطاف و ظرفیت‌های بیشتری برای این آموزش، ایجاد شود.

گادانیدیس و همکاران[۱۵] (۲۰۲۲، نقل شده در آرفه، واردانِگا و رانکُنی[۱۶]، ۲۰۲۰ و لُدی[۱۷]،۲۰۲۰) بیان می‌کنند که آموزش تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی، نیاز محدودی به علوم کامپیوتر دارد. این درحالی است که به‌گفتهٔ کادی‌یِویچ، استفان و رفیع‌پور[۱۸] (۲۰۲۳)، اتفاقاً محدودیت مشترک این مطالعات، وابستگی بیش از حدشان به تکنولوژی/علوم کامپیوتر، برای آموزش مهارت‌های تفکر محاسباتی درکلاس درس است و زمینه‌های بالقوهٔ استقلال آموزش تفکرمحاسباتی از علوم کامپیوتر، نادیده گرفته شده است. به‌این دلیل، بعضی پژوهشگران به یافتن روش‌هایی قابل‌دسترس و کم‌هزینه برای آموزش تفکرمحاسباتی به معلمان و دانش‌آموزان بدون وابستگی به‌دانش و ابزارهای پیشرفتهٔ تکنولوژی پرداختند تا مشکل محدودیت منابع و زیرساخت‌های پیش‌نیاز را برای آموزش‌های مبتنی بر تکنولوژی که دی‌سِسا[۱۹] (۲۰۱۸) مطرح کرده بود، برطرف شود. لاک‌وود و مونی[۲۰] (۲۰۱۸) نیز در پژوهش خود، به بررسی جایگاه مناسب آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی در برنامه درسی متوسطه پرداختند و به نتایج مشابهی رسیدند.

---

[12] Shute, Sun & Asbell-Clarke
[13] Polyup
[14] Lockwood & De Chenne
[15] Gadanidis, Silva, Hughes, Floyd & Namukas
[16] Arfé, Vardanega & Ronconi
[17] Lodi
[18] Kadijevich, Stephens & Rafiepour
[19] Disessa
[20] Lockwood & Mooney

ازطرف دیگر به‌گفته رفیع‌پور و فارسانی (۲۰۲۱)، باوجودی که از زمان تأسیس نظام آموزش رسمی در ایران تا سال ۱۴۰۰، نظام آموزشی ایران شش اصلاح عمده را پشت‌سر گذاشته بود، در هیچکدام اشاره صریحی به تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی دیده نمی‌شد. با این‌حال برای اولین‌بار، در آخرین نسخهٔ سند برنامه درسی ملی ایران (۱۴۰۰، ص. ۳۴)، بدون ارجاع صریح به مفهوم «تفکرمحاسباتی» یا «تفکر الگوریتمی»، مهارت‌ها و مفاهیم مرتبط با این دو نوع تفکر، به‌شرح زیر، آمده است:

- *تشخیص الگو و تولید الگو:* «ریاضیات می‌تواند به عنوان علم مطالعه الگوها و روابط تعریف شود» (سند برنامه درسی ملی، ص۳۳) و «در زمینه ریاضیات، دانش‌آموزان باید با ... و استفاده از الگوها آشنا شوند.»
- *انتزاع:* «ریاضی، افرادی را پرورش می‌دهد که توانایی انتزاع دارند.»
- *برنامه‌نویسی و کدنویسی:* «فناوری در ریاضیات و کاربردهای آن (ماشین‌حساب‌ها، کامپیوترها و برنامه‌نویسی) مورد تأکید هستند.»
- *تحلیل داده:* «پایه رشد و توسعه در ریاضیات مشاهده، توصیف و تحلیل محیط پیرامون است.»

از این گذشته، کمیسیون اروپا[21] (۲۰۲۲)، با هدف رسیدن به تعریفی نسبتاً جامع برای تفکرمحاسباتی و مهارت‌های آن در آموزش عمومی، مروری نظام‌وار از پژوهش‌های انجام شده دراین حوزه انجام داد. ولی باعنایت به‌تنوع گسترده‌ای که در آن پژوهش‌ها وجود داشت، به‌جای رسیدن به‌یک تعریف عملیاتی و مورد اجماع، این گزارش بر مهارت‌های تفکر محاسباتی متمرکز شد و آن‌ها را در دو مقولهٔ «حل مسئله» و «برنامه‌نویسی» قرارداد (جدول ۱). این دومقوله نشان می‌دهد که تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی درهم تنیده هستند و مرز روشنی بین آن‌ها نیست که این بی‌مرزی، فرصت مناسبی برای تلفیق این مهارت‌ها با برنامه‌های درسی موجود فراهم می‌کند.

[21] European Commission

جدول ۱. دسته‌بندی مهارت‌های تفکر محاسباتی در دومقوله اصلی حل مسئله و برنامه‌ریزی و محاسبه (کمیسیون اروپا[۲۲]، ۲۰۲۲)

حل مسئله	برنامه‌ریزی و محاسبه
تجرید، جمع‌آوری و تحلیل داده، منطق بولی محاسباتی[۲۳]، مدل‌سازی محاسباتی، بازنمایی، تجزیه،[۲۴] کارآمدی، ارزشیابی، تعمیم، منطق و تفکر منطقی، مدل‌سازی، الگوها و شناخت الگوها، الگوهای تکرارشونده، شبیه‌سازی، تفکر سیستمی، تصویرسازی[۲۵]،	تفکر الگوریتمی، طراحی الگوریتم، خودکارسازی[۲۶]، منطق بولی[۲۷]، محاسبه، مدل‌سازی محاسباتی، شرطی‌ها[۲۸]، انواع داده، رخدادها، توابع، تکرارشونده‌ها[29]، دورها (تکرار)، ماژول‌سازی[۳۰]، سِری‌سازی[۳۱]، موازی‌سازی[۳۲]، امتحان کردن و رفع عیب[۳۳]، رشته‌ها (اجراهای موازی[34])

جمع‌بندی

به‌گفتهٔ وان بورکولو و همکاران[۳۵] (۲۰۲۱)، تلاش فزاینده‌ای باهدف آگاهی‌بخشیِ سیاستگذاران آموزشی و معلمان، برای تلفیق آموزش تفکر محاسباتی با برنامه‌های درسیِ موجود، انجام شده است. با وجوداین، روشن شدن چگونگیِ این تلفیق نیازمند انجام پژوهش‌های همه‌جانبه‌ای است (هیکموت، پِریروتو-رودری‌گوئز و هولمز[۳۶]، ۲۰۱۸). برای نمونه، استفنز و بوتو[۳۷] (۲۰۲۳) براهمیت توجه متعادل به تفکرمحاسباتی در برنامه درسی ریاضی و تأکید بر آموزش همهٔ جنبه‌های آن و ارزیابی تفکر محاسباتی در کلاس‌های

[22] European Commission. Joint Research Centre
[23] Boolean Logic Computation
[24] Decomposition
[25] Visualisation
[26] Automation
[27] Boolean Logic
[28] Conditionals
[29] Iteration
[30] Modularisation
[31] Sequencing
[32] Parallelisation
[33] Debugging
[34] Threads (Parallel Execution
[35] van Borkulo et al
[36] Hickmott, Prieto-Rodriguez & Holmes
[37] Stephens & Buteau

ریاضی و کار بر روی مدل‌هایی برای آموزش تفکر محاسباتی در ریاضی، تأکید کردند. ولی آنچه که از بررسی پیشینه در این مطالعه و دسته‌بندی مهارت‌های تفکرمحاسباتی که درگزارش ۲۰۲۲ کمیسیون اروپا که حاصل مرور نظام‌مند پژوهش‌های انجام شده درارتباط با تفکرمحاسباتی مشاهده می‌شود این است که ارتباط نزدیکی بین این نوع تفکر و ریاضی دیده می‌شود. درواقع، از دسته‌بندی مهارت‌های تفکرمحاسباتی دراین گزارش، چنین استنباط می‌شود که درس‌های ریاضی، بالقوه بستر مناسبی برای آموزش تفکرمحاسباتی هستند و از بین مفاهیم ریاضی، مثلثات به‌دلیل ویژگی‌های تلفیقیِ الگوریتمی و محاسباتی و انتزاعی که دارد، موضوعی مناسب برای حل مسئله و آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی است.

ایران، بستر تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی

تاریخ ریاضی در ایران، بیانگر این است که ریاضی‌دان‌های ایرانی، علاوه بر جنبه‌های انتزاعی ریاضی، به ریاضیات برآمده از نیازهای ملموس و عینی شهره بودند. به‌گفتهٔ برگِرن (۱۹۸۶)، ریاضی‌دان‌های دوران طلایی ایرانی/اسلامی، ترکیب‌های نوآورانه‌ای از جبر و هندسه خلق کردند که آن‌ها را به‌ایجاد تفسیرهای هندسیِ جالبی از جبر، راهنمون شد. ازطرف دیگر، محمدبن موسی خوارزمی به روش «جبر و مقابله»، معادله درجه دوم را ازطریق مربع کامل حل کرد که توجیه هندسی برای حل معادله بود (خوارزمی، بی‌تاریخ). راه حل روش‌مند خوارزمی برای معادله درجه دوم چنان بدیع بود که شاخهٔ مهم جبر[۳۸] در ریاضی، به آن نامیده شد. علاوه براین، واژه «الگوریتم»، معادل انگلیسی «الخوارزمی» است که بعد از رنسانس، جایگاه مهمی در توسعه ریاضی یافت و درقرن بیستم و توسعهٔ تکنولوژی، تفکرالگوریتمی مورد توجه بیشتری واقع شد. ازطرف دیگر، حکیم عمرخیام، معادله درجه سوم را به روش هندسی حل کرد و درحقیقت در ایران، جبر از دل هندسه زاییده شد.

ویژگی اصلی ریاضی در دوران طلایی ایرانی/اسلامی، تلفیق و ایجاد هماهنگی بین بخش‌های مختلف ریاضی بود که از درخشان‌ترین آن‌ها، کارهای ابوالوفا بوزجانی (۱۳۶۸) و غیاث‌الدین جمشیدکاشانی بود که توانست قطرزمین را محاسبه کند و این کار نشان می‌دهد که ریاضی‌دان‌های ایرانی می‌دانستندکه زمین صاف نیست و کُروی است. وی با تقریب عدد π تا ۱۶ رقم اعشار نیز،

[38] Algebra جبر از ریشه جبران است که خوارزمی در کتاب معروف خود با عنوان «جبر و مقابله»، به تشریح آن پرداخته است.

نشان داد که عددπ گنگ است (شهریاری، ۱۳۷۸ ب؛ لونگ[39] (۲۰۰۸، به‌نقل از ظاهر[40]، ۱۹۹۷)، براین باور است که ریاضی و علوم در دنیای مدرن، از ریاضیِ دوران طلایی اسلامی منفعت برده است.

مثلثات بخش مهمی در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران است و به دلیل نقش برجسته آن، بررسی توسعه تاریخی آن می‌تواند نشان‌دهنده و شاخصی برای چگونگی توسعه برنامه درسی ریاضی در ایران باشد (رضایی، ۱۳۹۳). منابع اصلی مثلثات عمدتاً یونانی و هندی بودند، که وجود مستقلی از هندسه نداشتند. با این حال، ریاضی‌دانان ایرانی در طول تاریخ به آن هویت مستقل بخشیدند و آن را به شیوه‌ای نو معرفی کردند (فرشاد، ۱۳۶۶). همچنین مثلثات یکی از سنت‌های قوی در ریاضیات مدرسه‌ای ایران است که ریشه در فرهنگ علمی ایران دارد (گویا، ۱۴۰۱). مثلثات دارای پیچیدگی‌های ذاتی مختلفی است که چالش‌هایی را برای دانش‌آموزان در یادگیری مفاهیم آن ایجاد می‌کند. این پیچیدگی‌ها منجر به‌این شده است که بسیاری از دانش‌آموزان ایرانی حتی پس از تکمیل چرخه یادگیری، درک محدودی از مثلثات داشته باشند (علامه و گویا، ۱۳۹۳). ازاین گذشته، مثلثات در پیوند استدلال هندسی، جبری و گرافیکی که به عنوان پیش‌نیاز مهمی برای درک پیش‌حسابان و حسابان عمل می‌کنند، دارای پیچیدگی‌هایی است (وبر، ۲۰۰۵).

روش‌شناسی پژوهش

هدف این پژوهش، بررسی چگونگی آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی در دوره آموزش عمومی در ایران بود. در این پژوهش، از رویکرد کیفی استفاده شد و روش انجام تحقیق، استفاده از تحلیل محتوای کیفی و گروه‌های کانونی بود.

چارچوب نظری و تحلیل داده‌ها: برای انجام این پژوهش و تحلیل داده‌های آن، از گزارش کمیسیون اروپا (۲۰۲۲) به‌عنوان شاخصی برای محک‌زدن مصداق‌های مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی استفاده شد. همچنین، مدل وینتروپ و همکاران (۲۰۱۶) برای تفکرمحاسباتی با چهارمحور «تحلیل داده‌محور، مدل‌سازی محاسباتی، حل مسئله الگوریتمی و تفکر سیستمی» در تحلیل داده‌ها موردتوجه واقع شد.

[39] Lueng
[40] Zaher

شرکت‌کنندگان: نویسنده اول که پژوهشگر و معلم ریاضی است، با دوهمکار خود که یکی معلم ریاضی باتجربه و دیگری معلم کامپیوتر بود، راجع‌به پژوهش و هدف از انجام آن و توضیح‌های شفاهی و ارسال نسخه‌ای از پروپوزال طرح پژوهش، از آن‌ها دعوت نمود تا درصورت تمایل، در این مطالعه شرکت کنند. سپس با روشی که به گلوله‌برفی موسوم است، شرکت‌کنندگان بعدی ازطریق آنان شناسایی و داوطلب شرکت در مطالعه شدند. درنهایت ۲۵ معلم شامل پنج معلم ابتدایی و ۱۹ معلم متوسطه با تنوع مدرسه‌ای و پراکندگی جغرافیایی، در گروه‌های کانونی شرکت کردند. از بین معلمان دوره متوسطه، ۱۰ نفر به تدریس ریاضی، پنج‌نفر علوم کامپیوتر و چهارنفر مدرس کار و فناوری بودند.

تحلیل محتوای کیفی: تمام کتاب‌های درسی پایه‌های اول تا ۱۲اُم، با استفاده از مهارت‌های ارائه شده در گزارش کمیسیون اروپا (۲۰۲۲) به‌عنوان شاخص تحلیل شدند. تحلیل کیفی به‌این معنا بود که مواردی که به‌نظر جزو این مهارت‌ها محسوب می‌شد، پس از بحث و گفت‌وگو و تفسیر و به‌چالش کشیدن، تا رسیدن به توافق و اجماع، ادامه می‌یافت.

گروه کانونی: تحلیل کتاب‌های درسی در پنج‌جلسه آنلاین برنامه‌ریزی شد که در دو جلسه اول، معلمان ابتدایی حضور داشتند و با مشارکت آنان، تمام کتاب‌های درسی دوره ابتدایی برای پیداکردن مواردی که ممکن بود با مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی مرتبط باشند، تحلیل شدند. در سه‌جلسه نیز با حضور معلمان متوسطه، کتاب‌های دوره اول و دوره دوم متوسطه تحلیل شدند.

جمع‌آوری داده‌ها و ابزار: داده‌ها ازطریق ضبط شنیداری صحبت‌های انجام شده در پنج جلسه گروه‌های کانونی جمع‌آوری شد. برای این‌کار، به شرکت‌کنندگان توضیح داده شد که گفت‌وگوها پیاده و برای تحلیل به متن تبدیل می‌شوند و از همه، رضایت شفاهی گرفته شد. همچنین، برای حفظ محرمیت افراد، ارجاع به نقل قول‌ها بدون نام صورت گرفت.

اعتباربخشی: تنوع معلمان شرکت‌کننده در پژوهش، گفت‌وگوهای رفت و برگشتی با آنان برای اطمینان از صحت برداشت پژوهشگران از نظرات آنان، ارسال متن گفت‌وگوها و دسته‌بندی انجام شده از آن‌ها، پژوهشگران را از اعتبار داده‌ها و یافته‌ها مطمئن کرد.

محدودیت پژوهش: این پژوهش به جنبه‌هایی از تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی پرداخت که مورد توافق کمیسیون اروپا (۲۰۲۲) و مدل وینتروپ و همکاران (۲۰۱۶) بود. طبیعی است که با تغییر زاویهٔ دید، نتایج دیگری که البته نزدیک به‌هم هستند،

حاصل شود، به‌ویژه آن‌که تعریف مورد اجماعی برای این دو نوع تفکر وجود ندارد و بستگی به تعبیر و تفسیر پژوهشگران دارد. علاوه براین، انتخاب شرکت‌کنندگان برای جلسه‌های گروه کانونی، محدود به علاقه و تمایل آنان به مشارکت بود. دست‌آخر، جلسه‌ها به‌صورت آنلاین برگزار می‌شد و تنها داده‌ای که امکان جمع‌آوری داشت، کلمات بودند و کمک گرفتن از سایر داده‌ها مانند زبان بدن، وجود نداشت.

یافته‌ها

برای شناسایی موارد صریح یا ضمنی درارتباط با آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی، کتاب‌های درسی ۱۲ پایه به همکاری معلمان در جلسه‌های کانونی بررسی شد. روند این بررسی بدین‌ترتیب بود که ابتدا، اعضای گروه کانونی موارد مختلفی را که فکر می‌کردند می‌توانند به‌عنوان مصداق‌هایی برای تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی به‌حساب آیند، مشخص کردند. سپس از مهارت‌های بیان شده در گزارش کمیسیون اروپا (۲۰۲۲) به‌عنوان شاخصی برای محک زدن آن مصداق‌ها استفاده شد. افزون بر این، مدل وینتروپ و همکاران[41] (۲۰۱۶) برای تفکرمحاسباتی با چهارمحور «تحلیل داده‌محور، مدل‌سازی محاسباتی، حل مسئله الگوریتمی و تفکر سیستمی» نیز درنظر گرفته شد. در مورد هر نمونه، بحث و تبادل نظر بین اعضا تا جایی ادامه یافت تا اجماع حاصل شود. در این بررسی، معلوم شد که در کتاب‌های درسی پایه‌های اول تا پنجم، به‌این مهارت‌ها پرداخته نشده است. درحالی که در کتاب‌های درسی «تفکر و پژوهش»، «کار و فناوری» و «ریاضی» پایه‌های ششم تا نهم، ردّپای تفکرمحاسباتی به‌صورت صریح یا ضمنی وجود دارد که شناسایی شدند (جدول ۱.)

جدول ۱. مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی در کتاب‌های درسی پایه‌های ششم تا نهم

پایه	عنوان کتاب	مورد مرتبط با تفکرمحاسباتی/تفکر الگوریتمی	مهارت‌ها
ششم	تفکر و پژوهش	آموزش اصول اولیهٔ پژوهش نظیر پرسش‌گری، جمع‌آوری و تفسیر اطلاعات	تحلیل داده‌ها، جمع‌آوری داده‌ها ، نمایش داده‌ها

[41] Weintrop, Beheshti, Horn, Orton, Jona, Trouille & Wilensky

پایه	عنوان کتاب	مورد مرتبط با تفکرمحاسباتی/تفکر الگوریتمی	مهارت‌ها
ششم	کار و فناوری	اختصاص یک پودمان‌های بر آموزش الگوریتم‌ها و کدنویسی اسکرچ، آشنا کردن دانش‌آموزان با فهم مسئله، راهبردهای حل مسئله، شکستن مسئله به مسئله‌های کوچک‌تر، مرحله‌بندی و حل آن‌ها	الگوریتم‌ها، تجزیه، کدنویسی
هفتم	ریاضی	ارائه چند راهبرد حل مسئله شامل شکستن مسئله به زیرمسئله‌های کوچک‌تر و ساده‌تر، کشف الگوها، ارائه راه‌حل‌های نمادین و کلی جبری برای دسته‌ای از مسائل مشابه در فصل اول	انتزاع، مدل‌سازی، الگوها، تشخیص الگوها، تکرار الگوها، تجزیه
هشتم	کار و فناوری	اختصاص یک پودمان به آموزش مقدماتی برنامه‌نویسی پایتون	برنامه‌نویسی
نهم	کار و فناوری	اختصاص یک پودمان به آموزش فلوچارت‌ها و الگوریتم‌ها اختصاص یک‌پودمان به آموزش برنامه‌نویسی پایتون[۴۲]	تفکر الگوریتمی، برنامه‌نویسی

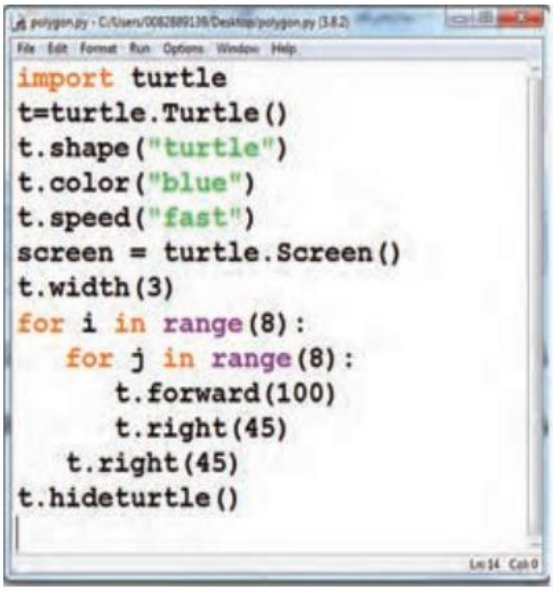
تحلیل محتوای کتاب‌های درسی دوره دوم متوسطه، نشان داد که پرداختن به مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی متوقف شده است. همچنین، توضیح‌های تکمیلی و نقد شرکت‌کنندگان درمورد مصداق‌های آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی، جای تأمل دارد. برای نمونه، معلمان اظهار کردند که درپایه ششم، باوجود این‌که «از عنوان کتاب تفکر و پژوهش انتظار می‌رود که دانش‌آموزان با انواع مختلف تفکر آشنا شوند، ولی ردّ پای بسیار ضعیف و تقریباً ناموجودی از تفکر محاسباتی در این کتاب دیده می‌شود». همچنین در کتاب کار و فناری همین پایه، «تلاش شده است تا مبانی تفکر الگوریتمی به زبانی ساده آموزش داده شود. با این حال، در مورد مهارت تجزیه به عنوان یکی از اهداف این پودمان، فعالیت یا آموزش قابل توجهی مشاهده نشد». درارتباط با کتاب

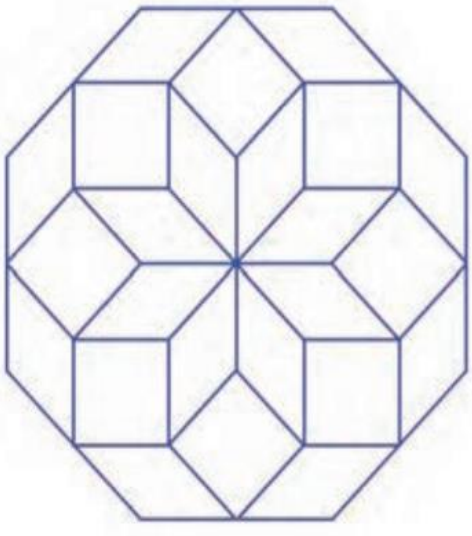
[۴۲] به‌گفته شرکت‌کنندگان، بعضی مدارس از سکوهایی مانند کادکام، محیط‌های آنلاین پایتون و روبومایند[۴۳] استفاده می‌کنند که اغلب در برنامه‌های فوق‌برنامه، گنجانده می‌شود.

ریاضی پایه هفتم که فصل اول آن به آموزش راهبردهای حل مسئله اختصاص دارد، اکثر معلمان آن را تنها «نقطه شروعی در برنامه درسی برای یادگیری نحوه استفاده از نمادها و انتزاعات جبری» می‌دیدند.

تعداد دیگری از شرکت‌کنندگان دررابطه با یکی از پودمان‌های کتاب کار و فناوریِ پایه هشتم، بیان کردند که «مستقیماً بر پایه برنامه‌نویسی اسکرچ در پایه هفتم بنا شده است و برنامه‌نویسی پایتون را معرفی می‌کند. در حالی که هنوز مشخص نیست دانش‌آموزان چقدر با دانش پیش‌نیاز تفکرمحاسباتیِ مورد نیاز برای این سطح از برنامه‌نویسی آشنا هستند.»، این درحالی بود که به‌نظر آنان، کتاب کار و فناوری پایه نهم، «شامل فعالیت‌های خوبی با هدف آموزش الگوریتم‌ها است».

درمجموع، تحلیل محتوا بیانگر این بود که اگرچه بخش‌هایی از کتاب‌های درسی کار و فناوری در پایه‌های هشتم و نهم، به‌اختصار آموزش اسکرچ و پایتون را پوشش داده‌اند، ولی راجع به ارتباطشان با سایر موضوع‌های درسی، اشاره‌ای نشده است. درصورتی که مشاهدات معلمان کامپیوتر و ریاضیِ شرکت‌کننده در گروه کانونی، حاکی از این بود که گنجاندن فعالیت‌هایی شامل کدنویسی یا نوشتن برنامه‌های مناسب، می‌تواند به یادگیری مفهومی ریاضی کمک کند و منجر به ارتقای مهارت‌های تفکرمحاسباتی هم بشود. به‌نظر آنان، این درحالی است که زمینه برای ایجاد پیوند مستقیم در بسیاری از مثال‌ها و فعالیت‌های کدگذاری در کتاب کار و فناوری پایه هشتم و به‌ویژه جایی که اشکال هندسی تولید می‌شوند، فراهم شده است. برای مثال، شکل ۱ مربوط به فعالیتی است که برای





تحلیل رابطه بین سطور دستورات و کدها و شکل خروجی طراحی شده است، ولی معلمان می‌توانند از آن، به‌مثابه فرصت مناسبی برای آموزش مفاهیم ریاضی، استفاده کنند.

شکل ۱: ادغام کد با شکل‌های هندسی در آموزش پایتون؛ کتاب درسی کار و فناوری، پایه هشتم

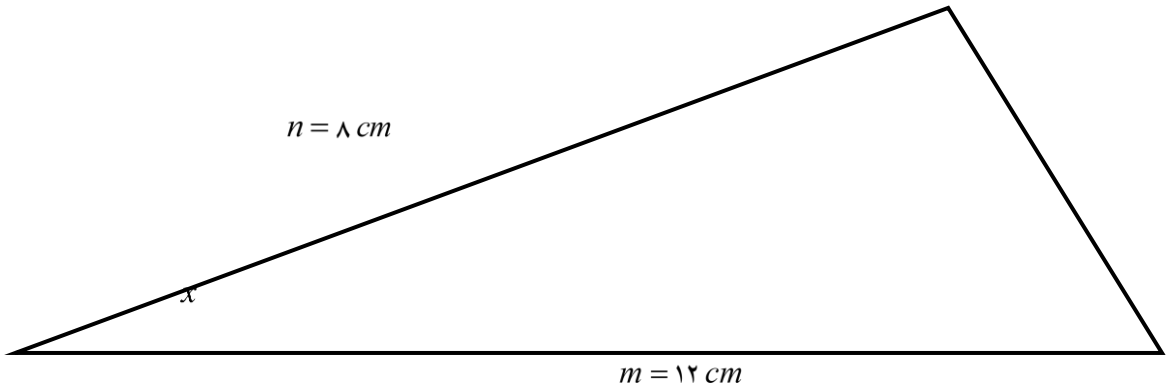
به‌گفته آنان، معلمان می‌توانند به‌جای این شکل، یکی از اشکال هندسیِ آموزش داده‌شده در کتاب درسی ریاضی همین پایه را جایگزین کنند و به جای این‌که دانش‌آموزان تنها کدهای دستوری را برای تولید شکل مربوطه بنویسند، درباره ویژگی‌ها و خصوصیات شکل‌ها از طریق رسم، رنگ‌آمیزی، شمارش ضلع‌ها و محاسبه محیط و مساحت آن‌ها از طریق کدنویسی، مهارت‌های ریاضی و برنامه‌نویسی خود را ارتقا دهند. افزون براین‌ها، اعضای گروه کانونی تأکید داشتند که علاوه بر هندسه، آمار و مثلثات هم امکان بالقوه‌ای برای پیوند تفکرریاضی با تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی دارند. مثلاً وقتی که دانش‌آموزان داده‌ها را تفسیر و تحلیل می‌کنند، آن‌ها را در نمودارها و جدول‌ها سازماندهی می‌کنند و معیارهای گرایش به‌مرکز و پراکندگی را از طریق برنامه‌هایی که می‌نویسند، استخراج می‌کنند که این کار، تمثیلی از این پیوند است. درمورد مثلثات که تمرکز پژوهش بر آن بود، به‌کمک سه مسئله، امکان بالقوه این تلفیق با تفصیل بیشتری بحث شد که با جزئیات بیشتری معرفی می‌شوند.

تلفیق مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی با مثلثات

پس از بررسی محتوای مثلثات در کتاب درسی حسابان (۱) رشته فیزیک-ریاضی دوره دوم دبیرستان، معلمان در جلسه‌های گروه کانونی، دریافتند که معلمان ریاضی و دانش‌آموزان، اغلب از راهکارهایی استفاده می‌کنند که از جنس و مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی است. برای مثال، هنگام حل یک معادله مثلثاتی، ابتدا فرضیات مسئله را ارزیابی می‌کنند تا تعیین کنند آیا شرایط به‌کارگیری یک روش حل خاص برقرار است یا خیر که تفسیر آن، «مهارت استفاده از شرط‌ها» بیان شد. یا این‌که به‌گفتهٔ آنان، دانش‌آموزان هنگام استفاده از رویکرد حل انتخاب‌شده، تکنیک‌های محاسباتی مناسب و بسته‌های دانشِ مورد نیاز را برای بخش مشخصی از حل، فراخوانی و فعال می‌کنند که درواقع، همان «مهارت به‌کارگیری ماژول‌ها» است. اگر این اقدامات آن‌ها را به‌پاسخ درست یا مورد نظر نرساند، بازنگری می‌کنند و به‌عقب برگشته و مراحل انجام‌شده را ارزیابی می‌کنند تا اشتباه‌های رخ‌داده را شناسایی و اصلاح کنند که متناظر با مهارت «تحلیل خطا و اشکال‌زدایی» است. درنهایت، معلمان براین باور بودند که اکثر دانش‌آموزان، سعی

می‌کنند با رویکردی کل‌نگر و ایجاد تغییراتی مانند کاهش مراحل و جایگزینیِ زیرعملیات‌های طولانی با عملیات کوتاه‌تر، فرایند حل را بهینه کنند که این‌کار، به منزله «بهبود فرایند» است. در ادامه برای درک بهتر چگونگی تلفیق مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی با مثلثات، معلمان سه مسئله را از کتاب درسی حسابان (۱) رشته فیزیک-ریاضی انتخاب کردند و به تحلیل آن‌ها پرداختند.

مسئله ۱. با توجه به عبارت $\cos(۲x)-\frac{۷}{۲}\sin x=۰$، مساحت مثلث زیر را پیدا کنید:



تحلیل معلمان: برای حل مسئله ۱، لازم است که دانش‌آموزان در گام اول، ابتدا معادله مثلثاتی را حل کنند. سپس در گام دوم، پس از تعیین مقدار مجهول x، به محاسبه مساحت مثلث بپردازند. که نیازمند مهارت‌های جبری و هندسی است.

مسئله ۲. موقعیت زاویه $۱۳\frac{\pi}{۴}$ را روی دایره مثلثاتی تعیین کنید.

تحلیل معلمان: برای حل مسئله ۲، لازم است چندین شرط بررسی شود که همان مهارت «بررسی شرط‌ها» محسوب می‌شود که بدون در نظرگرفتن آن‌ها، تعیین موقعیت یک زاویه روی دایره مثلثاتی ممکن نیست. این بررسی‌ها، تمرینی غیرمستقیم برای ارتقای مهارت تعیین و به‌کارگیری شرط‌ها است که در تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی، به آن‌ها اشاره شده است. برای این مسئله، فهرست شرط‌ها بدین‌قرار است.

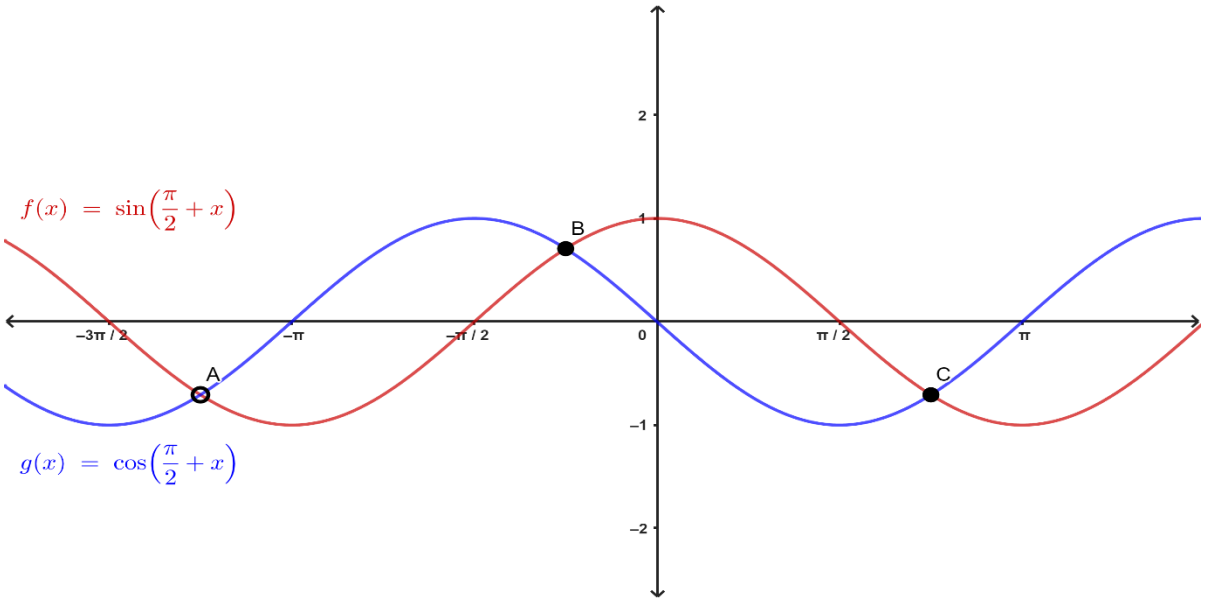
- آیا این کمان مثبت است یا منفی؟ (جهت چرخش روی دایره مثلثاتی، مهم است.)
- این کمان، از کدام‌یک از مضارب ۲π عبور می‌کند یا با آن برابر است؟ (انتهای کمان، درکدام ناحیه قراردارد؟)

- این کمان، از کدام‌یک از مضارب $\frac{\pi}{۲}$ عبور می‌کند یا با آن برابر است؟ (انتهای کمان درکدام ربع مثلثاتی است؟)
- این کمان، بین کدام زاویه‌های معروف/آشنا قرار می‌گیرد یا مساوی با آن‌هاست؟ (تعیین موقعیت دقیق انتهای کمان روی دایره).

علاوه بر این، در این مسئله به‌جای استفاده از یک زاویه و یک واحد اندازه‌گیری، دانش‌آموزان می‌توانند از چندین زاویه با واحدهای مختلف استفاده کنند و این حلقه یعنی یافتن موقعیت زاویه بر روی دایرهٔ واحد مثلثاتی، می‌تواند چندین‌دفعه تکرار شود که برای آموزش «مهارت استفاده از حلقه» در تفکرمحاسباتی، فرصت آموزشیِ مناسبی است.

مسئله ۳. معادله مثلثاتی $\sin(\frac{\pi}{۲}+x)-\cos(\frac{\pi}{۲}+x)=۰$ را به صورت هندسی در بازه $[-\pi,\pi]$ حل کنید.

تحلیل معلمان: تجربه آموزش مثلثات به‌معلمان نشان داده بود که برای حل مسئله ۳، دانش‌آموزان نیاز دارند ابتدا آن را به دو عبارت مثلثاتی برابر در دوسوی تساوی تجزیه کنند که هرکدام، می‌تواند به‌عنوان یک تابع رسم شود و این عمل، در زمرهٔ «مهارت تجزیه» قرارمی‌گیرد. برای مثال، شکل ۲ یک تجزیه درست را برای این معادله نشان می‌دهد.



شکل ۲: انتخاب تجزیه مناسب در حل یک معادله مثلثاتی با روش هندسی (تجزیه) (مسئله ۳)

این مسئله به‌دلیل آنچه که بیان شد، مهارت تجزیه در تفکرمحاسباتی را تقویت می‌کند. اشتباه و خطا در این مرحله، ممکن است دانش‌آموز را درجهت اشتباه تا انتهای محاسبه پیش ببرد. به‌نظر معلمان، دانش‌آموزان می‌توانند در گروه‌های کوچک مشارکتی، به‌عنوان ماژول‌های مستقل اما هماهنگ با دیگر ماژول‌ها، عمل کنند. بدین‌صورت، هر ماژول نقش خاص خود را انجام می‌دهد و موقعی که زمان فراخوانی و فعال‌کردن ماژول مربوطه فرا می‌رسد و گروه وارد فرآیند حل مسئله می‌شود، هرگروه/ماژول، تکلیف خود را کامل می‌کند، خارج می‌شود و کار را به ماژول بعدی می‌سپارد و این روند، به آن‌ها کمک می‌کند تا مهارت «ماژول‌سازی» خود را ارتقا دهند. دراین بین، معلم می‌تواند نقش «مدیر ماژول» را که هماهنگ‌کننده و تسهیل‌کنندهٔ ارتباط بین ماژول‌ها است، ایفا کند. مدیر با کنترلی که می‌کند، متوجه خطایی در فرآیند حل مسئله می‌شود و به هر ماژول اعلام می‌کند تا عملیات انجام‌شده در گروه خود را بررسی کنند و خطای احتمالی را اشکال‌زدایی کنند. بدین‌ترتیب، دانش‌آموزان برای کسب مهارت «تحلیل خطا و اشکال‌زدایی درون هر ماژول»، تمرین می‌کنند. معلمان می‌توانند فرآیند اشکال‌زدایی را ازبیرون هم مدیریت کنند که همان «تحلیل خطا و اشکال‌زدایی از بیرون و به صورت سراسری» است. افزون براین، باتوجه به‌این‌که سطح توانایی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموزان در گروه‌های مختلف یکسان نیست، معلمان می‌توانند پویایی سیستم را افزایش دهند، عملکرد را بهبود ببخشند، سرعت عملیات را با راهنمایی‌های خود افزایش دهند و خطاها را با بازآرایی دانش‌آموزان و بازچینش آن‌ها در گروه‌هایی که در عملیاتی خاص تخصص بیشتری دارند، کاهش دهند تا بدین‌شکل، مهارت‌های «بهبود فرایند و روان‌سازی، بهینه‌سازی و تفکر سیستمی» را که در تفکرمحاسباتی مهم است، ارتقا دهند. علاوه براین، وقتی یک عملیات خاص می‌تواند با روش‌های مختلف انجام شود، معلمان به یک ماژول (یک گروه با مسئولیت مشخص) پیشنهاد می‌دهند که از روش‌های کوتاه‌تر با عملیات کمتر استفاده کنند یا آن‌ها را با یک معادله هم‌ارز جایگزین کنند. درنتیجه با تکرار مراحل حل مسئله، ماژول‌های مرتبط با توصیه معلمان وارد می‌شوند و روش قبلی را جایگزین می‌کنند و فرآیند حل مسئله را کارآمدتر می‌کنند تا مهارت «بهبود فرایند» خود را ارتقا دهند. برای نمونه در مسئله ۳، معلمان می‌توانند پیشنهاد استفاده از یک اتحاد مثلثاتی متفاوت را به‌جای اتحاد مثلثاتی قبلی بدهند، یا هنگام حل یک معادله درجه‌دوم، ابتدا بررسی کنند که آیا این معادله می‌تواند از روش‌های کوتاه‌تر و سریع‌تر مانند روش تجزیه و فاکتورگیری به جای روش دلتا حل شود یا خیر؟

بحث و نتیجه‌گیری

از یافته‌های این مطالعه، نتیجه‌گیری می‌شود که درحال حاضر، می‌توان از راه‌حل‌های کوچک‌تر و حداقلی کمک گرفت و به‌تدریج، ظرفیت‌های بیشتری را برای تلفیق آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی با درس‌های ریاضی و سایر درس‌های بالقوه

مستعد برای این پیوند، ایجاد کرد. این روند به‌معنای این است که با امکانات زیرساختی محدود هم، آموزش مهارت‌های این دو نوع تفکر باوجود کمبود منابع دیجیتال، سخت ولی امکان‌پذیر است.

هدف این پژوهش، بررسی امکان آموزش مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی ازطریق آموزش عمومی و برنامه درسی موجود در ایران بود. از بین درس‌های مدرسه‌ای، ریاضی ظرفیت مناسبی است و موضوع‌های ریاضی مانند مثلثات که ماهیت تلفیقی دارند و ازنظر فرهنگی و تاریخی نیز علاقه‌مندی به‌آن در ایران زیاد است، برای این آموزش مستعدتر هستند.

لازم به یادآوری است که وزارت آموزش و پرورش برای ارتقای آموزش تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی، پس از بررسی برنامه‌های ضمن خدمت و توسعه حرفه‌ای معلمان، طرح سواد دیجیتال را توسط معاونت ابتدایی وزارت آموزش و پرورش با هدف آموزش برنامه‌نویسی و سواد دیجیتال برای معلمان و دانش‌آموزان دوره ابتدایی و جبران کمبودهای برنامه درسی در پنج حوزه اصلی تفکرمحاسباتی، سواد دیجیتال، شبکه‌های ارتباطی و طراحی سیستم و امنیت سایبری در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ طراحی و با حدود ۲۰،۰۰۰ معلم ابتدایی، آن را اجرا نمود. در حوزه‌های تفکرمحاسباتی، تمرکز این برنامه بر آموزش: مدل‌سازی و شبیه‌سازی، تحلیل داده، تجسم، تجزیه، الگوریتم‌ها و برنامه‌نویسی بود و وب‌سایت این طرح همچنان فعال است. درحالی که هنوز ارزیابی ملی از اجرای این برنامه و تعیین موفقیت آن در دستیابی به اهدافش، اجرا نشده است و تنها یک ارزیابی محدود در سطح پایان‌نامه کارشناسی ارشد و برای منطقه‌ای خاص، انجام‌شده است (معتمدی و مرادی، ۱۴۰۴) که تأثیر این طرح را بر بهبود مهارت‌های تفکرمحاسباتی دانش‌آموزان ابتدایی، مثبت ارزیابی کرده است. نقد معلمان بر برنامه این بود که باوجود نقاط مثبتی که دیده شده، به‌نظر می‌رسد که طرح سواد دیجیتال، برای تلفیق مهارت‌های تفکرمحاسباتی و تفکر الگوریتمی در آموزش عمومی ایران، کافی نیست. بدین‌جهت می‌توان از نتایج این مطالعه، برای بهبود و توسعهٔ آموزش‌های معلمان در آموزش عمومی، بهره برد.

References

Al Khwarizmi, Mohammad ibn Musa. (?). Kitab al Jabr wa-l-Muqabala: Foundational Text on Algebra and Solving Equations. Translated by H. Khadivjam. Etelaat ublisher. [In Persian]

Al Sijzi, A. A. (979-981). *Treatise on Geometrical Problem Solving*. Translated by M. Bagheri into Farsi (1996) and into English by J. Hogendijk. (1996). [In Persian]

Allameh, M. & Gooya, Z. (2014). Students' Misconceptions of Trigonometric Concepts. *Roshd; Mathematics Education Journal*. Teaching Aids Publication Office. Organization of Research & Educational Planning. Ministry of Education. [In Persian]

Amiri, H. R. et al. (2024, 8th edition). Calculus (1). 11214. Grade 11, Mathematics & Physics Major. Organization for Research & Educational Planning. Ministry of Education. [In Persian]

Berggern, J. L. (1986). Episodes in the Mathematics of Medieval Islam. 1st edition. Springer Verlag.

Berggren, J. L. (1990). Proof, pedagogy, and the practice of mathematics in Medieval Islam. Interchange. 21(1), 36–48.

Būzhjānī, A. W. M. b. M. (n.d.). Iranian geometry: Application of geometry in practice (S. A. Jazbi, Trans. & Suppl.; 1st ed., 1990). Soroush Publications. (1st Edition.) [In Persian]

Bocconi, S., Augusto, C., Giuliana, D., Anusca, F. & Katja, E. (2016). Developing computational thinking in compulsory education—Implications for policy and practice. European Commission, Joint Research Centre.

Brennan, K. & Resnick, M. (2012). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking.

Disessa, A. (2018). Computational literacy and "the big picture" concerning computers in mathematics education. Mathematical Thinking and Learning, 20(1), 3–31. https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1403544.

Edalat, A. (2001). Tradition of Islamic Mathematics Research in Iran. A Glimpse of Edalat's Speech at the Opening of the 34th Iranian Mathematics Conference. *Roshd; Mathematics Education Journal*. Teaching Aids Publication Office. Organization of Research & Educational Planning. Ministry of Education. [In Persian]

Document of the National Curriculum. (Last Edition, 2021). Ministry of Education. The Author.

European Commission Joint Research Centre. (2022). Reviewing computational thinking in compulsory education: State of play and practices from computing education. Publications Office. https://data.europa.eu/doi/10.2760/126955.

Farshad, M. (1987). History of Science in Iran. Amirkabir Publication. [In Persian]

Gadanidis, G., Silva, R., Hughes, J., Floyd, S. & Namukas, I. (2022). Computational literacy & mathematics education. Revista Internacional de Pesquisa Em Educação Matemática, 12(1), 1–23. https://doi.org/10.37001/ripem.v12i4.3144.

Gooya, Z. (2011, November 12). A historical/cultural perspective on mathematics education in Iran [Conference presentation]. Iran's Association for the Promotion of Science, Malek National Library and Museum, Tehran, Iran. [In Persian]

Gooya, Z. (2022). Living experiences of a mathematics curriculum expert in integrating theory and practice in the aftermath of COVID-19 pandemic and post-Corona era. Journal of Curriculum Studies, 17 (64), 57–94. [In Persian]

Hickmott, D., Prieto-Rodriguez, E. & Holmes, K. (2018). A scoping review of studies on computational thinking in K–12 mathematics classrooms. Digital Experiences in Mathematics Education, 4(1), 1–22.

Humble, N. (2021). The development of computational thinking concepts in course participants' programming solutions.

Kadijevich, D. M., Stephens, M., & Rafiepour, A. (2023). Emergence of computational/algorithmic thinking and its impact on the mathematics curriculum. In Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), Mathematics curriculum reforms around the world: The 24th ICMI study (pp. 375–388). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_23.

Khawarazmi, Mohammad ibn Mousa. Algabr val Moghabeleh. Translated by Hosein Khadiv Jam. (1984). Etelaat Publisher. [In Persian]

Lee, I., Martin, F., Denner, J., Coulter, B., Allan, W., Erickson, J., Malyn-Smith, J., & Werner, L. (2011). Computational thinking for youth in practice. ACM Inroads, 2(1), 32–37.

Lockwood, E. & De Chenne, A. (2020). Enriching students' combinatorial reasoning through the use of loops and conditional statements in Python. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 6(1), 1–21. https://doi.org/10.1007/s40753-019-00108-2

Lockwood, J., & Mooney, A. (2018). Computational thinking in secondary education: Where does it fit? A systematic literary review. International Journal of Computer Science Education in Schools, 2(1), 41–60. https://doi.org/10.21585/ijcses.v2i1.26

Lueng, F. (2008). Chinese Culture, Islamic Culture, and Mathematics Education. In P. Clarkson and N. Presmeg (Eds.). Critical Issues in Mathematics Education. 135- 147. @ _Springer Science + Business Media, LLC 2008.

Motamedi Lassh Nashi, Z. and Moradi, R. (2025). Investigating the Impact of the Ministry of Education's Digital Competency Plan for Teachers on the Attitude and Learning of Digital Literacy Skills of Sixth Grade Elementary School Students. *Teacher Professional Development*, *10*(3), 71-92. Doi:10.48310/tpd.2025.17530.1774. [In Persian]

Papert, S.A. (1993). Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas (2nd ed.). Basic Books.

PBS Home Video. (2000). *Islam: Empire of Faith*. The Author.

Radjabalipour, M. & Fadaiee, M. R. (1997*). A Book Review & Critique According to the Tradition of Islamic Mathematicians*. Culture & Ideas of Mathematics. 16 (2), pp 9-22. Iranian Mathematical Society. [In Persian]

Rafiepour, A., & Farsani, D. (2021). Cultural historical analysis of Iranian school mathematics curriculum: The role of computational thinking. Journal on Mathematics Education, 12(3), Article 3.

Rezaie, M. (2014). An historical study of high school mathematics textbooks since the establishment of the formal education system in Iran. *Biquarterly Journal of Theory & Practice in Curriculum*. 2(3), 71–92. Khwarizmi University & Curriculum Studies Association. [In Persian]

Román-González M., Moreno-León, J. & Robles G. (2017). Complementary tools for computational thinking assessment.

Scantamburlo T. (2014). Philosophical aspects in pattern recognition research [Doctoral thesis]. Università Ca’ Foscari Venezia.

Shahriari, P. (1998 a). The Destini of Mathematics Mohajer Publisher. 1st Edition. [In Persian]

Shahriari, P. (1998 b). Ghias Eddin Jamshid Kashani: An Iranian Mathematician. Iran Fanni Publisher. [In Persian]

Shahriari, P. (2006). A Glimpse at the History of Mathematics in Iran. Scientific & Cultural Publishing Company. 1st Edition. [In Persian]

Shahriari, P. (2008). Unpublished Interview of Zahra Gooya with Parviz Shahriari, about the Tradition of Mathematics Education in the Golden Era of Mathematics in Iran. [In Persian]

Shute V.J., Sun C., & Asbell-Clarke J. (2017). Demystifying computational thinking. Educational Research Review, 22(142–158).

Stephens M., & Buteau C. (2023). Introduction to the special issue on “Computational thinking and mathematics teaching and learning”. Journal of Pedagogical Research, 7(2), 1–4. https://doi.org/10. 33902/JPR. 202313362

Tabesh Y. (2017). Computational thinking: A 21st-century skill. Olympiads in Informatics, 11(2), 65–70.

Tabesh Y., Zarkesh S., Zarkesh A., & Fazilova, I. (2019). Computational thinking in K-12: Azerbaijan’s experience. Olympiads in Informatics, 13(217–224). https://doi.org/10. 15388/ioi .2019.15.

Takmil Homayoun, N. (2005) *University of Gondishapour*. *What Do we Know about Iran Series*. 60. Cultural Research Office. Tehran [In Persian]

van Borkulo S., Chytas C., Drijvers P., Barendsen E., Tolboom J., Berges M., Muhling A., & Armoni M. (2021). Computational thinking in the mathematics classroom: Fostering algorithmic thinking and generalization skills using dynamic mathematics software. The 16th Workshop in Primary and Secondary Computing Education (WiPSCE ’21), October 18–20.

Voogt J., Fisser P., Good J., Mishra P., & Yadav A. (2015). Computational thinking in compulsory education: Towards an agenda for research and practice. Education and Information Technologies,20(4),715–728.

Weber K. (2005). Students’ understanding of trigonometric functions. Mathematics Education Research Journal, 17(91–112).

Weintrop D., Beheshti E., Horn M., Orton K., Jona K., Trouille L. & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. Journal of Science Education and Technology, 25(127–147).