Journal of Theory & Practice in Curriculum

I.C.S.A. Iranian Curriculum Studies Association

ISSN : 2345-4938
eISSN :2345-4938
Vol.26 (13); 2026
P: 255-294
https://www.jcstpicsa.ir

The Impact of Multiple-Solution Approach in Solving Open-Response Mathematical Modeling Problems on Student Performance and Interest

Masoume Gholami *, Nsaim Asghary **, Leila Golshani***

* Ph.D student at Islamic Azad University, Centeral Tehran Branch, Faculty of Mathematics &Computer Science,Tehran. Iran. email: hastigholami1980@gmail.com
** Associate Professor at Islamic Azad University, Centeral Tehran Branch, Faculty of Mathematics &Computer Science,, Tehran, Iran.(Corresponding Author). email: nasim.asghary@gmail.com
*** Assistant Professor at Islamic Azad University, Centeral Tehran Branch, Faculty of Mathematics &Computer Science. Tehran. Iran, email: leila_golshani@yahoo.com

Article Info Abstract

Article type:
Research Article

Key words:
improvement, mathematical interest, mathematical modelling problems, multiple solutions

Article history:
Received :07 Dec 2025
Accepted : 15 April 2026

One of the fundamental challenges in mathematics education is the simultaneous improvement of students' performance and interest. Instructional approaches that employ multiple solution strategies in mathematical modeling tasks can contribute to knowledge construction; however, their motivational benefits have not yet been fully clarified. This study addresses this gap by examining the effect of an instructional intervention aimed at enhancing students' interest and mathematical performance.The research employed an explanatory mixed-methods design, in which the quantitative phase was conducted using a quasi-experimental approach and the qualitative phase was carried out as a case study. The instruments for measuring performance included seven researcher-made tests, while students' interest was measured through a questionnaire and interviews. In this study, 76 students participated in the experimental group and 93 ninth-grade female students in the control group from two public schools in District 3 of Tehran. The instructional intervention was implemented in seven sessions, focusing on the development of multiple solution strategies for open-ended mathematical modeling problems in small groups.Mathematical performance was assessed using modeling tests whose validity was confirmed by experts and whose reliability was verified through Cronbach's alpha coefficient. For evaluating performance data, the scoring rubric developed by Loding and Zhu (2008) was used to compare results with the control group. Students' interest was measured using a Likert-scale questionnaire, and the Friedman test was applied to analyze the related data.The results of data analysis showed that both students' interest and mathematical performance in the experimental group increased significantly. Qualitative findings obtained from semi-structured interviews also supported these results. Students identified collaborative problem solving and the opportunity to explore multiple solution strategies as key factors that enhanced their engagement and sense of success.

Cite this Article:

holami,M. , Asghary,N. and Golshani,L. (2026). The Impact of Multiple-Solution Approach in Solving Open-Response Mathematical Modeling Problems on Student Performance and Interest. (e242353). Theory and Practice in the Curriculum, 255-294. 13 (26), , e242353 doi: 10.22034/cstp.2026.564903.1131

© 2016 by Iranian Curriculum Association Press Publisher: Iranian Curriculum Association Press

Extended Abstract

Introduction:

One of the fundamental challenges in mathematics education is designing programs that can simultaneously improve students' academic performance and their interest in mathematics. Recent research has shown that using modeling tasks and encouraging students to generate multiple solution strategies can deepen conceptual understanding and foster flexible thinking; however, the motivational outcomes of such interventions have not yet been fully clarified. The present study aimed to investigate the effect of an instructional intervention based on developing multiple solution strategies for open-response mathematical modeling tasks on the interest and mathematical performance of ninth-grade students.

Methodology:

This study was designed using an explanatory mixed-methods approach, meaning that quantitative data were first collected and analyzed, and qualitative data were then used to provide a deeper interpretation of the findings. The quantitative phase employed a quasi-experimental design with a pretest–posttest and control group. The statistical population consisted of ninth-grade female students from two public schools in District 3 of Tehran. In total, 76 students participated in the experimental group and 93 students in the control group. The instructional intervention was implemented over seven separate sessions, during which students, working in small groups, engaged in solving open-response mathematical modeling problems and were encouraged to generate and compare multiple solution strategies for each task.

To assess mathematical performance, seven researcher-made tests based on modeling problems were developed. The content validity of these tests was confirmed by experts in curriculum studies and mathematics education, and their reliability was verified using Cronbach's alpha coefficient. To compare mathematics performance, a scoring scheme based on the grading framework of Loding and Zhu (2008) was applied to both the experimental and control groups. To measure interest, a Likert-scale questionnaire was administered only to the experimental group, covering various dimensions such as enjoyment of mathematical activities, perceived value, and intention to continue learning. Data on interest were collected at different stages of the intervention and analyzed using the Friedman test, and the trend of improvement in interest over the course of the program was examined using statistical data. The qualitative phase of the study followed a case study design; data were collected through semi-structured interviews with a sample of students from the experimental group and analyzed using qualitative content analysis.

Findings:

The quantitative findings indicated that participation in the instructional intervention led to a significant increase in mathematical modeling performance and interest in mathematics in the experimental group compared to the control group. Specifically, the mean performance scores of

students in the experimental group increased significantly from pretest to posttest. In addition, the level of interest in the experimental group changed in a positive direction according to the statistical results, and the Friedman test showed a significant difference between measurement stages, indicating an improving trend in students' interest over time. The qualitative findings were consistent with the quantitative results: students reported in the interviews that collaborative problem solving, the opportunity to explore diverse solution strategies, and the connection of tasks to real-life situations were among the main factors enhancing their engagement, motivation, and sense of success.

Conclusion:

These findings suggest that designing and implementing instructional interventions based on modeling tasks and multiple solution strategies can be an effective approach to simultaneously improving the performance and interest of female students in mathematics at the lower secondary level. Accordingly, it is recommended that mathematics teachers systematically incorporate open-response modeling tasks into their instructional planning and provide opportunities for discussion and comparison of different solution strategies in the classroom. Such an approach can contribute to deeper understanding, higher engagement, and more positive attitudes toward mathematics among students.

Keywords: improvement, mathematical interest, mathematical modelling problems, multiple solutions

ISSN :2345-4938
eISSN: 2783-0640

سال سیزدهم، شمارهٔ ۲۶ پاییز و زمستان ۱۴۰۴

۲۵۵-۲۹۴

https://www.jcstpicsa.ir

نظریه و عمل در برنامه درسی

انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

تأثیر رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در حل مسائل مدل‌سازی ریاضی از نوع باز پاسخ بر عملکرد و علاقه دانش‌آموزان

معصومه غلامی *، نسیم اصغری**، لیلا گلشنی***

* دانشجوی دکترا، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه ،واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه : hastigholami1980@gmail.com

** دانشیار گروه ریاضی، واحدتهران مرکزی ، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول). رایانامه: nasim.asghary@gmail.com

***استادیار گروه ریاضی، واحدتهران مرکزی ، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه:leila_golshani@yahoo.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
علمی-پژوهشی

واژگان کلیدی:

عملکرد ریاضی، علاقه ریاضی، مسائل مدلسازی ریاضی، راه‌حل‌های چندگانه

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۱۶

تاریخ پذیرش:۱۴۰۵/۰۱/۲۶

چکیده

یکی از چالش‌های اساسی در آموزش ریاضیات، بهبود همزمان عملکرد و علاقه دانش‌آموزان است. آموزش‌هایی که از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی استفاده می‌کنند می‌توانند به ایجاد دانش کمک کنند، اما مزایای انگیزشی آن‌ها به طور کامل روشن نشده است. این پژوهش با هدف بررسی تأثیر یک مداخله آموزشی برای تقویت علاقه و عملکرد ریاضی دانش‌آموزان به این شکاف می‌پردازد. روش پژوهش از نوع ترکیبی تبیینی بود؛ به‌طوری‌که بخش کمی آن به صورت نیمه‌آزمایشی و بخش کیفی آن به صورت مطالعه موردی انجام شد. ابزار سنجش عملکرد شامل ۷ آزمون محقق‌ساخته و ابزار سنجش علاقه شامل پرسشنامه و مصاحبه بود. در این پژوهش ۷۶ دانش‌آموز در گروه آزمایش و ۹۳ دانش‌آموز دختر پایه نهم در گروه کنترل از دو مدرسه دولتی منطقه ۳ تهران شرکت داشتند. مداخله آموزشی در قالب هفت جلسه و با تمرکز بر توسعه راه‌حل‌های چندگانه برای مسائل مدل‌سازی بازپاسخ ریاضی در گروه‌های کوچک اجرا شد. برای سنجش عملکرد از آزمون‌های مدل‌سازی استفاده شد که روایی آن‌ها با نظر خبرگان و پایایی آن‌ها با ضریب آلفای کرونباخ تأیید شد. برای سنجش داده‌های عملکرد از جدول سطح‌بندی لودینگ و زو (۲۰۰۸)، جهت نمره دهی در مقایسه با گروه کنترل و برای سنجش علاقه از پرسشنامه در مقیاس لیکرت و برای تحلیل داده‌های آن، آزمون فریدمن به کار رفت.نتایج تحلیل داده‌ها نشان داد که علاقه و عملکرد ریاضی در گروه آزمایش افزایش معناداری داشته است. یافته‌های کیفی حاصل از مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته نیز این نتایج را تأیید کرد و دانش‌آموزان حل مسئله مشارکتی و امکان کاوش راه‌حل‌های چندگانه را از عوامل اصلی افزایش تعامل و موفقیت خود دانستند .

استناد به این مقاله:

غلامی,معصومه , اصغری,نسیم و گلشنی,لیلا . (۱۴۰۵). تأثیر رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در حل مسائل مدل‌سازی ریاضی از نوع باز پاسخ بر عملکرد و علاقه دانش‌آموزان .(e242353) .نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲۹۴-۲۵۵، ۱۳ (۲۶),

e242353 doi: 10.22034/cstp.2026.564903.1131

© انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

ناشر: انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مقدمه

در آموزش ریاضیات در طول چند دهه گذشته درخواست زیادی برای حل مسائل مدل‌سازی در کلاس‌های درس وجود داشته است (بلوم۱ و همکاران، ۲۰۰۷؛ بلوم و نیس۲ ، ۱۹۹۱؛ گریر۳ و همکاران، ۲۰۰۲۰). یک ارزیابی جامع از اثربخشی آموزشی مستلزم بررسی عوامل غیرشناختی است، زیرا حالت‌های انگیزشی درونی، محرک‌های اساسی یادگیری هستند. متغیرهای عاطفی، به ویژه علاقه، تلاش ذاتی و مشارکت پایدار را تشویق می‌کنند. علاقه، به عنوان یک سازه عاطفی، بر ارزیابی وظایف و مشارکت پایدار حاکم است. نکته مهم این است که این نیروهای درونی به عنوان واسطه‌های قدرتمند دو طرفه موفقیت تحصیلی عمل می‌کنند: افزایش عملکرد می‌تواند علاقه را افزایش دهد و افزایش متقابل علاقه می‌تواند سطوح بالاتر عملکرد را حفظ کند (پکران۴، ۲۰۰۶). علایق تحصیلی اغلب به عنوان عوامل انگیزشی درونی، تعیین کننده‌ی پیشرفت تحصیلی یادگیرنده در قلمرویی خاص در نظر گرفته می‌شوند. علاقه‌ی فردی به عنوان یک حالت روانی و به عنوان استعدادی نسبتاً پایدار برای درگیر شدن در محتوای موضوعی خاص، مورد بحث قرار می‌گیرد (گارنر۵ و همکاران، ۱۹۹۱).

یادگیری همیشه با احساسات و فرآیندهای انگیزشی، ارادی و سایر فرآیندهای عاطفی همراه است که - در نگاه اول - ارتباط چندانی با ساخت ساختارهای دانش و پیشرفت دانش‌آموزان ندارد. شاید به همین دلیل باشد که تحقیقات در آموزش و پرورش تا دهه ۱۹۷۰ به وضوح بر محتوا متمرکز بود (اسکایجلو۶ و همکاران، ۲۰۱۲). تعدادی از کار در حوزه عاطفی به نگرش‌های منتخب نسبت به ریاضیات و اضطراب عاطفی می‌پردازد. تحقیقات مک‌لئود۷ (۱۹۹۲) که خواستار پیوند قوی‌تر بین مطالعات در زمینه عاطفی و تحقیق در آموزش و شناخت بود، می‌تواند نقطه عطفی در آموزش ریاضیات باشد می‌توان گفت هنوز تحقیقات کافی در مورد احساسات دانش‌آموزان وجود ندارد.

طبق گفته‌ی اسکایجلوو کراگ۸(۲۰۱۴)، تشویق وترغیب دانش‌آموزان به توسعه راه‌حل‌های چندگانه برای مسائل مدل‌سازی، شیوه مهمی برای بهبود دانش ریاضی دانش‌آموزان است. در این تحقیق به بررسی اثربخشی استفاده از روش تدریس راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی بر روی توسعه‌ی علاقه دانش‌آموزان پرداخته می‌شود. تشویق به ساخت راه‌حل‌های چندگانه در اصول

---

1 Blum

2 Niss

3 Greer

4 Pekrun

5 Garner

6 Schukajlow

7 McLeod

8 Krug

و استانداردهای ریاضیات مدرسه تاکید شده است. در این راستا، شورای ملی معلمان ریاضی۹ (۲۰۰۰)، بررسی اثرات راه‌حل‌های چندگانه بر یادگیری دانش‌آموزان را هدف مهمی برای پژوهش در زمینه آموزش ریاضی قلمداد می‌کند. توسعه راه حل‌های چندگانه، خلاقیت و علاقه دانش‌آموزان را بهبود بخشیده، و دانش ریاضی را تقویت می‌کند (لواو- واینبرگ و لیکین۱۰، ۲۰۱۲).

از طرف دیگر، در عصرحاضر دیگر نیازی به اذعان اهمیت کار گروهی دانش‌آموزان در محیط کلاس درس و ساخت دانش از طریق ساخت‌وسازگرایی توسط خود دانش آموز نیست چرا که اهمیت این امر بر کسی پوشیده نیست. طبق نظر اسکایجلو و همکاران(۲۰۱۲)، که تحقیق آن‌ها بر توسعه محیط‌های یادگیری ساخت‌وسازگرا، آموزش حمایتی و بهبود خودباوری و بنا نهاده شده بود، یادگیرندگان مسئولیت فرآیندهای یادگیری خود را بر عهده می‌گیرند. از وظایف مهم معلم که در محیط‌های یادگیری ساخت‌وسازگرا به آن تاکید شده است، می‌توان حمایت از یادگیری مستقل محور دانش‌آموزان به صورت ساخت و سازگرایی وترویج توسعه مستقل ساختارهای دانش را نام برد.

چالش موجود در آموزش ریاضیات، استفاده هم زمان از ترکیب موارد مذکور با هم می‌تواند به برخی نیازهای امروز در زمینه آموزش و یادگیری دانش‌آموزان، پاسخگو باشد. از این رو، در این پژوهش به بررسی چگونگی کار دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک همکاری و ارائه راه‌حل‌های چندگانه ، در هنگام کار بر روی مسائل مدل‌سازی ریاضی و تاثیر آن بر علاقه دانش‌آموزان پرداخته می‌شود. با وجود اهمیت رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در سند برنامه درسی کشور ایران، با توجه به اینکه در کتاب‌های درسی از راه حل‌های چندگانه و نیز سوالات مدل‌سازی شده ریاضی استفاده شده است، مطالعه حاضر بر روی دانش‌آموزان دختر پایه نهم، سعی بر آن داشت که ظرفیت بکارگیری همزمان از روش تدریس راه حل‌های چندگانه را در مسائل مدل‌سازی شده ریاضی، در محیط تعاملی کار در گروه‌های کوچک همکاری و کاربرد آنها را برای بهبود عملکرد و علاقه ریاضی دانش‌آموزان مورد بررسی قرار. این تحقیق به بررسی اینکه آموزش مدل حل مسائل مدل‌سازی شده، در چنین محیطی، می‌تواند موجب تقویت یادگیری و در نتیجه علاقه آنان شود، می‌پردازد.

بنابراین در این تحقیق به بررسی سوالات زیر پرداخته شده است:

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر پیشرفت عملکرد دانش-آموزان دارد؟

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر علاقه دانش‌آموزان دارد؟

ادبیات و پیشینه و ضرورت انجام تحقیق

برای تهیه و تدوین برنامه‌های شروع تحقیق ابتدا به مطالعه تحقیقات داخلی و خارجی بسیاری پرداخته شد که بدلیل محدودیت مقاله فقط به عنوان‌های برخی مقالات اشاره می‌شود:

9 NCTM

10 Levav-Waynberg-Leikin

-آیا راه‌حل‌های چندگانه اهمیت دارند؟ تشویق به استفاده از راه‌حل‌های چندگانه، علاقه، شایستگی، و استقلال/ استانیسلو اسکایجلو و آندره کروگ/ دانشگاه مونستر

- پروژه تحقیقاتی MultiMa استانیسلو اسکایجلو و آندره کروگ/ دانشگاه مونستر

- راه‌حل‌های چندگانه و مدل‌سازی استانیسلو اسکایجلو و آندره کروگ/ دانشگاه مونستر

- علاقه و دستاورد دانش آموز/ مسائل تکاملی برخاسته از مطالعه موردی/ کی. ان رنینگر/ کالج/ سوارتمور، سوارتمور، پنسیلوانیا/ سوزان‌هایدی/ مؤسسه انتاریو، انجام مطالعات آموزشی در دانشگاه تورنتو، تورنتو، کانادا

- علاقه اولیه به ریاضی و توسعه مهارت‌های ریاضی/ پیگ اچ. فیشر/ دانشگاه استن‌هال/ جنیفر دابسمش/ دانشگاه پوردو/ گرتا ال.دکتروف/ دانشگاه یشیوا/ دیوید اچ آرنولد/ دانشگاه ماساچوست در امهرست

- توجه به راه‌حل‌های چند گانه برای مسائل مدل سازی – طراحی و نتایج اولیه از پروژه مجموعه عملیات ریاضی مولفین : استانیسلاو اسکایجلو و اندره کروگ

- تأثیر آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی بر تجربه‌های شوقِ دانش‌آموزان زکیه پرهیزگار

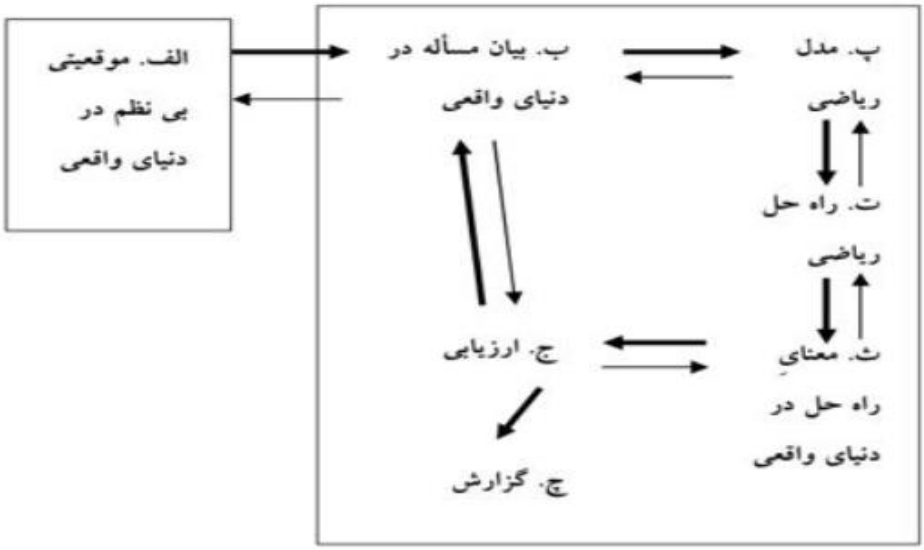
- تدریس، با تأکید بر راه‌حل‌های چندگانه: گامی به‌سمت تقویت استدلال ریاضی / زهرا رحیمی

تعدادزیادی مقاله مورد مطالع قرار گرفت که در فهرست منابع ذکر شده است. پس از مطالعه و بررسی تصمیم بر آن شد که برای این تحقیق از ترکیب رویکرد راه حل‌های چندگانهدر مسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ، در تعاملات اجتماعی در گروه‌های کوچک همکاری بین دختران پایه نهم شهر تهران در منطقه سه، کورد بررسی و تفحص قرار گیرد. و اما چرا این موضوع برای این تحقیق انتخاب شد؟ در زیر به معرفی مقوله‌های مورد بررسی پرداخته می‌شود.

مسائل مدل‌سازی و راه حل‌های چندگانه

یکی از مدل‌های فرآیندی برای توصیف فعالیت‌های مدل‌سازی، چرخه مدل‌سازی است که توسط بلوم و لایس[11] (۲۰۰۷) پیشنهاد شده است (شکل ۱) که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است. در یک شکل ایده آل، فرآیند راه‌حل برای یک مسئله مدل سازی را می‌توان با یک توالی هفت مرحله ای از فعالیت‌ها مشخص کرد:

11 Leiss



شکل ۱ نقشه فرایند مدل‌سازی بلوم و نیس ۲۰۰۷

(۱) درک مسئله و ساخت یک "مدل موقعیت فردی ".

(۲) ساده سازی و ساختار مدل موقعیت و در نتیجه ساختن یک "مدل واقعی".

(۳) ریاضی کردن، یعنی تبدیل مدل واقعی به یک مدل ریاضی.

(۴) استفاده از روش‌های ریاضی به منظور به دست آوردن نتیجه.

(۵) تفسیر این نتیجه ریاضی با توجه به واقعیت و در نتیجه رسیدن به یک نتیجه واقعی.

(۶) تأیید این نتیجه با اشاره به وضعیت اصلی؛ اگر نتیجه رضایت بخش نباشد، فرآیند ممکن است دوباره با مرحله ۲ شروع شود.

(۷) تشریح کل فرآیند راه‌حل.

در این مطالعه، از این توالی برای آموزش حل مسائل مدل‌سازی به گروه آزمایش استفاده شد. اگرچه این مسائل مدل‌سازی در کتاب ریاضی پایه نهم ذکر شده‌اند، اما روش‌های حل آنها با استفاده از رویکردهای آموزشی مدرن ارائه نشده است. به طور خاص، این توالی هفت مرحله‌ای منحصراً توسط گروه آزمایش مورد استفاده قرار گرفت، در حالی که گروه کنترل با استفاده از روش‌های سنتی معلم‌محور به این مسائل پرداختند.

موضوع جالب توجه اشاره شده در تحقیقات قبلی، رویکرد آموزشی استفاده شده ای که دانش‌آموزان را برای ساخت راه حل‌های چندگانه در کلاس درس برمی‌انگیزاند، شامل بحث درباره روش‌های راه حل مختلف برای پرداختن به مسائل چالش‌برانگیز در کلاس

درس (بکر۱۲ و شیمادا۱۳، ۱۹۹۷) و یا پیاده‌سازی مسائلی است که محدوده راه حل‌های قابل قبولی – به نام مسائل باز یا پاسخ باز در ریاضیات مدرسه دارند (استیسی۱۴، ۱۹۹۵). از این رو در این تحقیق ازمسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ جهت استفاده از راه حل‌های چندگانه در محیط کلاس درس استفاده شد.

یک تحقیق در سال ۲۰۲۳ توسط اسکایجلو و و همکاران صورت گرفت، تحت عنوان مساله‌های مدل‌سازی باز: (موانع شناختی و دستورات آموزشی) که در آن بیان شده است: مسائل مدل سازی ریاضی باز که می‌توانند با چندین روش حل شوند و نتایج ممکن متعددی داشته باشند، بخش مهمی از برنامه درسی مدارس در ریاضیات و علوم هستند. حل مسائل مدل سازی باز در مدرسه می‌تواند دانش‌آموزان را آماده کند تا دانش ریاضی خود را در زندگی فعلی و آینده خود به کار گیرند. یکی از ویژگی‌های این مسائل این است که اطلاعاتی که برای حل مسائل ضروری هستند، از دست رفته است یا مسائل داده اضافه دارند و هر کس میتواند پاسخی به آن مسائل بدهد که درست باشد با این حال پاسخ‌های درست می‌تواند جواب‌های متفاوت داشته باشد. در زندگی روزمره، افراد با مسائلی مواجه می‌شوند که شامل تمام اطلاعات ضروری مورد نیاز برای ایجاد فرضیات و ارائه راه حل‌های متعدد نمی‌شود. به عنوان مثال، در مسئله زیر بر اساس تحقیق در مورد مسائل باز پاسخ و مدل سازی، (که به این نوع مسائل به عنوان مسائل مدل‌سازی باز اشاره می‌کنیم)، نمونه ای گنجانده شده است:

مسئله: اگر شما باید ساعت ۸ صبح به محل کار خود برسید و می‌دانید همانطور که می‌دانید حدود ۲۰ دقیقه پس از پیاده روی ۵ دقیقه ای از خانه تا ایستگاه اتوبوس طول می‌کشد، ممکن است قبل از تنظیم هشدار خود در شب قبل، فاکتورهایی مانند میزان زمان لازم برای دوش گرفتن و خوردن صبحانه یا میزان ترافیک در مسیر اتوبوس را در نظر بگیرید. (اسکایجلو و همکاران،۲۰۲۳).

طبق نظریه ساخت‌وسازگرایی، ارائه‌ی راه‌حل‌های متفاوت به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا نتایج چندگانه‌ای را در مورد موضوع اصلی بدست آورند. دانش‌آموزان به علت استفاده از روش‌های چندگانه، روند منعطف‌تری در زمینه‌ی کاری خود پیدا می‌کنند و قادر خواهند بود مسائل نا آشنا را نیز حل نمایند. بخش سخت در هنگام استفاده از روش‌های چندگانه در کلاس، ایجاد ارتباط بین یک مسئله و چندین راهکار می‌باشد. بنابراین در تدریس حل مسئله باید روش‌های حل مسئله‌ی متفاوتی را گسترش داد تا بین اطلاعات ریاضی و ارائه‌ی راه‌حل‌های متفاوت از طرف دانش آموز بتوان ارتباط برقرار کرد. در این شرایط اگر این عملیات روی مسائل مدل‌سازی شده بررسی شوند، شاید بتوان به دست آوردهای جدیدی در زمینه‌های شناختی دانش‌آموزان دست پیدا کرد (لیکین و لواو-واینبرگ، ۲۰۰۷). در این راستا، پژوهش زان۱۵ و همکاران (۲۰۰۶) تایید می‌کنند دانش‌آموزانی که دو راه‌حل برای یک مسئله ارائه می‌دهند نسبت به دانش‌آموزانی که یک راه‌حل ارائه می‌دهند، عملکرد بهتری دارند. هم‌چنین، مهم‌ترین کار در ساده کردن مسائل پیچیده، رسیدن به نتیجه از طریق عملیات ریاضی است. درحالی که در مدل‌سازی می‌توان از میان چندین روش ممکن برای حل مسئله یکی را انتخاب کرد. بر اساس روش‌های حل مسئله ای که انتخاب می‌شود، نتایج متفاوتی حاصل می‌شود.بنابراین با توجه به موارد ذکر

12 Becker

13 Shimada

14 Stacey

15 Zan

شده در بالا، آموزش روش حل مسائل مدل سازی ریاضی هم برای معلمان و هم برای دانش‌آموزان ضروری است (نیس و بلوم، ۲۰۲۰). در این مطالعه، از مسائل مدل‌سازی باز-پاسخ برگرفته از تحقیقات قبلی استفاده شد. با این حال، این مسائل قبل از اجرا، برای دانش‌آموزان ایرانی تطبیق داده شده و از نظر فرهنگی در بافت جامعه قرار گرفتند.

رابطه‌ی مدل‌سازی و علاقه

اسکایجلو و همکاران (۲۰۱۲)، در مورد رابطه‌ی مدل‌سازی و علاقه اذعان کرده‌اند که، در آموزش ریاضیات در طول چند دهه گذشته درخواست زیادی برای حل مسائل مدل‌سازی در کلاس‌های درس وجود داشته است. با این حال، آیا واقعاً دانش‌آموزان به مسائل مدل‌سازی مرتبط با واقعیت اهمیت بیشتری نسبت به مسائل دیگر می‌دهند؟ آیا آنها آن دسته از مسائل را بیشتر دوست دارند؟ آیا آنها علاقه بیشتری به حل این مسائل دارند؟ همه این سؤالات تاکنون به اندازه کافی بررسی نشده اند، با این حال، این دیدگاه‌ها برای ارزیابی و توسعه بیشتر نظریه‌ها در این زمینه ضروری هستند حداقل در سه دهه اخیر، مطالعاتی بر روی روشهای کار آمد تدریس انجام شده است که در این پژوهش‌ها راهنمایی برای دستور کار معلمان در فرایندهای یاددهی و یادگیری به عمل آمده است. اما بررسی اثر بخشی بکارگیری این روشها بر روی علاقه دانش‌آموزان کمتر صورت گرفته است. در نتیجه ضرورت دارد که بررسی شود چه عواملی بر میزان علاقه به عنوان یک عامل مهم در رشد شناختی و یادگیری افراد می‌تواند تاثیر گذار باشد؟

از طرف دیگر، بنا به گفته‌ی کلر۱۶ و همکاران، ۲۰۰۱)، در تحقیقی راجع به اینکه چرا علاقه مهم است پرداخته‌اند و اذعان داشتند: رابطه متقابل فرآیندهای خاصی که زمینه ساز ارتباط بین علاقه و موفقیت هستند به خوبی مورد مطالعه قرار نگرفته اند، اما رابطه آن‌ها احتمالا متقابل است. از این رو در این تحقیق به بررسی تاثیر ترکیب آموزش مسائل مدل‌سازی با راه‌حل‌های چندگانه در قالب کار در گروه‌های کوچک بر روی علاقه و پیشرفت عملکرد دانش‌آموزان پایه نهم پرداخته می‌شود.

در دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده ریاضی و کامپیوتر پژوهشی با هدف بررسی میزان انگیزه، احساس ارزش و لذت و خودکارآمدی دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه در حل انواع مسائل ریاضی انجام شد. یافته‌های پژوهش نشان داد، دانش‌آموزان احساس خودکارآمدی، انگیزه، ارزش و لذت متفاوتی در حل انواع مسائل ریاضی دارند و برای دانش‌آموزان حل مسائل ریاضی محض و سپس مسائل کلامی لذت و اهمیت بیشتری نسبت به مسائل مدل‌سازی دارد و احساس خودکارآمدی و انگیزه بالاتری در حل مسائل ریاضی محض و سپس مسائل کلامی گزارش کردند. (سعیدی رشک علیا، م. ۱۳۹۱)

بررسی سازه‌های عاطفی، مانند علاقه به ریاضی، به دلیل نقش تثبیت‌شده‌شان به عنوان واسطه‌های قدرتمند در تعامل پایدار و یادگیری بلندمدت، اساساً مهم است. روش‌های سنتی اغلب عملکرد شناختی را در اولویت قرار می‌دهند؛ با این حال، یک تحلیل جامع از اثربخشی آموزشی مستلزم گنجاندن عوامل انگیزشی است. بررسی متمرکز این مطالعه درباره‌ی علاقه با ادبیات معاصر به خوبی همسو است، به ویژه فرابررسی انجام شده توسط سویکباس۱۷، کایزر۱۸ و اسکایجلو (۲۰۲۴)، که بر نیاز حیاتی تحقیقات برای فراتر

16 Köller

17 Cevikbas

18 Kaiser

رفتن از معیارهای صرف پیشرفت تحصیلی به سمت پیچیدگی‌های ظریف نتایج غیرشناختی تأکید می‌کند. در نتیجه، با ارزیابی علاقه دانش‌آموز در کنار عملکرد در مسائل مدل‌سازی، این تحقیق به ارزیابی گسترده‌تر و کامل‌تری از مداخلات آموزشی کمک می‌کند.

کار در گروه‌های کوچک همکاری

یادگیری مشارکتی نقش فرعی را در آموزش دستوری۱۹ دارد ، اهمیت جنبه‌های اجتماعی فرآیند یادگیری در محیط‌های یادگیری استقلال محور قابل توجه است (شول۲۰ ،۱۹۹۶). ساختن دانش به صورت مشارکتی در بسیاری از نظریه‌های یادگیری و مفاهیم آموزش به عنوان مبنایی برای پیشرفت یادگیری ذکر شده است (ویگوستکی۲۱، ۱۹۸۹). یکی از احتمالاتی که برای بهبود کیفیت یادگیری مشارکتی ذکر شده است، شامل مراحل متناوب کار فردی و مشارکتی در یک گروه کوچک است. بنابراین در چارچوب پژوهش حاضر، با الهام از روش اسکایجلو و همکاران(۲۰۱۲)، برای انجام فعالیت‌های حلِ مسائل مدل‌سازی ریاضی و ایجاد راه‌حل‌های متفاوت توسط دانش‌آموزان، یادگیری مشارکتی به شیوه‌ای که در ادامه به آن اشاره می‌شود، عملیاتی شد.

در مرحله ابتدایی هر دانش آموز به صورت تنها روی تکلیف کار می‌کند و راه‌حل موردنظر خود را ارائه می‌دهد. با انجام تمرینات به صورت جداگانه پایه و اساس مرحله یادگیری اشتراکی بعدی باید به معنای افزایش فعال سازی شناختی ایجاد شود. سپس این مرحله با یک مرحله تبادل نظر همراه با ساختن فهم مشترک دانش ادامه می‌یابد. در بحث‌ها، راه‌حل‌های فردی بین دانش‌آموزان مبادله می‌شود و بیشتر توسعه می‌یابند. سپس در مراحل بعدی کار فردی، هر یادگیرنده باید راه‌حل خود را یادداشت یا بهبود بخشد. نوع کار مشارکتی که در این روش ذکر شده است، نیازمندِ درجه بالایی از خودباوری است و در نتیجه می‌توان به عناوین مشخصه و منتج از محیط‌های یادگیری، خودباوری و استقلال، را ذکر کرد (بلوم، ۲۰۱۱؛ اسکایجلو و همکاران، ۲۰۱۲).

همان‌طور که قبلا اشاره شد، حیطه‌ی عاطفی مانند احساسات، نگرش، انگیزه، باورها و دیگر عوامل عاطفی اثرگذار، نقش مهمی را در تحقیقات ریاضی در دهه‌های اخیر ایفا می‌کند (هانیولا۲۲، ۲۰۱۹). البته هنوز مطالعات کمی درباره‌ی بررسی تاثیر محیط‌های آموزشی متفاوت بر انگیزه و علاقه‌ی دانش‌آموزان انجام شده است.

بیان مسئله و چارچوب نظری

این مطالعه با هدف بررسی ظرفیت آموزش راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل سازی به صورت کار در گروه‌های کوچک همکاری، بر روی توسعه‌ی علاقه ریاضی دانش‌آموزان وتاثیر آن بر عملکرد ریاضی آنها، انجام گرفت. در راستای اهداف ذکر شده مساله اصلی این تحقیق بر روی حل مسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ متمرکز بود جهت بررسی مولفه‌هایی چون عملکرد و علاقه و استقلال که موضوع دیگر این تحقیق است و در مقاله ای دیگر به بررسی آن پرداخته شده است. سوالات تحقیق عبارتند از:

19 Direct Teaching

20 Scholl

21 Vygotsky

22 Hannula

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر علاقه دانش‌آموزان دارد؟

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر پیشرفت عملکرد دانش-آموزان دارد؟

در تحقیقات انجام شده قبلی موضوع استفاده از راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی در ایران یا کشورهای خارجی انجام شده است، اما روی مسائل باز پاسخ، مسائلی که یا داده از دست رفته دارند یا داده ه اضافه دارند، یا حتی داده کافی دارندو تشخیص نوع مساله باز پاسخ و نحوه برخورد با چنین مسائلی کار نشده است. دانش‌آموزان ما توقع دارند، مسائلی به آنها داده شود که از قبل نحوه برخورد با آن را بلدند یا حداقل تجربه ای مشابه با آن را داشته اند. اما گر مساله ای به آنها داده شود که اطلاعات کافی ندارند و این می‌تواند یک مساله واقعی در زندگی روزمره باشد، درست مانند مسائل مدل‌سازی که هدف آن کاربرد ریاضیات در مسائل زندگی است، چگونه باید برخورد کنند؟ اگر هدف آموزش ریاضی آماده سازی دانش‌آموزان برای زندگی آینده است جای اینگونه مسائل در کتاب‌های درسی ما خالی است. مسائلی وجود دارند که داده اضافه دارند و اطلاعات مورد نیاز ما برای حل اینگونه مسائل به این داده‌ها نیازی ندارد. دانش‌آموزان باید یاد بگیرند که چگونه داده اضافه را تشخیص دهند و آن‌ها را کنار بگذارند تا بتوانند مساله را حل کنند. این شکافی است که ما را ترغیب به انجام این تحقیق کرد. در حین مداخله آموزشی تاثیرات آن را بر روی مسائل مختلف دنیای آموزش از جمله پیشرفت عملکرد و علاقه و موضوعات دیگر نیز از مولفه‌های مورد بررسی در این تحقیق بودند.

روش تحقیق

این تحقیق بخشی از تحقیق کلی با هدف بررسی تأثیرات بالقوه مداخله‌ی آموزشی در علاقه و مهارت‌های حل مسئله دانش‌آموزان نسبت به مسائل مدل‌سازی و بکارگیری راه حل‌های چندگانه، شکل گرفت. روش پژوهش از نوع پژوهش ترکیبی از نوع تبیینی که بخش کمی آن به صورت نیمه آزمایشی و بخش کیفی آن از نوع مطالعه موردی است. هم چنین با توجه به اهداف و سؤالات تحقیق حاضر از ابزارهای مشاهده، پرسشنامه و مصاحبه استفاده شده است. روش پژوهش ترکیبی روشی است که هر دو پژوهش کمی و کیفی را به هم مرتبط می‌نماید که در روش تبیینی از داده‌های کیفی برای تکمیل و تبیین داده‌های کمی استفاده می‌شود (کرسول۲۳، ۲۰۱۷).

شرکت کنندگان در تحقیق

شرکت‌کنندگان در مجموع ۱۶۹ دانش‌آموز پایه نهم بودند که۹۳ دانش‌آموز به گروه کنترل و ۷۶ دانش‌آموز به گروه آزمایشی از دو مدرسه متفاوت و همسطح دانش‌آموزان دختر منطقه ۳ شهر تهران، اختصاص داده شدند. آموزش توسط خود محقق و در محل تدریس محقق، در دانش‌آموزان دختر پایه نهم در منطقه ۳ شهر تهران به عنوان نمونه در دسترس صورت گرفت دلیل اجرای مداخله آموزشی در مطالعه حاضر، عدم تجربه قبلی شرکت‌کنندگان در به کارگیری راه‌حل‌های متعدد برای حل مسائل مدل‌سازی بود. در نتیجه، یک مداخله هفت جلسه‌ای (۴۵ دقیقه برای هر جلسه) ارائه شد.این جلسات آموزشی، خارج از ساعات آموزشی درسی دانش‌آموزان، با همکاری مدرسه مورد آزمایش، صورت گرفت تا از ساعات آموزش درسی دانش‌آموزان کاسته نشود و لطمه درسی به

23 Creswell

آموزش استاندارد آنها وارد نشود. این جلسات شامل حل بیش از هشت مسئله مدل‌سازی ریاضی مرتبط با قضیه فیثاغورس و مسائل مدل‌سازی پایان باز بود. داده‌های این تحقیق در طول نیمه دوم سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ جمع‌آوری شد. برای گردآوری داده‌های کمی جهت ارزیابی تغییرات در طول زمان، از طرح پیش‌آزمون-پس‌آزمون استفاده شد (اندازه‌گیری‌های پس‌آزمون پس از مداخله آموزشی انجام شد) و در هفت کلاس به اجرا درآمد. گروه آزمایشی شامل سه کلاس و گروه کنترل شامل چهار کلاس بود (هر کلاس بین ۲۶ تا ۲۷ دانش‌آموز داشت).در گروه آزمایش، پیش آزمونی گرفته شد تا عملکرد این گروه در قبل و بعد خودشان پس از بررسی پس آزمون در جریان مداخله آموزشی، سنجش شود. از گروه کنترل پس آزمون به عمل آمد تا گواهی بر این تغییرات گروه مورد آزمایش باشند. پس آزمون از گروه کنترل به این دلیل گرفته شد تا بررسی شود آیا آموزش‌های سنتی مبتنی بر کتاب درسی برای حل چنین مسائلی کافی هستند یا باید برای حل مسائل مدل‌سازی، هم به معلمان و هم به دانش‌آموزان مدل‌های حل مسائل مدل‌سازی در چنین ترکیبی آموزش داده شود؟ لازم به ذکر است، میانگین نمره ریاضی هر کلاس، در هر دو گروه، بر اساس نمرات ریاضی سال قبل (پایه هشتم) شرکت‌کنندگان که بین ۱۹ تا ۲۰ بود، تعیین شد. هدف از این کار، استانداردسازی سطح تحصیلی همه کلاس‌ها برای تسهیل مقایسه‌های معنی‌دار بود.

مداخله آموزشی

مداخله‌ی آموزشی با استفاده از روش راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی فقط در گروه آزمایش اجرا گردید. دانش‌آموزانی که در گروه کنترل بودند آموزش به روش سنتی به شیوه آموزشی مستقیم (معلم - محور) و مداخله آموزشی به شیوه استراتژی عملگر (دانش‌آموز – محور) (بلوم، ۲۰۱۱) انجام شد.گروه کنترل آموزش مداخله ای را نداشتند و فقط به آموزش سنتی مورد اشاره در کتاب‌های درسی بسنده شد. هر دو گروه با رویکرد راه حل‌های چندگانه و سوالات مدل‌سازی که در کتاب درسی به آنها اشاره شده است آشنایی داشتند. تفاوت این دو گروه آموزش هفت توالی مسائل مدل‌سازی و استفاده از مسائل مدل‌سازی باز پاسخ و ترکیب این مدل با رویکرد راه حل‌های چندگانه در محیط‌های تعاملی بوده است. هدف، مقایسه‌ی نقش محیط‌های آموزشی متفاوت در علاقه و پیشرفت عملکرد دانش آموز نسبت به ریاضی، در کار گروهی دانش‌آموزان بود. قبل و بعد جلسات آموزشی، از دانش‌آموزان خواسته شد که پرسشنامه‌های در نظر گرفته‌شده برای علاقه ریاضی که از سه مورد تشکیل شده بود را تکمیل نمایند. همچنین مصاحبه‌های نیمه ساختار یافته هم اجرا شد. هر دو گروه کنترل و آزمایش با راه حل‌های چندگانه و مسائل مدل‌سازی با توجه به متن کتاب درسی آشنا بودند، با تفاوت مداخله ای که در گروه آزمایش صورت گرفت. تفاوت در نحوه برخورد در هنگام رویارویی با مسائل مدل‌سازی شده طی مراحل هفتگانه اشاره شده می‌باشد. همچنین در مسائل ارائه شده از مسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ استفاده شد تا این تحقیق تفاوت محسوسی با سایر تحقیقات انجام شده در این زمینه داشته باشد.

آموزش مسائل مدل‌سازی در سه کلاس نمونه مورد آزمایش، توسط نویسنده اول این تحقیق، انجام گرفت که با مسائل مدل‌سازی آشنایی کامل را داشته و آموزش‌های لازم را کسب کرده بود. لازم به ذکر است که معلم دیگر در مدرسه ای دیگر، مسئولیت انجام تحقیق به شیوه‌ی معلم - محور مبتنی بر کتاب درسی را بر عهده داشتند که این شیوه با توجه به نوع تدریس آنها در کلاس درس همخوانی داشت، بنابراین معلمان با دقت، دو نوع آموزش را به کار گرفتند. علاوه بر آزمون ریاضی، پرسشنامه‌های علاقه، طراحی شد و در اختیار دانش‌آموزان گذاشته شد. آزمون ریاضی شامل انواع مسائل مدل سازی بود. روایی آزمون با استناد از نظرات اساتید مورد تایید قرار گرفت. برای پایایی آزمون عملکرد از آلفای کرونباخ استفاده شد. جهت مطالعات کیفی، از ۹ نفر از دانش‌آموزان، سه نفر از

هر کلاس گروه آزمایش، سه دانش آموز با عملکردهای متفاوت به طور تصافی انتخاب شدند تا در مصاحبه نیمه ساختار یافته شرکت کنند و نتیجه مطالعات موردی، استخراج شود.

در جلسه اول، دانش‌آموزان در گروه آزمایش به گروه‌های کوچک کلاسی تقسیم شدند. در این جلسه پیش آزمون از آن‌ها گرفته شد. هدف از این پژوهش بررسی پیشرفت عملکرد دانش‌آموزان گروه آزمایش بود. در این گروه روش آموزش مسائل مدل‌سازی، مبتنی بر راه حل‌های چندگانه در کار گروهی بود. در این جلسه، مسائل مدل‌سازی "شامپو" (بر اساس مساله اسپیکر در اسکایجلو و همکاران، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴)، "هواپیما" (طراحی شده توسط نویسنده اول)، و "تلویزیون" (اسکایجلو، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴)، استفاده شد.

در جلسه دوم، به معرفی مسائل مدل‌سازی در دو گروه آزمایش و کنترل پرداخته شد. درگروه آزمایش دانش‌آموزان نویسنده اول این مطالعه قرار گرفته بودند و در سالهای گذشته روش تدریس چندگانه و کار در گروه‌های کوچک همکاری برای آن‌ها استفاده شده بود. در گروه مورد آزمایش به آموزش مراحل هفتگانه مسائل مدل‌سازی، علی الخصوص مسائل مدل‌سازی باز پاسخ و نحوه برخورد با چنین مسائلی آموزش داده شد. بنابراین با پیش فرض آگاهی و تسلط نسبی استفاده از این روش‌ها، به آموزش حل مسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ پرداخته شد.

از جلسه سوم تا جلسه ششم جلسات آموزشی برای گروه آزمایش ادامه پیدا کرد. در هر جلسه آموزشی یک یا دو مسئاله مدل‌سازی به کلاس آورده می‌شد که این دسته از سوالات یا داده اضافه داشتند یا داده از دست رفته یا حتی مسائلی ارائه می‌شد که نه داده اضافه داشتند نه داده از دست رفته. به دانش‌آموزان برگه‌های سوالات داده می‌شد و معلم ابتدا به تشریح مسئله مدل‌سازی می‌پرداخت، سپس از دانش‌آموزان می‌خواست ابتدا به صورت فردی روی مسئله کار کنند. سپس به آن‌ها فرصت داده می‌شد تا در گروه به بحث و گفتمان بپردازند و راه حل‌های خود در گروه ارائه دهند. در نهایت از بعضی دانش‌آموزان خواسته می‌شد تا راه حل خود را شرح دهند. سایر دانش‌آموزان درباره راه حل ارائه شده اظهار نظر و گفتگو می‌کردند در حین تعاملات دانش‌آموزان معلم هدایتگر بحث و گفتمان‌های دانش‌آموزان و به عنوان تسهیل گر امور، به امر آموزش عمیق تر کار گروهی دانش‌آموزان، می‌پرداخت. دانش‌آموزان می‌بایست بعد از هرجلسه که مربوط به حل مسئله‌ی مدل‌سازی شده بازپاسخ بود، پرسشنامه مربوط به علاقه را تکمیل کنند. در جلسه سوم، مسائل مدل‌سازی "شامپو"(بر اساس مساله اسپیکر در اسکایجلو و همکاران، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴) و "کفش غول" (بلوم، ۲۰۱۱)، در جلسه چهارم، "مسئله درخت" (اسکایجلو و همکاران ، ۲۰۲۳، ص ۴۱۹) ، در جلسه پنجم، "مسئله تلویزیون" و در جلسه ششم "مسئله حصار" (اسکایجلو و همکاران ، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴، شکل ۱ در بخش ۳-۲-۳ رابببنید) استفاده شد.

در جلسه هفتم در هر دوگروه آزمایش و کنترل، پس آزمون اجرا شد. گروه کنترل یک جلسه آموزش دریافت کردند به این صورت که در مورد مسائل مدل‌سازی شده کتاب درسی و اشاره به راه حل‌های چندگانه ذکر شده در کتاب درسی ارائه شد. پس از اطمینان از آشنایی گروه کنترل با این روش‌ها به طور سنتی و مبتنی بر کتاب درسی، در این گروه فقط پس آزمون اجرا شد تا بتوان نتایج را بررسی و تحلیل کرد. در این جلسه، مسائل مدل‌سازی "هواپیما"، "میان‌بر" و "دو زیرکانه" (گالبریث۲۴ و استیلمن۲۵، ۲۰۰۶، ص ۱۴۵) برای دو گروه استفاده شد.

24 Galbraith

25 Stillman

برای مداخله آموزشی این مطالعه برای گروه آزمایش، در ابتدای هر جلسه به دانش‌آموزان یک مسئله مدل‌سازی همراه با یک " نقشه حل" داده می‌شد که این نقشه شامل هفت گام زیر می‌باشد:

فرآیندهای انتقال مسئله یا مشکل بین واقعیت و ریاضیات، هسته اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی هستند. یکی از مدل‌های فرآیندی، چرخه مدل‌سازی است.

همچنین، با توجه به بکارگیری دو شیوه آموزشی (معلم - محور و دانش‌آموز - محور) دانش‌آموزان به دو گروه تقسیم شدند به‌طوریکه در چهار کلاس، به شیوه آموزشی معلم - محور (مستقیم)، مسائل مرتبط با فیثاغورس و کاربرد آن به شکل سنتی، در جلسه دوم آموزش داده شد. در سه کلاس دیگر، شیوه تدریس معلم دانش‌آموز – محور بودکه توسط محقق این پروژه انجام شد. یعنی دانش‌آموزان در جلسات دوم تا هفتم به صورت کار در گروه‌های کوچک کلاسی، بر روی مسائل مرتبط با فیثاغورس کار کردند. به این ترتیب که در گروه‌های سه تا چهار نفره به حل مسائل مدل‌سازی می‌پرداختند. اصول لازم برای این روش تدریس، بر اساس موارد زیر بودند؛

پژوهشگر طرح قبل از راهنمایی‌های لازم به دانش‌آموزان ابتدا از مداخلات استراتژیک استفاده می‌کرد. (به طور مثال دوباره صورت مسئله را بخوان یا به نظرت آیا داده‌های مسئله برای حل، کافی هستند و یا داده اضافه ای دارند و یا میتوانی برای این مسئله شکل بکشی و ...)

اعمال تغییر سیستماتیک بین کار مستقل در گروه‌ها و فعالیت‌های کل کلاس که توسط معلم بین این دو ارتباط برقرار می‌شد؛ به خصوص برای مقایسه راه‌حل‌های چندگانه در مسائلی که پاسخ باز بودند.

دانش‌آموزان ابتدا به تنهایی مسئله را می‌خواندند تا موقعیت داده‌شده را درک نمایند و ایده‌ی اولیه برای شروع کار گروهی را داشته باشند، سپس به کار مشارکتی (تبادل ایده‌ها با یکدیگر در گروه) می‌پرداختند. (بلوم، ۲۰۱۱، به نقل از پرهیزگار، ۱۳۹۶).

*خلاصه ای از این جلسات در جدول ۱ زیر گنجانده شده است:

جدول ۱- خلاصه جلسات مداخلات آموزشی

جلسات	توضیحات کارهای انجام شده
اول	اجرای پیش آزمون بدون معرفی کار تحقیقی- تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه
دوم	معرفی کار تحقیقی و اهداف آن – نقش دانش‌آموزان وتشویق جهت همکاری – آموزش هفت توالی مدل‌سازی بلوم – معرفی مسائل باز پاسخ در مدل‌سازی و نحوه برخورد با آنها
سوم	مسائل "شامپو"(بر اساس مساله اسپیکر در اسکایجلو و همکاران، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴) و "کفش غول" (بلوم، ۲۰۱۱)، تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه
چهارم	"مسئله درخت" (اسکایجلو و همکاران ، ۲۰۲۳، ص ۴۱۹) - تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه

جلسات	توضیحات کارهای انجام شده
پنجم	"مسئله تلویزیون" (اسکایجلو و همکاران ، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴) - تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه
ششم	"مسئله حصار" (اسکایجلو و همکاران ، ۲۰۲۳، ص ۴۲۴ - تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه
هفتم	اجرای پس آزمون جهت استخراج نتایج و تکمیل پرسشنامه‌های مرتبط با علاقه و مصاحبه‌های نیمه ساختار یافته

ابزار تحقیق:

در این بخش به معرفی ابزارهای مورد استفاده در تحقیق پرداخته می‌شود.

الف-آزمون ریاضی و روش تجزیه و تحلیل آزمونهای ریاضی

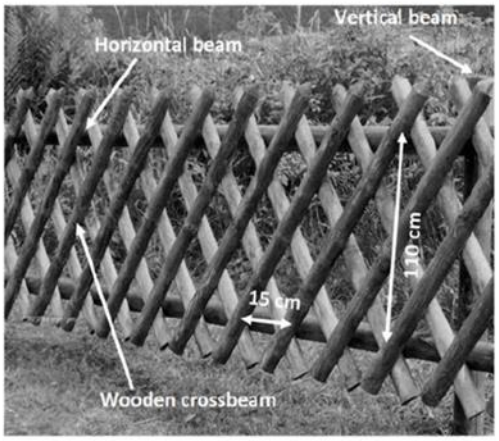
همان‌طور که در بخش روش تحقیق گفته شد، این پژوهش در هفت جلسه به طول انجامید. که در جلسه اول، جلسه سوم تا هفتم برای گروه آزمایش، عملکرد ریاضی دانش‌آموزان با یک یا دو مسئله مدل‌سازی سنجیده شد. در گروه کنترل فقط در جلسه هفتم با یک مسئله مدل‌سازی به بررسی عملکرد این گروه پرداخته شد که در ادامه به ارائه یک مسئله مدل‌سازی و روش تجزیه و تحلیل آن پرداخته می‌شود.

در این بخش با ارائه مثال‌هایی از مسائل مدل‌سازی باز پاسخ به توصیف چگونگی نمره‌دهی و سطح‌بندی عملکرد دانش‌آموزان در این مسائل پرداخته می‌شود. مسئله "حصار" یک مسئله مدل‌سازی ریاضی است که برای حل آن باید تمام مراحل چرخه‌ی مدل‌سازی ریاضی را طی کرد (اسکایجلو و همکاران، ۲۰۲۳). (شکل ۲)

Fence

The Mauer family built a fence (see the picture). This is a so-called “Hunter fence.” It is built by using x-shaped wooden crossbeams that are attached to two thick horizontal beams. The distance between the wooden crossbeams is 15 cm. The distance between the horizontal beams is 110 cm. The horizontal beams are attached to the vertical beams that are put into the ground.

How long is a one wooden crossbeam?



بسمه تعالی

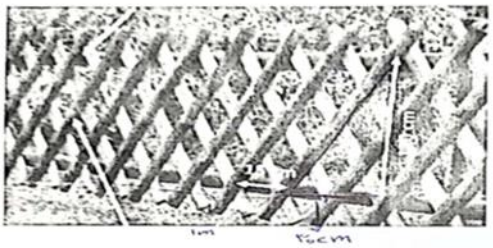
جلسه ششم مدلسازی ریاضی نهم مدرسه منکوه منطقه ۳ شهر تهران

نام و نام خانوادگی...

مساله حصار

خانواده سلیمی حصاری ساختند (تصویر را ببینید). این حصار به اصطلاح "حصار شکارچی" نامیده می شود و با استفاده از تیرهای چوبی × شکل ساخته شده است که به دو تیرهای افقی ضخیم متصل هستند. فاصله بین شاخه های چوبی ۱۵ سانتی متر است. فاصله بین تیرهای افقی ۱۱۰ سانتی متر است. تیرهای افقی به تیرهای × که در زمین قرار می گیرند، متصل می شوند.

یک حصار شکارچی چند متر تیرچوبی می خواهد؟



فرآیندهای انتقال مسئله با مشکل بین واقعیت و ریاضیات، هسته اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی هستند. یکی از مدل‌های فرآیندی، چرخه مدل‌سازی است که توسط بلوم و لیس، (۲۰۰۷) پیشنهاد شده است که می توان با یک توالی هفت مرحله ای از فعالیت‌ها مشخص کرد :

(1) درک یک موقعیت به عنوان مساله

(۲) ساده سازی و ساختار دهی. (به دنبال داده های اصلی باشید، در صورت امکان شکل بکشید، خواسته مساله را پیدا کنید.)

(۳) ریاضی کردن مساله .

(۴) استفاده از مهارت های ریاضی به‌منظور به دست آوردن نتیجه.

(۵) تفسیر و تایید این نتیجه ریاضی با توجه به واقعیت در گروه.

(۶) ارائه راه حل های متفاوت در صورت وجود توسط افراد در گروه.

(۷) توضیح فرایند حل فردی توسط افراد منتخب از گروه.

شکل ۲- مسئله مدل‌سازی "حصار" و نمونه‌هایی از راه حل‌های دانش‌آموزان

به دنبال اجرای پیش‌آزمون در جلسه اول، که عملکرد اولیه ضعیفی را از دانش‌آموزان در پرداختن به مسائل مدل‌سازی نشان داد، جلسه دوم بر آموزش توالی هفت مرحله‌ای برای مسائل مدل‌سازی و معرفی مسائل با پاسخ باز تمرکز شد. از آنجایی که دانش‌آموزان قبلاً با رویکرد راه‌حل‌های چندگانه و کار گروهی آشنا بودند، حل مسائل مدل‌سازی با پاسخ باز را از جلسه سوم به بعد آغاز کردند. در ابتدا، دانش‌آموزان هنگام استفاده از این ترکیب استراتژی‌ها مردد و حتی سر درگم بودند، اما پیشرفت آشکاری در حل مسئله تا جلسات چهارم و پنجم مشهود بود. نمونه ارائه شده، راه‌حل‌های دو دانش‌آموز برای مساله مدل‌سازی با پاسخ باز را که در جلسه ششم اجرا شد، نشان می‌دهد.

برای ارزیابی عملکرد دانش‌آموزان در مسائل مدل‌سازی ریاضی از سطح‌بندی لودینگ۲۶ و زو۲۷ (۲۰۰۸) استفاده شده است(جدول ۲ مشاهده شود)، زیرا این چهارچوب تمام مراحل چرخه‌ی مدل سازی بلوم و لایس (۲۰۰۷) را در خود دارد و امکان ارزیابی راه‌حل‌های دانش‌آموزان را به طور دقیق فراهم می‌آورد آنها مهارت‌های مدل‌سازی را به سطوح زیر طبقه‌بندی کرده‌اند. (به نقل از پرهیزگار، ۱۳۹۶)

جدول ۲ سطوح عملکرد دانش‌آموزان در مسائل مدل‌سازی ریاضی

سطح ۰	در این مرحله دانش‌آموز موقعیت را درک نمی‌کند و نمی‌تواند درباره‌ی مسئله بنویسد.
سطح ۱	دانش‌آموز تنها موقعیت مسئله‌ی داده شده را می‌فهمد ولی قادر به شکل‌دهی و ساده‌سازی موقعیت نیست و یا نمی‌تواند ارتباطی با ایده‌های ریاضی پیدا کند.
سطح ۲	پس از بررسی موقعیت داده شدهْدانش‌اموز از طریق ساختاردهی و ساده‌سازی مسئله یک مدل واقعی پیدا می‌کند اما نمی‌داند که چگونه این مدل را به یک مسئله ریاضی تبدیل کند.
سطح ۳	دانش‌آموز می‌تواند به یک مدل واقعی دست پیدا کند و هم این مدل را به یک مسئله ریاضی محض تبدیل کند ولی نمی‌تواند به درستی در دنیای ریاضی کار کند.
سطح ۴	دانش‌آموز می‌تواند یک مسئله ریاضی را از موقعیت داده شده استخراج کند و با این مسئله در دنیای ریاضی کار کند و نتایجی داشته باشد.
سطح ۵	دانش‌آموز می‌تواند فرایند مدل‌سازی ریاضی را تجربه کند و امتیاز راه‌حل یک مسئله ریاضی را در رابطه با موقعیت مفروض بسنجد.

این سطوح با گام‌های چرخه مدل‌سازی بلوم و لایس (۲۰۰۷) مطابقت دارد. سطح، به عدم موفقیت گام ۱ مربوط می‌شود یعنی دانش‌آموز نتواند یک مدل شخصی وابسته به موقعیت ایجاد کند. سطح ۱ به موفقیت در گام ۱ مرتبط است. سطح ۲ به موفقیت در گام ۲ مربوط است یعنی می‌تواند با ساده‌سازی و ساختاردهی مسئله به یک مدل واقعی دست پیدا کند. سطح ۳ به موفقیت در گام ۳ مرتبط است یعنی دانش‌آموز مدل واقعی را به یک مسئله ریاضی تبدیل می‌کند . سطح ۳ موفقیت در به دست آوردن نتیجه از رویه‌های ریاضی را بیان می‌کند که به گام ۴ اشاره دارد. سطح ۵ به گام‌های ۵ و ۶ معطوف می‌شود، یعنی دانش‌آموز می‌تواند نتیجه

26 Ludwig

27 Xu

به دست آمده از دنیای ریاضی را به دنیای واقعی ببرد و اعتبار آن را نیز بسنجد. برای راحتی کار سوالات از ۵ نمره نمره دهی شدند تا به سادگی سطوح مختلف شناسایی شوند. این سطح بندی هم در گروه آزمایش و هم در گروه کنترل اجرا و بررسی شد.

ب- پرسشنامه علاقه ریاضی و بررسی پایایی آن

یکی از اهداف این تحقیق بررسی علاقه ریاضی، نظرات و باورهای دانش‌آموزان درباره‌ی مسائل مدل‌سازی ریاضی است. علاقه دانش‌آموزان نسبت به ریاضی بر اساس پرسشنامه لیکرت، (فرنزل و همکاران ۲۰۱۲)، مورد سنجش قرار گرفت. بعد از ترجمه‌ی پرسشنامه لیکرت، مفهوم سؤالات مورد بررسی قرار گرفت و عدم تغییر مفهوم آنها در فرآیند برگرداندن جملات به فارسی، توسط چند تن از اساتید تأیید شد. در پژوهش حاضر پایایی سازه‌ای مقیاس علاقه از طریق محاسبه ضریب آلفای کرونباخ احراز شد (ببینید جدول۲) این پرسشنامه در تحقیقات مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. این مقیاس مشتمل برسه گویه است و پاسخ به گویه‌های آن بر اساس مقیاس پنج بخشی لیکرت از "بسیار مخالفم" تا "بسیار موافقم" صورت می‌گیرد. سؤالات پرسشنامه عبارتند از:

-من به ریاضیات علاقه دارم

- دوست دارم کتاب مرتبط با ریاضیات خوانده و بازی‌های فکری مرتبط با ریاضیات را حل کنم.

-انجام دادن ریاضیات، یکی از فعالیت‌های مورد علاقه من است.

هرقدر شاخص آلفای کرونباخ به ۱ نزدیکترباشد، همبستگی درونی بین سؤالات بیشتر و در نتیجه پرسشها همگن ترخواهند بود. کرونباخ ضریب پایایی۴۵٪ را کم، ۷۵٪ را متوسط و قابل قبول، و ضریب ۹۵٪ را زیاد پیشنهاد کرده (کرونباخ۱۹۵۱) . در بسیاری از منابع نیز مقادیر به دست آمده بالای ۰/۷ در این آزمون مطلوب تلقی می‌شود. بدیهی است درصورت پایین بودن مقدارآلفا، بایستی بررسی شود که با حذف کدام پرسشهای پرسشنامه مقدارآن را می‌توان افزایش داد.

نتایج بررسی پایایی پرسشنامه بر اساس ۷۰ پاسخگو به شرح زیر است (جدول ۳):

جدول ۳ بررسی پایایی متغیرهای علاقه درجلسات مختلف براساس آلفای کرونباخ

متغییر	جلسات	تعداد پاسخگوها	تعداد گویه	آلفای کرونباخ
علاقه	جلسه اول	۷۰	۳	۰.۹۱
	جلسه سوم	۷۰	۳	۰.۹۲۵
	جلسه چهارم	۷۰	۳	۰.۹۱۳
	جلسه پنجم	۷۰	۳	۰.۸۹۳
	جلسه ششم	۷۰	۳	۰.۸۲۸
	جلسه هفتم	۷۰	۳	۰.۹۳۲

با توجه به مقادیر آلفای کرونباخ به دست آمده برای کل پرسشنامه که بیشتر از ۰.۷ است، پایایی پرسشنامه تایید می‌شود.

ج- مصاحبه‌ی نیمه ساختاریافته

همچنین برای بررسی نظرات دانش‌آموزان و کسب اطلاعات بیشتر درباره‌ی میزان علاقه آن‌ها نسبت به سؤالات مدل‌سازی که در جلسات آموزشی ارائه شده بود، از یک مصاحبه نیمه ساختار یافته با سؤالات باز پاسخ استفاده شد. دانش‌آموزان شرکت کننده در مصاحبه، سه سطح عملکردی متفاوت داشتند. این نفرات شامل سه دانش آموز با عملکرد ضعیف، سه دانش آموز با عملکرد متوسط و سه دانش آموز با عملکرد قوی در ریاضی بودند که از گروه آزمایش انتخاب شدند. بنابراین مصاحبه نیمه ساختار یافته، با سؤالات باز پاسخ زیر در پس آزمون انجام شد، که سوالات مرتبط با علاقه به شرح زیر است:

سوالات مصاحبه ی نیمه ساختاریافته:

- نظر و احساس شما درباره ی حل مسائل مدل سازی با کمک راه حل‌های چندگانه چیست؟

- آیا مسائل مدل سازی در علاقه مندی شما به درس ریاضی موثر است؟

یافته‌ها

در این پژوهش به بررسی چگونگی کار دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک همکاری و ارائه راه‌حل‌های چندگانه ، در هنگام کار بر روی مسائل مدل‌سازی شده ریاضی و تاثیر آن بر پیشرفت و علاقه آنان پرداخته شد که در ادامه نتایج کمی و کیفی این مطالعه بیان می‌شود.

نتایج پیشرفت عملکرد

جهت بررسی عملکرد دانش‌آموزان در تاثیر استفاده از روش راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی شده، در محیط کلاس و کار در گروه‌های کوچک همکاری، قبل از آموزش روش استفاده از این موارد، پیش آزمونی از گروه آزمایش گرفته شد و در پایان مراحل کار نیز پس آزمونی از هر دوگروه آزمایش و کنترل، به عمل آمد که نتایج آماری آن درزیر نشان داده می‌شود.

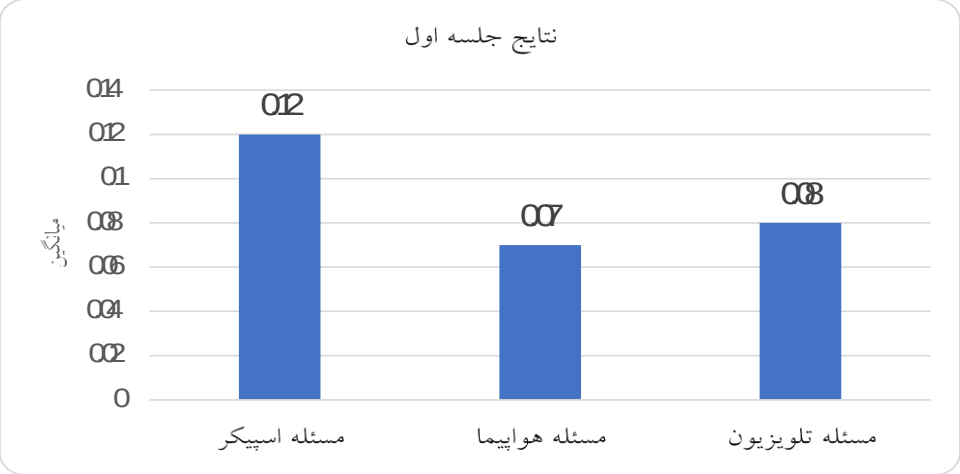
بررسی نتایج مسائل جلسه اول در گروه آزمایش

در جلسه اول، مسائل شامپو، هواپیما و تلویزیون مطرح شد و عملکرد بر اساس سطح بندی لودینگ و زو(۲۰۰۸) سنجیده شد، در ادامه در جدول ۴، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسائل ، ارائه می‌شود.

جدول ۴- شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه اول

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله شامپو	۷۰	۰/۱۲	۰/۱۴	۰/۰۰	۰/۵۰
	مسئله هواپیما	۷۰	۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۰۰	۰/۵۰
	مسئله تلویزیون	۷۰	۰/۰۸	۰/۱۳	۰/۰۰	۰/۵۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله شامپو(۰/۱۲) بیشتر از میانگین در مسائل هواپیما و تلویزیون است. این ویژگی در شکل ۳ نیز نشان داده شده است.



شکل ۳- میانگین نمرات مسائل جلسه اول

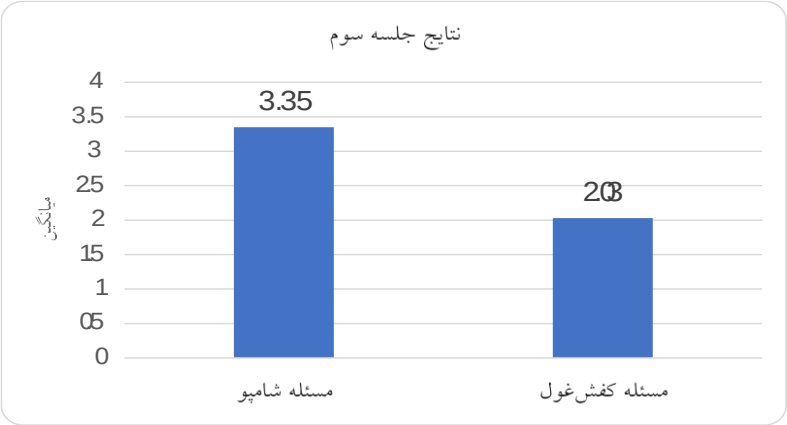
بررسی نتایج مسائل جلسه سوم در گروه آزمایش

در جلسه سوم، مسائل شامپو و کفش غول مطرح شد، در ادامه در جدول ۵، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسائل ارائه می‌شود.

جدول ۵: شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه سوم

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله شامپو	۷۰	۳/۳۵	۱/۵۱	۰/۰۰	۵/۰۰
	مسئله کفش‌غول	۷۰	۲/۰۳	۱/۵۵	۰/۰۰	۵/۰۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله شامپو(۳/۳۵) بیشتر از میانگین در مسئله کفش غول است. این ویژگی در شکل ۴، نیز نشان داده شده است.



شکل ۴: میانگین نمرات مسائل جلسه سوم

بررسی نتایج مسائل جلسه چهارم در گروه آزمایش

در جلسه چهارم، مسئله درخت مطرح شد . در ادامه در جدول ۶، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسئله ارائه می‌شود.

جدول ۶ شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه چهارم

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله درخت	۷۰	۲/۷۲	۱/۳۱	۰/۰۰	۴/۵۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله درخت (۲/۷۲) است.

بررسی نتایج مسائل جلسه پنجم در گروه آزمایش

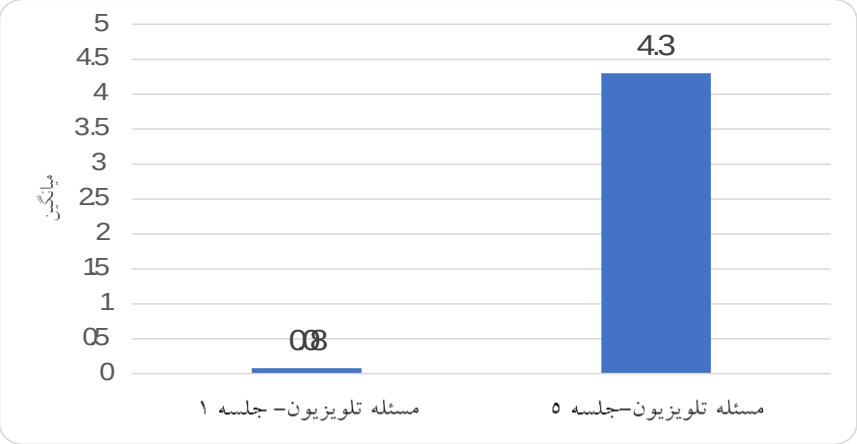
در جلسه پنجم مسئله تلویزیون مطرح شد، در ادامه در جدول ۷ ، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسئله ارائه می‌شود.

جدول ۷ : شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه پنجم

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله تلویزیون	۷۰	۴/۳۰	۱/۲۶	۰/۰۰	۵/۰۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله تلویزیون (۴/۳۰) است که نسبت به میانگین نمرات بقیه مسائل در جلسات قبلی بیشتر است.

در شکل ۵ مقایسه‌ای بین میانگین نمره مسئله تلویزیون در جلسات اول و پنجم صورت گرفته است. این نمودار نشان می‌دهد که میانگین در جلسه پنجم افزایش یافته است.



شکل ۵ : میانگین نمرات مسئله تلویزیون در جلسات اول و پنجم

بررسی نتایج مسائل جلسه ششم در گروه آزمایش

در جلسه ششم مسئله حصار مطرح شد، در ادامه در جدول ۸ ، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسئله، ارائه می‌شود.

جدول ۸ : شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه ششم

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله حصار	۷۰	۳/۹۲	۱/۱۴	۰/۰۰	۵/۰۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله حصار (۳/۹۲) است.

بررسی نتایج مسائل جلسه هفتم در دو گروه آزمایش و کنترل

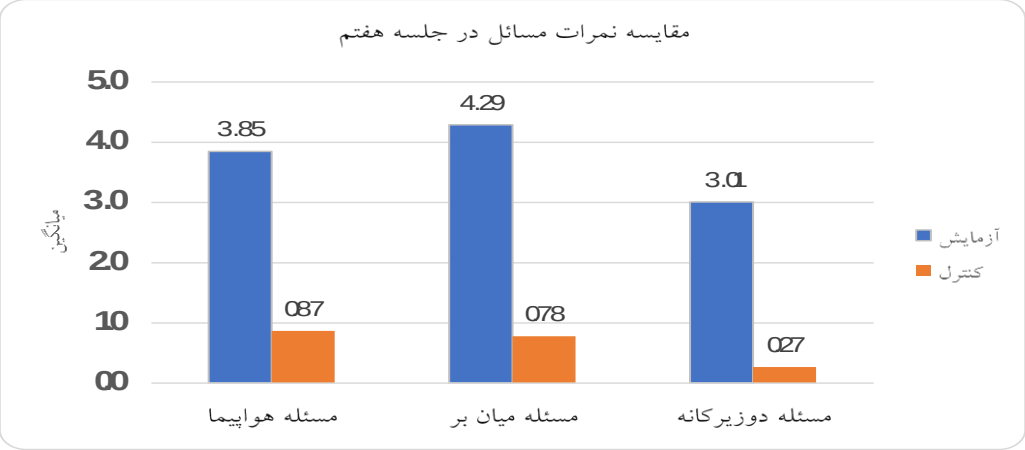
در جلسه هفتم مسائل هواپیما، میان بر و دوزیرکانه مطرح شد و در دو گروه آزمایش و کنترل سنجیده شد، در ادامه در جدول ۹ ، شاخص‌های توصیفی نمرات حاصل از این مسائل، ارائه می‌شود.

جدول ۹ : شاخص‌های توصیفی متغیرهای مورد مطالعه در جلسه هفتم

گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
آزمایش	مسئله هواپیما	۷۰	۳/۸۵	۱/۵۳	۰/۵۰	۵/۰۰
	مسئله میان بر	۷۰	۴/۲۹	۱/۳۴	۰/۰۰	۵/۰۰
	مسئله دوزیرکانه	۷۰	۳/۰۱	۱/۴۱	۰/۰۰	۵/۰۰

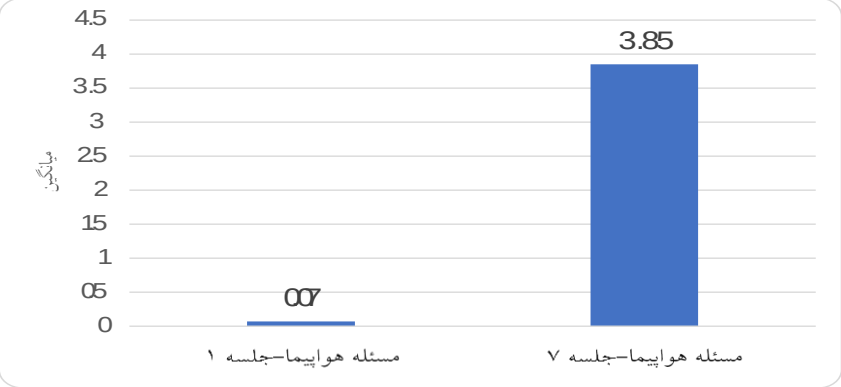
گروه	متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
کنترل	مسئله هواپیما	۹۲	۰/۸۷	۱/۲۰	۰/۰۰	۵/۰۰
	مسئله میان بر	۹۲	۰/۷۸	۱/۶۰	۰/۰۰	۵/۰۰
	مسئله دوزیرکانه	۹۲	۰/۲۷	۰/۷۱	۰/۰۰	۴/۰۰

بر اساس نتایج به دست آمده، مقدار میانگین نمره در مسئله میان بر (۴/۲۹) بیشتر از مقدار میانگین در مسائل دوزیرکانه(۳/۰۱) و هواپیما(۳/۸۵) در گروه آزمایش است. این ویژگی در نمودار مربوط به شکل ۶ به صورت زیر است:



شکل ۶ : میانگین نمرات مسائل در جلسه هفتم به تفکیک دو گروه

همچنین، در نمودار شکل ۷ مقایسه‌ای بین میانگین نمره مسئله هواپیما در جلسه اول و جلسه هفتم گروه آزمایش صورت گرفته است، نتایج حاصل نشان می‌دهد که میانگین در جلسه هفتم افزایش یافته است.



شکل ۷ : میانگین نمرات مسئله هواپیما در جلسات اول و هفتم

مقایسه مسئله هواپیما در پیش آزمون و پس آزمون گروه آزمایش

به منظور مقایسه امتیازات مسئله هواپیما در جلسه پیش آزمون و پس آزمون در گروه آزمایش، ابتدا با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، نرمال بودن امتیازات مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۰ ارائه شده است :

جدول ۱۰: نتایج بررسی نرمال بودن امتیازات مسئله هواپیما توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف

	جلسه	میانگین	انحراف معیار	آماره آزمون	درجه آزادی	سطح معنی دار
مسئله هواپیما	جلسه اول-پیش آزمون	۰.۰۷	۰.۱۲	۰.۴۳۰	۷۰	۰.۰۰۰
	جلسه هفتم-پس آزمون	۳.۸۵	۱.۵۳	۰.۳۸۸	۷۰	۰.۰۰۰

نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهد که سطح معنی دار آزمون کمتر از ۰.۰۵ است و بنابراین فرضیه صفر آزمون مبنی بر نرمال بودن توزیع داده‌ها، رد می‌شود یعنی توزیع متغیر هواپیما در دو جلسه، نرمال نیست.

باتوجه به نرمال نبودن متغیر امتیاز مسئله هواپیما در دو جلسه، مجوز استفاده از آزمون پارامتری تی زوجی وجود ندارد و می‌توان از معادل ناپارامتری این آزمون، یعنی از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون برای مقایسه امتیازات مسئله هواپیما در پیش آزمون و پس آزمون، استفاده نمود که نتایج آن در جدول ۱۱ ارائه می‌شود:

جدول ۱۱ نتایج مقایسه میانگین مسئله هواپیما در دو جلسه مختلف با آزمون ویلکاکسون

	وضعیت	تعداد	میانگین رتبه	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله هواپیما	امتیاز پیش آزمون > امتیاز پس آزمون	۰	۰	-۷.۳۳	۰.۰۰۰
	امتیاز پیش آزمون< امتیاز پس آزمون	۷۰	۳۵.۵		

با توجه به جدول بالا مشاهده می‌شود که سطح معناداری کمتر از ۰.۰۵ است یعنی میانه امتیازات مسئله هواپیما در پیش آزمون و پس آزمون تفاوت معنی‌داری با هم دارند به طوری که امتیازات مسئله هواپیما در گروه آزمایش، در جلسه پس آزمون نسبت به پیش آزمون بیشتر است.

مقایسه مسئله هواپیما در پس آزمون بین گروه آزمایش و کنترل

به منظور مقایسه امتیازات مسئله هواپیما در جلسه پس آزمون در گروه آزمایش و کنترل، ابتدا با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، نرمال بودن امتیازات در دو گروه مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول زیر ارائه شده است :

جدول ۱۲ : نتایج بررسی نرمال بودن امتیازات مسئله هواپیما توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف به تفکیک دو گروه

	گروه	میانگین	انحراف معیار	آماره آزمون	درجه آزادی	سطح معنی دار
مسئله هواپیما در پس آزمون	آزمایش	۳.۸۵	۱.۵۳	۰.۳۸۸	۷۰	۰.۰۰۰
	کنترل	۰.۸۷	۱.۲۰	۰.۲۶۱	۹۲	۰.۰۰۰

نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهد که سطح معنی دار آزمون کمتر از ۰.۰۵ است و بنابراین فرضیه صفر آزمون مبنی بر نرمال بودن توزیع داده‌ها، رد می‌شود یعنی توزیع متغیر هواپیما در دو گروه، نرمال نیست.

باتوجه به نرمال نبودن متغیر امتیاز مسئله هواپیما در دو گروه، مجوز استفاده از آزمون پارامتری تی دو نمونه مستقل وجود ندارد و می‌توان از معادل ناپارامتری این آزمون، یعنی آزمون من-ویتنی استفاده کرد که نتایج آن در جدول ۱۳ ارائه می‌شود:

جدول ۱۳: نتایج مقایسه میانگین مسئله هواپیما در دو جلسه مختلف با آزمون من-ویتنی

	گروه	تعداد	میانگین رتبه	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله هواپیما	آزمایش	۷۰	۱۲۰.۶۱	۴۸۲	۰.۰۰۰
	کنترل	۹۲	۵۱.۷۴		

با توجه به جدول بالا مشاهده می‌شود که سطح معنی‌داری کمتر از ۰.۰۵ است یعنی امتیازات مسئله هواپیما در گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنی‌داری با هم دارند به طوری که امتیازات مسئله هواپیما در گروه آزمایش، به طور معنی داری نسبت به گروه کنترل بیشتر است.

مقایسه مسئله میان بر در پس آزمون بین گروه آزمایش و کنترل

به منظور مقایسه امتیازات مسئله میان بر در جلسه پس آزمون در گروه آزمایش و کنترل، ابتدا با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، نرمال بودن امتیازات در دو گروه مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۴ ارائه شده است :

جدول ۱۴: نتایج بررسی نرمال بودن امتیازات مسئله میان بر توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف به تفکیک دو گروه

	گروه	میانگین	انحراف معیار	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله میان بر در پس آزمون	آزمایش	۴.۲۳۳	۱.۳۸۷۰	۰.۴۱۳	۰.۰۰۰
	کنترل	۰.۷۷۷	۱.۶۰۲۵	۰.۴۰۴	۰.۰۰۰

نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهد که سطح معنی دار آزمون کمتر از ۰.۰۵ است و بنابراین فرضیه صفر آزمون مبنی بر نرمال بودن توزیع داده‌ها، رد می‌شود یعنی توزیع متغیر مسئله میان بر در دو گروه، نرمال نیست.

باتوجه به نرمال نبودن متغیر امتیاز مسئله میان بر در دو گروه، مجوز استفاده از آزمون پارامتری تی دو نمونه مستقل وجود ندارد و می‌توان از معادل ناپارامتری این آزمون، یعنی آزمون من-ویتنی استفاده کرد که نتایج آن در جدول ۱۵ ارائه می‌شود:

جدول۱۵: نتایج مقایسه میانگین مسئله میان بر در دو جلسه مختلف با آزمون من-ویتنی

	گروه	تعداد	میانگین رتبه	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله میان بر	آزمایش	۷۰	۱۲۵.۰۴	۶۴۵	۰.۰۰۰
	کنترل	۹۲	۵۳.۵۱		

با توجه به جدول بالا مشاهده می‌شود که سطح معنی‌داری کمتر از ۰.۰۵ است یعنی امتیازات مسئله میان بر در گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنی‌داری با هم دارند به طوری که امتیازات مسئله میان بر در گروه آزمایش، به طور معنی داری نسبت به گروه کنترل بیشتر است.

مقایسه مسئله دوزیرکانه در پس آزمون بین گروه آزمایش و کنترل

به منظور مقایسه امتیازات مسئله دوزیرکانه در جلسه پس آزمون در گروه آزمایش و کنترل، ابتدا با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، نرمال بودن امتیازات در دو گروه مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۶ ارائه شده است :

جدول ۱۶: نتایج بررسی نرمال بودن امتیازات مسئله دوزیرکانه توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف به تفکیک دو گروه

	گروه	میانگین	انحراف معیار	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله دوزیرکانه در پس آزمون	آزمایش	۲.۹۲۶	۱.۴۳۱۹	۰.۱۲۴	۰.۰۰۰
	کنترل	۰.۲۷۲	۰.۷۱۲۶	۰.۴۲۰	۰.۰۰۰

نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهد که سطح معنی دار آزمون کمتر از ۰.۰۵ است و بنابراین فرضیه صفر آزمون مبنی بر نرمال بودن توزیع داده‌ها، رد می‌شود یعنی توزیع متغیر دوزیرکانه در دو گروه، نرمال نیست.

باتوجه به نرمال نبودن متغیر امتیاز مسئله دوزیرکانه در دو گروه، مجوز استفاده از آزمون پارامتری تی دو نمونه مستقل وجود ندارد و می‌توان از معادل ناپارامتری این آزمون، یعنی آزمون من-ویتنی استفاده کرد که نتایج آن در جدول زیر ارائه می‌شود:

جدول ۱۷: نتایج مقایسه میانگین مسئله دوزیرکانه در دو جلسه مختلف با آزمون من-ویتنی

	گروه	تعداد	میانگین رتبه	آماره آزمون	سطح معنی دار
مسئله دوزیرکانه	آزمایش	۷۰	۱۲۸.۶۴	۳۵۳.۵	۰.۰۰۰
	کنترل	۹۲	۵۰.۳۴		

با توجه به جدول ۱۷ مشاهده می‌شود که سطح معنی‌داری کمتر از ۰.۰۵ است یعنی امتیازات مسئله دوزیرکانه در گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنی‌داری با هم دارند به طوری که امتیازات مسئله دوزیرکانه در گروه آزمایش، به طور معنی داری نسبت به گروه کنترل بیشتر است.

بررسی مقایسه میزان علاقه دانش‌آموزان در طی جلسات اول تا هفتم

برای بررسی و مقایسه‌ی سه سوال پرسشنامه علاقه ریاضی از آزمون فریدمن استفاده شد. جدول ۱۸ نتایج این آزمون را در جلسات مورد مطالعه نشان می‌دهد.

جدول ۱۸ : مقایسه نتایج هریک از سوالات علاقه در جلسات مورد مطالعه

	میانگین رتبه علاقه		
	سوال۱	سوال۲	سوال۳
جلسه اول	۱.۹۳	۱.۵۹	۱.۷۴
جلسه سوم	۳.۶۹	۳.۵۹	۳.۵۷
جلسه چهارم	۳.۹۰	۳.۹۵	۴.۰۷
جلسه پنجم	۳.۸۶	۴.۰۱	۳.۸۰
جلسه ششم	۳.۹۷	۳.۹۱	۳.۶۹
جلسه هفتم	۳.۶۴	۳.۹۴	۴.۱۳
آماره آزمون	۹۳.۳۹۳	۱۰۳.۲۹۴	۸۹.۶۵۲
درجه آزادی	۵	۵	۵
سطح معنی داری	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰

با توجه به نتایج به دست آمده، مشاهده می‌شود که: برای سوال‌های مربوط به علاقه، در هر سه سوال، تفاوت معنی‌داری بین میانگین رتبه‌ها در جلسات مورد مطالعه مشاهده می‌شود، به طوری که کمترین نمره در جلسه اول گرفته شده است و پس از آن نمرات افزایش داشته است. این نشان می‌دهد که میزان علاقه در جلسات مورد بررسی، افزایش داشته است.

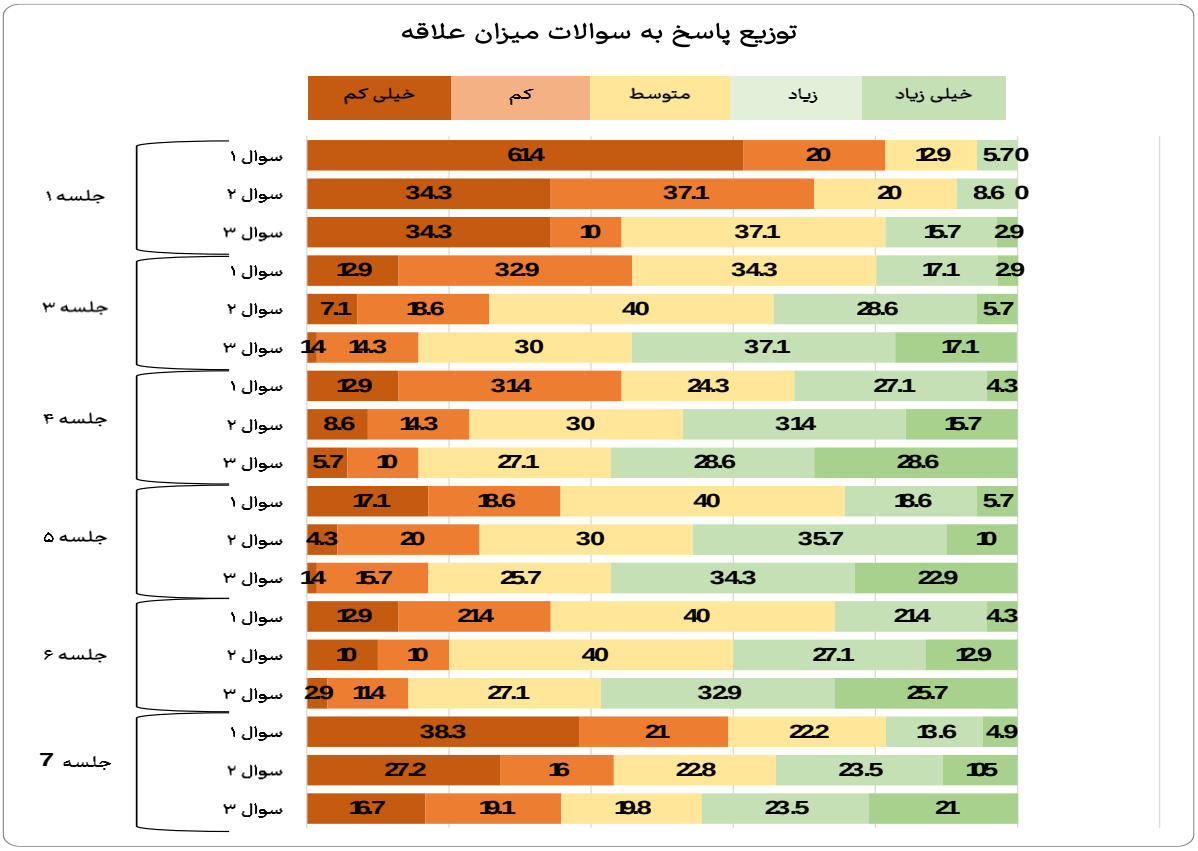
در هفت جلسه پیاپی، میزان علاقه در گروه آزمایش و در جلسه هفتم برای هر دو گروه کنترل و آزمایش سنجیده شد، در ادامه در جدول ۱۹، توزیع پاسخ به سوالات میزان علاقه در طی هفت جلسه ارائه شده است.

جدول ۱۹ توزیع پاسخ به سوالات میزان علاقه در جلسات مختلف

جلسه	سوال	خیلی کم		کم		متوسط		زیاد		خیلی زیاد	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
۱	۱	۴۳	%۶۱/۴	۱۴	%۲۰/۰	۹	%۱۲/۹	۴	%۵/۷	۰	%۰/۰
	۲	۲۴	%۳۴/۳	۲۶	%۳۷/۱	۱۴	%۲۰/۰	۶	%۸/۶	۰	%۰/۰
	۳	۲۴	%۳۴/۳	۷	%۱۰/۰	۲۶	%۳۷/۱	۱۱	%۱۵/۷	۲	%۲/۹
۳	۱	۹	%۱۲/۹	۲۳	%۳۲/۹	۲۴	%۳۴/۳	۱۲	%۱۷/۱	۲	%۲/۹
	۲	۵	%۷/۱	۱۳	%۱۸/۶	۲۸	%۴۰/۰	۲۰	%۲۸/۶	۴	%۵/۷
	۳	۱	%۱/۴	۱۰	%۱۴/۳	۲۱	%۳۰/۰	۲۶	%۳۷/۱	۱۲	%۱۷/۱
۴	۱	۹	%۱۲/۹	۲۲	%۳۱/۴	۱۷	%۲۴/۳	۱۹	%۲۷/۱	۳	%۴/۳
	۲	۶	%۸/۶	۱۰	%۱۴/۳	۲۱	%۳۰/۰	۲۲	%۳۱/۴	۱۱	%۱۵/۷
	۳	۴	%۵/۷	۷	%۱۰/۰	۱۹	%۲۷/۱	۲۰	%۲۸/۶	۲۰	%۲۸/۶
۵	۱	۱۲	%۱۷/۱	۱۳	%۱۸/۶	۲۸	%۴۰/۰	۱۳	%۱۸/۶	۴	%۵/۷
	۲	۳	%۴/۳	۱۴	%۲۰/۰	۲۱	%۳۰/۰	۲۵	%۳۵/۷	۷	%۱۰/۰
	۳	۱	%۱/۴	۱۱	%۱۵/۷	۱۸	%۲۵/۷	۲۴	%۳۴/۳	۱۶	%۲۲/۹
۶	۱	۹	%۱۲/۹	۱۵	%۲۱/۴	۲۸	%۴۰/۰	۱۵	%۲۱/۴	۳	%۴/۳
	۲	۷	%۱۰/۰	۷	%۱۰/۰	۲۸	%۴۰/۰	۱۹	%۲۷/۱	۹	%۱۲/۹
	۳	۲	%۲/۹	۸	%۱۱/۴	۱۹	%۲۷/۱	۲۳	%۳۲/۹	۱۸	%۲۵/۷

جلسه	سوال	خیلی کم		کم		متوسط		زیاد		خیلی زیاد	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
۷	۱	۶۲	%۳۸/۳	۳۴	%۲۱/۰	۳۶	%۲۲/۲	۲۲	%۱۳/۶	۸	%۴/۹
	۲	۴۴	%۲۷/۲	۲۶	%۱۶/۰	۳۷	%۲۲/۸	۳۸	%۲۳/۵	۱۷	%۱۰/۵
	۳	۲۷	%۱۶/۷	۳۱	%۱۹/۱	۳۲	%۱۹/۸	۳۸	%۲۳/۵	۳۴	%۲۱/۰

در هر جلسه، توزیع پاسخ‌ها در سطوح مختلف علاقه بررسی شده است. برای مثال، در جلسه اول، بیشترین فراوانی پاسخ‌ها مربوط به سطح خیلی کم و کمترین فراوانی مربوط به سطح خیلی زیاد است. در جلسات بعد، این الگوها تغییر کرده است که نشان‌دهنده تغییر در میزان علاقه شرکت‌کنندگان به برنامه در طول زمان است. همچنین، شکل۸ توزیع پاسخ به سوالات میزان علاقه در جلسات مختلف را برحسب درصد نشان می‌دهد.



شکل ۸ : توزیع پاسخ به سوالات میزان علاقه در جلسات مختلف برحسب درصد

نتایج سوالات مصاحبه‌ی نیمه ساختاریافته

همان‌طور که در بالا اشاده شد، برای بررسی نظرات دانش‌آموزان و کسب اطلاعات بیشتر درباره‌ی سؤالات مدل‌سازی و تاثیر آن بر روی علاقه آن‌ها از یک مصاحبه نیمه ساختار یافته بر روی تعدادی از دانش‌آموزان با سه سطح عملکردی، ضعیف، متوسط و قوی در ریاضی، استفاده شد. دانش‌آموزان به صورت داوطلبانه خواستار شرکت در مصاحبه شدند که به طور هدفمند آن‌ها انتخاب شدند. سوالات این مصاحبه عبارتند از:

- نظر و احساس شما درباره ی مسائل مدل سازی با راه حل‌های چندگانه چیست؟

- آیا مسائل مدل سازی در علاقه مندی شما به درس ریاضی موثر است؟

در مصاحبه نیمه ساختار یافته از هر سه کلاسِ در گروه آزمایش، سه دانش آموز از سطوح مختلف شامل دانش آموز با عملکرد قوی و متوسط و ضعیف انتخاب شدند و با آنان مصاحبه ای صورت گرفته شد. هم‌چنین، صدای مصاحبه کنندگان ضبط و مستند شد که در پایان این فایل ضمیمه می‌گردد.

از آنجائی که سوالات نیمه ساختار یافته بودند، دانش‌آموزان به سادگی به بیان احساسات خود پرداختند. مصاحبه گر یعنی نویسنده اول این پژوهش، پاسخ‌های دانش‌آموزان به سوالات را هدایت کرده و هر جا لازم بود برای شفاف شدن صحبت‌های آن‌ها سوالات دیگر می‌پرسید. خلاصه‌ای از نظرات دانش‌آموزان در جدول ۲۰ گنجانده شده است.

*جدول ۲۰: نتایج حاصل از مصاحبه درباره‌ی علاقه

کلاس / عملکرد دانش آموز	۱	۲	۳
ضعیف	دانش آموز ضعیف کلاس ۱	دانش آموز ضعیف کلاس ۲	دانش آموز ضعیف کلاس ۳
متوسط	دانش آموز متوسط کلاس ۱	دانش آموز متوسط کلاس ۲	دانش آموز متوسط کلاس ۳
قوی	دانش آموز قوی کلاس ۱	دانش آموز قوی کلاس ۲	دانش آموز قوی کلاس ۳

"اول اینکه از آن مسئله ای که خشک بود و واقعی نبود و اینکه همیشه دنبال چیز غیر واقعی که هیچ وقت قرار نیست اتفاق بیفتد بودیم و در آخر هیچ سود و نفعی برای ما نداشت در آمده بود و به نظر من خیلی این‌ها قشنگ بود که مثلا می‌توانستم درکش بکنم و خیلی وقت‌ها می‌توانستم از آن استفاده بکنم.

من که همیشه کسی بودم که هیچ وقت ریاضی را دوست نداشتم و همیشه جزو درس‌هایی بوده که سر کلاس آرام نبودم و تنش در من ایجاد می‌کرده. ولی با این مسائل واقعا حس بهتری نسبت به ریاضی پیدا کردم."

"همیشه می‌گفتم این درکجا به درد ما می‌خورد ؟چون فهمیدم اصلاً این ریاضی را برای چه می‌خوانیم. خیلی از موارد می‌توانیم از آن در زندگی روزمره استفاده کنیم. به خاطر همین علاقه‌ام به ریاضی بیشتر شد."

"چون مسائل مدل‌سازی در مورد واقعیت است، نسبت به مسائلی که در خود کتاب درسی‌مان است که معمولاً یک سری از آن‌ها از واقعیت دور است، لذت‌بخش‌تر است و این‌که می‌توانیم مثلاً چندگانه در این باره ایده‌های مختلف دهیم، خیلی بهتر است چون که هر کسی یک ایده‌ای دارد در یک موضوعی و اینکه می‌توانیم همه‌ی ما آن را مطرح کنیم و با همدیگر آن مسئله را حل کنیم و این خیلی بهتر است.

در مورد علاقه‌ی من به ریاضی، میزان علاقه‌ام تقریباً یک حالت متوسط بود. ولی برای مدل‌سازی چون به واقعیت نزدیک‌تر شده است، یک مقدار باعث شد که علاقم بیشتر شود."

"من از کلا دبستان در ریاضی خیلی ضعیف بودم و خیلی علاقه نداشتم ولی چون در حل مسائل با راه حل چندگانه استرس نداشتم، خب برام جالب بود.

مسائل مدل‌سازی باعث شد در این چند وقت یک ذره حسم نسبت به ریاضی بهتر شود. "

"این مسائلی که شما برای ما آوردید خیلی برای ما کاربرد داشت و به نحوی ریاضی را برای ماجذاب‌تر کرد.

در تغییر علاقه من یک مقداری اثر داشته ولی به نظر من مثلا اگر دبستان این را با ما کار می‌کردند درحال حاضر علاقمندی من بیشتر بود چون در این چند جلسه علاقه من بیشتر شده"

"اگر بخواهم در مورد مدل‌سازی و راه‌حل‌های چندگانه بگویم، اینکه در زندگی روزمره‌ی ما تأثیر دارد، یک نقطه‌ی مثبت آن است. از مسئله‌های عادی کتاب که اکثراً به کارمان نمی‌آید خیلی بهتر است. از اول از ریاضی بدم نمی‌آمد، بعد از این مسئله‌های مدل‌سازی، برایم جالب شد. من از کار گروهی خیلی لذت بردم."

"موقع حل کردن خسته نمی‌شدم و لذت می‌بردم. علاقه ام هم بیشترشده.

مسائلی که داده از دست رفته داشتند و من خودم داده می‌دادم تا حل بشوند برایم جذاب بود."

"این برای من خیلی جذاب بود چون کلاً مسائل روزمره زندگی ما بود خیلی برای من جذاب بود و علاقه ام را بیشتر کرده."

"من از قبل علاقه‌ی زیادی نسبت به ریاضی داشتم و این مسائل مدل‌سازی خیلی علاقه ام را بیشتر کرده ، چون در زندگی عادی هم خیلی برایم کاربرد داشت. چون راه‌حل‌های چندگانه داخل گروه صورت می‌گیرد و هرکسی نظر خودش را ارائه می‌دهد، خیلی فضای شاد و بهتری را ایجاد می‌کند و من خیلی بیشتر درس را یاد می‌گیرم."

باتوجه به نتایج استخراج شده و مقوله‌هایی که از مصاحبه استنباط می‌شود، می‌توان گفت این مسائل برای دانش‌آموزان جالب و سرگرم‌کننده بودند. همچنین کار درگروه‌های کوچک برای حل مسائل مدل‌سازی، درمیزان علاقه‌ی دانش‌آموزان تاثیرگذار بوده است. از طرف دیگر، پاسخ باز بودن سوالات مدل‌سازی که ارائه راه حل‌های مختلف توسط دانش‌آموزان شده را در پی داشت، باعث احساس رضایتمندی در آن‌ها شده بود. بنابراین، همه‌ی این عوامل در نهایت موجبات افزایش علاقه دانش‌آموزان را فراهم کرده است.

بحث

این مطالعه با هدف بررسی ظرفیت آموزش راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل سازی به صورت کار در گروه‌های کوچک همکاری، بر روی توسعه‌ی علاقه ریاضی دانش‌آموزان وتاثیر آن بر عملکرد ریاضی آنها، انجام گرفت. در این بخش پس از پاسخ به سؤالات تحقیق، توصیه‌های آموزشی ارائه شده است و سپس سؤالاتی برای تحقیقات آینده مطرح می‌شود. سوال این تحقیق عبارتند از:

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر علاقه دانش‌آموزان دارد؟

استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری چه تاثیری بر پیشرفت عملکرد دانش-آموزان دارد؟

پرسش اصلی این مقاله دو بخش دارد.بخش اول، درباره‌ی آموزش صریح فرآیند حل مسئله مدل‌سازی است. با توجه به وجود مسائل مدل‌سازی در برنامه درسی استاندارد، آیا ضروری است که فرآیند حل مسائل مدل‌سازی را بر اساس یک توالی ساختاریافته به صورت صریح به دانش‌آموزان آموزش دهیم؟ علاوه بر این، میزان تفاوت در متغیرهایی مانند عملکرد یادگیری یا علاقه به ریاضیات بین دانش‌آموزانی که این آموزش صریح و متوالی را دریافت می‌کنند و دانش‌آموزانی که دریافت نمی‌کنند، چقدر است؟ بخش کلیدی دوم به رویکرد راه‌حل‌های چندگانه می‌پردازد. از آنجایی که کتاب‌های درسی ریاضی ایران این رویکرد را از پایه اول به دانش‌آموزان معرفی می‌کنند، آیا دانش‌آموزان می‌توانند به طور مؤثر این رویکرد را در مسائل مدل‌سازی پیچیده به کار گیرند؟ به طور خاص، چه تفاوت‌هایی در متغیرهایی مانند عملکرد و علاقه بین دانش‌آموزانی که از یک استراتژی ترکیبی از رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی استفاده می‌کنند و دانش‌آموزانی که استفاده نمی‌کنند، وجود دارد؟ در ادامه، اثربخشی به کارگیری این رویکردهای ترکیبی را در گروه آزمایشی، با جزئیات توضیح خواهند داد.

نتایج آماری نشان می‌دهد که آموزش استفاده از راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل سازی شده ریاضی تأثیر مثبتی بر روی علاقه ریاضی دانش‌آموزان داشته است. از طرف دیگر تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از مصاحبه، نتایج آماری را تایید می‌کند. دانش‌آموزان صراحتاً بیان کرده‌اند که آشنایی با مسائل مدل سازی ریاضی باعث شده است تا دید وسیع‌تر و بهتری نسبت به ریاضی

پیدا کنند و ریاضی را فراتر از فرمول و محاسبه بدانند. در این راستا براک۲۸ و گایگر۲۹ (۲۰۱۱) نیز، با آموزش مسائل مدل سازی به دانش‌آموزان ۱۵ - ۱۴ ساله ادعا می‌کنند که آشنایی و کار با مسائل مدل سازی بهبود علاقه آنها را در درس ریاضی به همراه داشته است.

در این مطالعه همچنین به بررسی تاثیرات استفاده از راه حل‌های چند گانه، به صورت سوالات باز پاسخ، در پیشرفت عملکرد دانش‌آموزان پرداخته شد. نتایج نشان داد که علاوه بر افزایش میزان علاقه دانش‌آموزان، عملکرد آن‌ها به طرز چشم‌گیری در گروه آزمایش افزایش پیدا کرده است. این نتیجه با یافته‌های فرا تحلیل کاپار۳۰ و تاریم31 (۲۰۱۵) مطابقت دارد؛ آن‌ها گزارش دادند که یادگیری مشارکتی در مقایسه با روش‌های آموزشی سنتی، به طور مثبتی به پیشرفت تحصیلی در ریاضیات کمک می‌کند. بنابراین به کارگیری مسائل باز پاسخ با راه حل‌های چندگانه در قالب کار گروهی می‌تواند مهم‌ترین بخش آموزشی این مقاله باشد که برای معلمان و طراحان برنامه درسی الهام بخش خواهد بود. استفاده از این روش برای نائل شدن به روش مورد علاقه آموزش ریاضی در دانش‌آموزان باشد. استفاده از راه‌حل‌های چندگانه در حل مسائل مدل‌سازی شده باز پاسخ، در محیط کلاس درس، حین انجام فعالیت‌های دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک کلاسی، شیوه نوینی در پاسخ به کارآمدی آموزش ریاضی است. در تجربه چنین محیطی که دانش‌آموز، به تنهایی مسئول ساخت دانش خود است، ضمن ایجاد ارتباط موثر با هم‌کلاسی‌های خود به تعاملات اجتماعی پرداخته و در کنار تجربه‌های یادگیری، شوق و انگیزشی عمیق تر نسبت به خود و مسائل خود نشان می‌دهد که بر توانمندی‌ها و بهبود عملکرد آنها موثر است(غلامی، ۱۳۹۶، رحیمی و همکاران، ۱۳۹۵).

در حالی که پژوهش‌های پیشین (مانند اسکایجلو و همکاران، ۲۰۲۳) عمدتاً بر موانع شناختی تمرکز داشتند، مطالعه حاضر با یکپارچه‌سازی رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی ریاضی باز پاسخ، مسائلی که داده از دست رفته دارند یا مسائلی که داده اضافه دارند یا حتی مسائلی که نه داده از دست رفته دارند و نه داده اضافه، نوآوری قابل توجهی را ارائه می‌دهد. علاوه بر این، استفاده از کار گروهی مشارکتی کوچک در این تحقیق، این امکان را فراهم کرد که دامنه متغیرهای مورد بررسی فراتر از عملکرد گسترش یابد و شامل سازه‌های عاطفی مهمی مانند علاقه به ریاضیات نیز شود. نتایج کمی و کیفی این پژوهش نشان می‌دهد که آموزش راه حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی و کار درگروه‌های کوچک همکاری، باعث علاقه‌ی بیشتر دانش‌آموزان نسبت به ریاضی شد. در واقع، وقتی دانش‌آموزان اهداف یک کار گروهی را دنبال می‌کنند، احساس می‌کنند پیشرفت داشته‌اند و همین احساس پیشرفت و مطرح کردن ایده‌های خود در محیط گروه در جامعه کلاس منجر به خوشنودی، کاهش احساسات منفی و افزایش علاقه در آنان می‌شود و همین عامل باعث شده تا به اندازه‌ی کافی این مسائل برای آنها جالب باشد و عمیقاً درگیر حل این دسته از مسائل ریاضی شوند. همچنین مشاهده شد که تفاوت معنا داری بین سنجش علاقه و پیشرفت جلسه اول آموزشی و در پایان اجرای پروژه برقرار است که این نتایج مثبت و قابل توجه است. محیط‌های یادگیری مشارکتی می‌تواند بستر مناسبی برای بروز احساسات

28 Bracke

29 Geiger

30 Capar

31 Tarim

مثبت در دانش‌آموزان باشند (پرهیزگار و همکاران، ۱۳۹۹). درخصوص محیط‌های آموزشی دانش آموز – محور، مطالعات گذشته (اسکایجلو و همکارانش، ۲۰۱۲)، نیز بر تأثیر چنین محیط‌هایی تأکید ویژه‌ای داشته‌اند. عامل مهمی که بر علاقه تأثیر گذار است، محیط و محرک‌های بیرونی است. جو روانشناختی محیط یادگیری کلاس و حمایت معلم تأثیرات معناداری بر روی رفتارهای یادگیری دانش‌آموزان و جهت گیری هدف آنان دارد (ایمز، ۱۹۹۲). نتایج حاصل از مصاحبه‌های به عمل آمده از دانش‌آموزان در این تحقیق نیز بیانگر همین امر هستند.

نتیجه‌گیری

این پژوهش به طور قطعی اثربخشی یک رویکرد آموزشی یکپارچه را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که آموزش صریح توالی هفت مرحله‌ای مدل‌سازی همراه با رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در مسائل مدل‌سازی با پاسخ باز، منجر به بهبود قابل توجه و قابل اندازه‌گیری در عملکرد دانش‌آموزان گروه آزمایشی شده است. علاوه بر این، کار درگروه‌های کوچک همکاری که تعاملات اجتماعی را در محیط یادگیری تسهیل کرد، به طور مثبتی بر متغیرهای عاطفی تأثیر گذاشت و در نتیجه افزایش قابل ملاحظه‌ای در علاقه به ریاضیات به همراه داشت. این مطالعه حاکی از یک رابطه دوسویه بین این متغیرهای اصلی است :عملکرد بهبودیافته احتمالاً به افزایش علاقه کمک کرده، در حالی که افزایش علاقه نیز به طور همزمان عملکرد بیشتر را تقویت کرده است؛ هر دو جزء به طور مؤثر در چارچوب کار گروهی مشارکتی پرورش یافته‌اند. نوآوری محوری این کار در مداخله ترکیبی آن نهفته است؛ یعنی ادغام همزمان رویکرد راه‌حل‌های چندگانه و آموزش صریح مدل‌سازی در یک محیط گروهی مشارکتی کوچک. این ترکیب، نتایج مثبتی را در گروه آزمایشی به همراه داشت. نکته مهم این است که در حالی که اجزای این مداخله اغلب به صورت مجزا مورد مطالعه قرار می‌گیرند، این پژوهش شواهد تجربی مبنی بر تأثیر سودمند کاربرد ترکیبی آن‌ها بر متغیرهای مورد بررسی را ارائه می‌دهد. نوآوری دیگر استفاده از مسائل مدل‌سازی با پاسخ باز است که به مهارت‌های حل مسئله سطح بالا نیاز داشتند. این مسائل یا دارای داده‌های از دست رفته بودکه از دانش‌آموزان خواسته شد فرضیه‌سازی کنند و یا دارای داده‌های اضافی/نامربوط بودند که از آن‌ها خواسته شد اطلاعات نامرتبط را شناسایی و نادیده بگیرند. مسائل استاندارد دیگری (بدون داده‌های مفقود یا اضافی) نیز ارائه شدند که تشخیص نوع این مسائل بر عهده دانش‌آموزان بود. داده‌های جامع و گزارش‌های این مطالعه می‌تواند به عنوان یک راهنمای استراتژی مؤثر برای معلمان در شیوه‌های آموزشی‌شان مورد استفاده قرار گیرند.

محدودیت‌های پژوهش و پیشنهادات

در این مطالعه دشواری‌های دانش‌آموزان در حل مسائل مدل‌سازی ریاضی با راه‌حل‌های چندگانه مورد تجزیه وتحلیل قرار گرفت. بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده و مشاهدات نویسنده اول که مجری اصلی این پژوهش می‌باشد، دشواری‌هایی شناسایی شدند که در نظر گرفتن آن‌ها به عنوان محدودیت‌های تحقیق برای کمک به استفاده موثر از این مسائل در کلاس درس و یا بهتر اجرا شدن تحقیقات آینده ضروری به نظر می‌رسد. نخست آنکه دانش‌آموزان با دشواریهایی روبرو بودند که مربوط به فعالیتهای شرح داده شده در مسائل مدل سازی بود. فرآیند حل مسئله دانش‌آموزان بدین دلیل با مانع مواجه شد که درک درستی از معنای برخی اصطلاحات این تکلیف یا فعالیت نداشتند. از طرف دیگر درک آنان از شرایط واقعی ، برآورد داده‌های مفقودی و بسط مدل ریاضی درست نبوده است.

همه دانش‌آموزان تمایل داشتند از یک روش ریاضی (به عنوان مثال قضیه فیثاغورس) برای حل مسئله استفاده کنند. برخورداری از دانش خوب اولیه از قضیه فیثاغورس می‌توانست برانتخاب رویه ریاضی آنان تاثیر بگذارد. ولی زمانی که به مطرح کردن ایده‌های متفاوت خود می‌پرداختند اغلب ترغیب می‌شدند تا راه حلی را ارائه دهند که با سایر همکلاسی‌هایشان متفاوت باشند. روشن کردن چراغ این نوع ایده پردازی و بیان آزادانه آنها کاری دشوار بود. دانش‌آموزان بطور نسبی فعالیت‌های حل موضوعی مسائلی را که درآن طرح قضیه فیثاغورس لازم بود، پیش از اینکه این تحقیق اجرا شود را از قبل بلد بودند؛ در برخورد با مسائلی که داده‌ی از دست رفته داشتند، قدرت انتخاب شجاعانه داده‌های جایگزین، اما مناسب به آنها داده می‌شد که این خود به هیجان و علاقه آنها جهت انجام این قبیل فعالیت‌ها می‌افزود. دانش‌آموزان برای بسط راه حل‌های متفاوت ازیک مسئله در مسائلی که داده از دست رفته داشتند یا داده‌های اضافی داشتند، دارای انگیزه شدند. برانگیختن این انگیزه پیش شرط مهم دریادگیری است. با فرض این که شرایط مطلوب برای نحوه مواجهه با راه حل‌های چند گانه درکلاس موجود بود. اغلب دانش‌آموزانی که راه حل اول را پیدا کرده بودند قادر به یافتن راه حل دوم یا سوم آن هم با تغییر فرضیات صورت مسائل می‌شدند.

در این میان برخی از دانش‌آموزان نتایج ریاضی خود را ارائه نکردند، یا حتی آنها راه حل‌های دیگران را هم با یکدیگر مقایسه نکردند و مشابهات یا تفاوتهایشان را نیز منعکس نکردند. در مجموع با آنکه بیشتر دانش‌آموزان از مطرح کردن راه‌حل‌های خود خوشحال بودند اما بعضی‌ها همکاری‌های لازم جهت تجربه‌های مشترک را نداشتند.

اینکه چگونه معلمان می‌توانند درانجام اینکار درکلاس، در یک مسئله مدل‌سازی باز پاسخ موفق شوند، یکی از محدودیت‌های این تحقیق است که نیازمند تحقیق بیشتری است.

همچنین، در انجام فعالیت‌های گروهی، فعال نگه داشتن دانش آموز کار دشوار و طاقت فرسایی هست. بعضی دانش‌آموزان در زیر سایه گروه، تمایل به از زیر کار در رفتن، داشتند و مسئولیت‌های خود را تحت عنوان کار گروهی، به عهده دیگران می‌انداختند و پاسخ‌ها را رونویسی می‌کردند. بنابراین، این مسئله نیز یکی از محدودیت‌های این تحقیق به شمار می‌رود که تحقیقات آتی باید راهبردهایی برای شرکت کردن همه‌ی اعضای گروه در نظر بگیرد.

تنها چند مسئله مدل سازی به دانش‌آموزان ارائه شد و داده‌ها محدود به یک نمونه کوچک که شامل سه کلاس درگروه آزمایش بودند. افزایش تعداد دانش‌آموزان برای اثبات نتایج این مطالعه از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

علاوه بر این، بر اساس یافته‌های این پژوهش به نظر می‌رسدیکپارچه‌سازی رویکرد راه‌حل‌های چندگانه در حل مسئله، به ویژه برای مسائل مدل‌سازی، در صورت اجرا در پایه‌های تحصیلی پایین‌تر، اثربخشی بلندمدت بیشتری خواهد داشت. اگرچه این مطالعه به دلیل در دسترس بودن منابع با دانش‌آموزان پایه نهم انجام شد، اما تحقیقات آتی باید به بررسی کاربرد این رویکرد در دبستان، به طور خاص پایه‌های پنجم یا ششم بپردازد. همچنین، نقش جنسیت می‌تواند یک متغیر مرتبط باشد و بررسی تأثیرات احتمالی آن ضرورت دارد. این پژوهش منحصراً شامل دانش‌آموزان دختر پایه نهم از دو مدرسه معادل در تهران بود؛ بنابراین، مطالعات تطبیقی در سایر مناطق آموزشی ارزشمند خواهد بود. در نهایت، سایر متغیرها مانند اندازه کلاس، علاقه پیشین و استفاده از ابزارهای هوش مصنوعی (AI) ممکن است بر عملکرد و مؤلفه‌های یادگیری تأثیر بگذارند و باید در تحقیقات بعدی مورد بررسی قرار گیرند.

در آخر با توجه به نتایج این پژوهش، برخی برداشت‌های آموزشی بیان می‌شود که بهتر است در آموزش ریاضی کشور در نظر گرفته شوند. با توجه به نتایج این تحقیق به نظر می‌رسد دانش‌آموزان از این قبیل مسائل یعنی مسائل مدل‌سازی شده، لذت بیشتری می‌برند و به این دسته مسائل علاقه بیشتری دارند و اذعان داشتند که تمایل دارند مسائل کتاب‌های درسی شان نیز چنین تجاربی را در اختیارشان قرار دهد. از این رو پیشنهاد می‌گردد بازنگری‌های عمیق تری به کتاب‌های درسی شود و به مسائل مدل‌سازی بیشتری در کتاب درسی پرداخته شود.

طبق گفته دانش‌آموزان، ساخت دانش توسط فرد در حین انجام گروهی از لذت بخش ترین بخش انجام این تحقیق بود و علاقه در آنان را افزایش داده است. مشاهده فعالیتهای سازنده گرایی و رشد فردی اجتماعی آنان در حین انجام فعالیت‌های گروهی، بخش مورد نیاز آموزش در مدارس ایران است که فراهم کردن چنین محیط‌هایی جهت رشد و تغییر سازنده و کارآمد، توصیه می‌شود.

تشکر و قدردانی

خدایا متشکرم که این موهبت را به من بخشیدی. موهبت معلمی. این تحقیق تقدیم به فرزندان سرزمینم که همواره از اینکه معلمی را در کنار آنها تجربه کردم، مدیون بودنشان و انگیزه تغییر من، برای هر روز معلم بهتر شدن، بودند. این تحقیق را تقدیم می کنم به دو فرزندم علی و آتنا. در این مسیر از افرادی که کمک کردند تا این تحقیق به سرانجام برسد تشکر می کنم. از خانم دکتر نسیم اصغری استاد راهنما و از خانم دکتر لیلا گلشنی استاد مشاور و دیگر اساتید عزیزی که در این امر مرا یاری کردند.

Refrences

Ainley, M., Hidi, S., & Berndorff, D. (2002). Interest, learning, and the psychological processes that mediate their relationship. Journal of educational psychology, 94(3), 545. https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.3.545

Becker, J. P., & Shimada, S. (Ed.). (1997). The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser,W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), Trends in teaching and learning mathematical modelling(pp. 15 -30). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. Educational studies in mathematics, 22(1), 37-68. https://doi.org/10.1007/BF00302716

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.). (2007). Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study. Boston, MA: Springer US.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Sugarloaf” and the DISUM Project. In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S.

Khan (Eds.), Mathematical modelling (ICTMA12) — Education, engineering and economics (pp. 222 – 231). Horwood: Chichester.

Bracke, M., & Geiger, A. (2011). Real-world modelling in regular lessons: A long-term experiment. In Kaiser, G.; Blum, W.; Borromeo Ferri, R.; Stillman, G. (Eds.), Trends in teaching and learning of mathematical modelling (pp. 529-550). New York: Springer.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). The art of problem posing. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1999). In search of understanding: The case for constructivist classrooms. Ascd.

Capar, G., & Tarim, K. (2015). Efficacy of the cooperative learning method on mathematics achievement and attitude: A meta-analysis research. Educational Sciences: Theory and Practice, 15(2), 553-559.

Cevikbas, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2024). Trends in mathematics education and insights from a meta-review and bibliometric analysis of review studies. ZDM–Mathematics Education, 56(2), 165-188.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (5th ed.). Sage publications.

Ericsson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. Psychological review, 100(3), 363.

Fierro-Suero, S., Fernández-Ozcorta, E. J., Saénz-López, P., & Almagro, B. J. (2022). Achievement emotions, intention to be physically active, and academic achievement in physical education: Gender differences. Journal of Teaching in Physical Education, 42(1), 114–122. https://doi.org/10.1123/jtpe.2021-0260

Frenzel, A. C., Pekrun, R., Dicke, A. L., & Goetz, T. (2012). Beyond quantitative decline: conceptual shifts in adolescents' development of interest in mathematics. Developmental psychology, 48(4), 1069.

Gholami, M. (2017). The effect of teaching mathematics through multiple-solution strategies on students' understanding and learning. Master's thesis, Islamic Azad University, Tehran Central Branch. [In Persian]

Greer, B., Verschaffel, L., & De Corte, E. (2002). "The answer is really 4.5": Beliefs about word problems. In Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 271-292). Dordrecht: Springer Netherlands.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. ZDM, 38(2), 143-162.

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. Educational Studies in Mathematics, 49(1), 25-46.

Harackiewicz, J. M., Smith, J. L., & Priniski, S. J. (2016). Interest matters: The importance of promoting interest in education. Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences, 3(2), 220–227.

Hidi, S. (1990). Interest and its contribution as a mental resource for learning. Review of Educational research, 60(4), 549-571.

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development. Educational psychologist, 41(2), 111-127.

Hidi, S., Renninger, K., & Krapp, A. (2004). Interest, a motivational variable that combines affective and cognitive functioning.

Hong, J. C., Hwang, M. Y., Huang, H. H., & Lin, P. H. (2016). Basic psychological needs, class-related emotions, and satisfaction with life in Spanish teachers. International Journal of Educational Psychology, 11(2), 153–181. https://doi.org/10.17583/ijep.9106

Krapp, A. (2002). Structural and dynamic aspects of interest development: Theoretical considerations from an ontogenetic perspective. Learning and instruction, 12(4), 383-409.

Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. The Journal of Mathematical Behavior, 31(1), 73-90.

Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. Educational Studies in mathematics, 66(3), 349-371.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics, teaching and learning (pp. 575–596). New York: Macmillan.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Niss, M., & Blum, W. (2020). The learning and teaching of mathematical modelling. Routledge.

Parhizgar, Z., Jabbari Noqabi, M., & Alamolhodaei, H. (2020). The effect of teaching mathematical modeling problems on students' experiences of excitement. *Educational Innovations*, 19(7), 127–146. [In Persian]

Parhizgar, Z. (2017). Investigating the effect of teaching mathematical modeling problems on students' flow experience and performance in different mathematics problems, their goal orientation, and their attitudes toward mathematics. PhD dissertation, Ferdowsi University of Mashhad. [In Persian]

Parhizgar, Z., Liljedahl, P. (2019). Teaching Modelling Problems and its Effects on Students' Engagement and Attitude toward Mathematics. In Chamberlin, S. A. & Sriraman, B.(Eds.), Affect in Mathematical Modeling (pp. 235-256). Cham, Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04432-9_15

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. Educational psychology review, 18(4), 315-341.

Pollak, H. O. (1970). Applications of mathematics. In E. G. Begle (Ed.), The sixty-ninth yearbook of the national society for the study of education (pp. 311–334). Chicago: The National Society for the Study of Education.

Rahimi, Z., Talaei, A., Reyhani, A., & Fardanesh, H. (2016). Investigating the effectiveness of teaching with emphasis on multiple solutions on students' attitudes toward mathematics. *Strategies for Medical Education*, 9(3), 224–233. [In Persian]

Renninger, K. A. (2000). Individual interest and its implications for understanding intrinsic motivation. In Intrinsic and extrinsic motivation (pp. 373-404). Academic Press.

Saeidi Rashk Aliya, M. (2012). Investigating the level of motivation and self-efficacy of secondary school students in solving different types of mathematics problems. Master's thesis; abstract published in the *Proceedings of the 12th Iranian Mathematics Education Conference*, September 3–6, Semnan, Iran. [In Persian]

Slavin, R. E., Hurley, E. A., & Chamberlain, A. (2003). Cooperative learning and achievement: Theory and research. Handbook of psychology: Educational psychology, 7, 177-198.

Scholl, W. (1999). Restrictive control and information pathologies in organizations. Journal of Social Issues, 55(1), 101-118.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. Educational Studies in Mathematics, 79(2), 215–237.

Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2023). Modeling from a cognitive perspective: Theoretical considerations and empirical contributions. Mathematical Thinking and Learning, 25(3), 259–269. https:// doi. org/ 10. 1080/ 10986 065. 2021. 20126 31

Schiefele, U. (2001). Th e role of interest in motivation and learning. In J. M. Collis & S. Messick (Eds.), Intelligence and personality: Bridging the gap in theory and measurement (pp. 163–194). Mahwah, NJ: Erlbaum

Stacey, K. (1995). The challenges of keeping open problem solving open in school mathematics. ZDM The International Journal on Mathematics Education, 27(2), 62–67.

Vygotsky, L. S. (1989). Thought and language. Cambridge, MA: MIT Press.

Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (2006). Affect in Mathematics Education: An Introduction. Educational studies in mathematics, 63(2), 113-122.

Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), Handbook of self-regulation (pp. 13–39). Academic Press.