Journal of Theory & Practice in Curriculum

I.C.S.A. Iranian Curriculum Studies Association

ISSN : 2345-4938
eISSN :2345-4938

Vol.25 (13); 2025

P: 211-240

https://www.jcstpicsa.ir

Analysis of Students' Challenges in Solving Word Problems of Ratio & Proportion at the End of Elementary School

Fereshteh Dalir*, Maryam Mohsenpour**

* Master of Educational Psychology, Department of Educational Psychology, Faculty of Education and Psychology, Alzahra University, Tehran, Iran. fereshtehdalir1998@gmail.com
** Associate Professor , Department of Educational Psychology, Faculty of Education and Psychology, Alzahra University, Tehran, Iran. (Corresponding author): m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Key words: Ratio and Proportion, Mathematical Word Problems, End of Elementary School, Task-Based Interview

Article history:
Received : 06 August 2025
Accepted : 22 September 2025

Abstract

The ability to solve word problems in different areas of elementary mathematics plays a crucial role in fostering logical thinking, strengthening reading comprehension, and enhancing students' capacity to apply knowledge to real-life situations. Among the key mathematical topics at the elementary level is the concept of ratio and proportion. This study aimed to explore the challenges students face in solving word problems related to ratio and proportion at the end of elementary school, employing a qualitative, task-based interview approach. The participants included seven sixth-grade graduates who voluntarily completed five designed tasks. Following the transcription of the interviews, inductive content analysis was conducted, resulting in the identification of 15 sub-themes grouped into five main themes including difficulty in reading problems, lack of independence in the problem-solving process, difficulties in understanding and processing problems, weaknesses in basic operations, and conceptual difficulties with ratio and proportion. Based on these findings, the study concludes with recommendations for improving teaching strategies and designing instructional programs that better address students' actual learning needs.

Cite this Article:

Dalir, Fereshteh and Mohsenpour, Maryam. (1404). An analysis of students' challenges in solving verbal problems of ratio and proportion at the end of the primary school. (e232964). Theory and Practice in Curriculum, (13)25 : 211-240; e232964 doi: 10.22034/cstp.2025.545610.1100

© 2016 by Iranian Curriculum Association Press Publisher: Iranian Curriculum Association Press

Extended Abstract

Introduction and Theoretical Background

Proportional reasoning, the cognitive capacity to understand and manipulate ratios and relationships between quantities, represents a cornerstone of mathematical development and a critical objective in elementary education. Its utility extends far beyond the classroom, forming the basis for daily decision-making in contexts ranging from financial literacy and cooking to data interpretation. In Iran, the national curriculum document explicitly emphasizes the cultivation of problem-solving skills as essential for nurturing capable citizens. Within mathematics, word problems are a primary vehicle for developing these skills, as they require students to integrate linguistic comprehension with mathematical conceptualization and procedural execution. However, these problems are notoriously challenging for students, often due to complexities in language, conceptual understanding, and the translation of real-world scenarios into mathematical models.

The specific domain of ratio and proportion is formally introduced in the fourth grade and developed through the sixth grade in the Iranian elementary system. Despite its foundational importance, both international and national assessments indicate persistent difficulties among students. While previous research in Iran has often focused on secondary school students, a significant gap exists in qualitative, in-depth studies exploring the cognitive and linguistic hurdles faced by students at the very conclusion of their elementary education. This study aims to address this gap by conducting a fine-grained analysis of the challenges sixth-grade graduates encounter when solving ratio and proportion word problems, thereby providing a evidence base for targeted pedagogical interventions.

Methodology

This research employed a qualitative design, utilizing task-based interviews as the primary method for data collection. This approach allows for a rich, detailed exploration of students' cognitive processes, strategies, and stumbling blocks in real-time as they engage with mathematical tasks.

Participants: The study involved seven male students from Tehran who had voluntarily participated after successfully completing the sixth grade. This specific group was selected due to their recent and comprehensive exposure to the formal curriculum on ratio and proportion.

Instruments and Data Collection: A rigorous process was used to select five word problems that served as the interview tasks. An initial pool of problems was gathered from reputable sources, including the "501 Math Word Problems" book, academic journals, and the Iranian teacher's guide for sixth-grade mathematics. These problems were evaluated by eight experienced elementary school teachers for their appropriateness, clarity, and alignment with the intended curriculum. The final five tasks were selected to cover key concepts in ratio and proportion, including: part-to-part proportion, three-term proportion, numerical ratio comparison, difference of ratios, and sum of ratios. Each task was contextualized within a realistic scenario (e.g., travel distance, making chocolate milk, COVID-19 infection rates, money comparisons, mixing paint).

During the interviews, students were asked to solve these problems while articulating their thought processes aloud. All interviews were audio-recorded and subsequently transcribed verbatim for analysis.

Data Analysis: The transcribed data were analyzed using inductive content analysis. This involved repeated reading of the transcripts to extract meaningful statements, which were then coded into initial open codes. Through a process of comparison, reflection, and categorization, these open codes were synthesized into 15 sub-themes, which were further consolidated into five overarching main themes. To enhance the credibility of the findings, multiple researchers independently analyzed the data, and consensus was reached on the codes, sub-themes, and themes. Furthermore, Newman's Error Analysis (NEA) model was employed as a theoretical framework to provide a deeper, stage-based interpretation of the identified errors. The NEA model categorizes errors into five sequential stages: Reading, Comprehension, Transformation, Process Skills, and Encoding.

Findings and Results

The analysis revealed a complex tapestry of challenges, which were organized into five central themes, each comprising several sub-themes.

1. Difficulties in Reading the Problem: Students exhibited significant challenges at the basic level of reading the problem text. This theme included sub-themes such as misreading words, poor fluency in reading the text, omitting words or numbers, and frequently requesting help to read words or numbers. These linguistic barriers prevented students from even accurately perceiving the problem's data, leading to immediate misunderstandings.

2. Lack of Independence in the Problem-Solving Process: A prominent finding was students' pronounced dependence on external validation. This theme was characterized by a lack of intellectual self-reliance, with students consistently seeking confirmation from the interviewer at nearly every step. They frequently asked if their approach was correct or requested direct guidance on how to proceed, indicating low self-confidence and an underdeveloped capacity for autonomous mathematical thinking.

3. Challenges in Understanding and Processing the Problem: This theme encompassed difficulties that arose after the problem was read. Key sub-themes included:

- **Weakness in Problem Comprehension:** Students often failed to grasp the core meaning or the goal of the problem.
- **Dominance of Procedural over Conceptual Learning:** Students tended to apply memorized algorithms (like cross-multiplication) mechanically without understanding the underlying proportional relationships. They often relied on additive reasoning (seeing difference) instead of multiplicative reasoning (seeing ratio) when it was inappropriate.
- **Computational Errors:** Simple mistakes in mental arithmetic, written calculations, and misuse of tools like calculators were common.
- **Ineffective Strategy Implementation:** Students demonstrated a limited repertoire of problem-solving strategies, often resorting to random guess-and-check methods.

4. Conceptual Difficulties with Ratio and Proportion: This theme directly addressed misunderstandings of the core mathematical concepts. Sub-themes included:

- **Misunderstanding Key Concepts:** Students struggled with fundamental ideas such as part-to-part proportion, comparing ratios qualitatively, and understanding the sum or difference of ratios.
- **Additive vs. Multiplicative Reasoning:** A pervasive error was the application of additive strategies to problems that required multiplicative proportional reasoning.

- **Unfamiliarity with Notation:** Students were often confused by different representations of ratios (e.g., 7:4).
- **Poor Understanding of Relationships in Proportional Tables:** They failed to see the constant multiplicative relationship between equivalent ratios in a table.

5. Weakness in Foundational Mathematical Operations: The analysis revealed that shaky prerequisite knowledge severely hampered students' ability to solve proportion problems. Sub-themes included:

- **Lack of Mastery over Fractions and Decimals:** Students had difficulty converting mixed numbers to improper fractions and understanding the relationships between fractions, decimals, and percentages.
- **Deficiencies in Division and Multiplication:** Inadequate understanding of the conceptual meaning of division and procedural errors in multiplication were frequent obstacles.
- **Lack of Foundational Number Sense:** This included problems with place value and reading large numbers correctly.

When analyzed through the lens of Newman's Error Analysis, errors were observed across all five stages, with the Transformation stage (translating the word problem into a solvable mathematical model) presenting the most significant challenge. The study also noted the influence of affective factors, such as anxiety, negative attitudes towards mathematics, and past educational experiences (including the impact of online learning during the COVID-19 pandemic), on students' performance and perseverance.

Discussion and Conclusion

This study provides a holistic and nuanced understanding of the multifaceted challenges that hinder students' success with ratio and proportion word problems. The findings illustrate that the difficulties are not isolated but are interconnected across linguistic, cognitive, conceptual, procedural, and affective domains. The over-reliance on procedural methods at the expense of conceptual understanding, as evidenced by the persistent use of additive reasoning, highlights a critical weakness in how these concepts are typically taught and learned.

The application of Newman's model confirmed that student struggles are systemic, affecting every stage of the problem-solving process. The identified themes align with and extend previous national and international research, underscoring the universal nature of these challenges while providing specific, context-rich evidence from the Iranian elementary school setting.

The implications of this study are substantial for curriculum design, teacher education, and classroom practice. It strongly suggests that a shift in pedagogical approach is urgently needed—from an algorithmic, teacher-centric model to a conceptual, student-centered one. Instruction must explicitly address linguistic skills, systematically teach problem-solving heuristics, and utilize visual representations and real-world contexts to build a deep, relational understanding of ratio and proportion. Furthermore, rebuilding students' mathematical confidence and independence is as crucial as addressing their conceptual gaps.

In conclusion, overcoming the challenges in proportional reasoning requires a comprehensive and integrated instructional strategy. By focusing on the interconnected areas of language comprehension, conceptual depth, procedural fluency, and affective support, educators can better equip elementary school

students with the robust mathematical foundation necessary for academic success and effective functioning in everyday life.

Keywords: Ratio and Proportion, Mathematical Word Problems, Elementary School Education, Proportional Reasoning, Task-Based Interview, Qualitative Analysis, Newman's Error Analysis, Problem-Solving Challenges.

ISSN :2345-4938
eISSN: 2783-0640

سال سیزدهم، شمارهٔ ۲۵ بهار و تابستان ۱۴۰۴

۲۱۱-۲۴۰

https://www.jcstpicsa.ir

نظریه و عمل در برنامه درسی

انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

واکاوی چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نسبت و تناسب در پایان دوره ابتدایی

فرشته دلیر*، مریم محسن پور**

*کارشناسی ارشد روان شناسی تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران. fereshtehdalir1998@gmail.com

** دانشیار گروه روان شناسی تربیتی، دانشکد علوم تربیتی و روان شناسی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران.(نویسنده مسئول): m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
علمی-پژوهشی

واژگان کلیدی:

نسبت و تناسب، مسائل کلامی ریاضی، پایان دوره ابتدایی، مصاحبه مبتنی بر تکلیف

چکیده

حل مسائل کلامی نسبت و تناسب که از مباحث کلیدی ریاضی در دوره ابتدایی است، نیازمند درک مفهومی و توانایی ترجمه موقعیت‌های واقعی به زبان ریاضی است. این پژوهش با هدف شناسایی چالش‌های دانش‌آموزان در حل این نوع مسائل در پایان دوره ابتدایی ، با روش کیفی و مصاحبه مبتنی بر تکلیف انجام شد. هفت دانش‌آموز که پایه ششم را به پایان رسانده بودند، به صورت داوطلبانه به پنج تکلیف پاسخ دادند. تحلیل محتوای استقرایی داده‌ها به استخراج ۱۵ زیرمضمون در قالب پنج مضمون اصلی منجر شد که شامل دشواری در خواندن مسئله، عدم استقلال در فرایند حل مسئله، دشواری‌های درک و پردازش مسئله ، ضعف در عملیات پایه و دشواری‌های مفهومی در نسبت و تناسب بود. پیشنهادات مبتنی بریافته‌های این پژوهش می‌تواند در بهبود روش‌های آموزشی و طراحی برنامه‌های متناسب با نیازهای واقعی دانش‌آموزان مؤثر باشد.

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۳۱

استناد به این مقاله:

دلیر,فرشته و محسن پور,مریم . (۱۴۰۴). واکاوی چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نسبت و تناسب در پایان دوره ابتدایی. (e232964). نظریه و عمل در برنامه درسی, (۱۳)۲۵ : ۲۱۱-۲۴۰؛ e232964 doi: 10.22034/cstp.2025.545610.1100

© انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

ناشر: انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مقدمه و بیان مسئله

ریاضـیات نقش مهمی در جنبه‌های مختلف زندگی ایفا می‌کند ، به عنوان پایه و اسـاس بسـیاری از زمینه‌های زندگی روزمره عمل کرده و کاربردهای زیادی دارد؛ از مطالعات قدیمی هندسـه تا پیشـرفت‌های امروزی در پیش‌بینی آب و هوا، امور مالی و فن‌آوری، ریاضیات با فعالیت‌های روزمره و پیشرفت علمی درهم‌تنیده است (رنی[1] وهمکاران ، ۲۰۲۳). یادگیری ریاضیات در مقطع ابتدایی بسـیار مهم اسـت زیرا اسـاس موفقیت تحصـیلی آینده را شـکل می‌دهد و برای تسـلط بر موضـوعات دیگر ضـروری اسـت (پارتریج[2]، ۲۰۲۳). همچنین تجربیات دوره ابتدایی نقش مهمی در شـکل‌گیری نگرش دانش‌آموزان نسـبت به ریاضـی بازی می‌کند و پژوهش‌ها نشـان می‌دهد که دانش‌آموزان کوچکتر در مقایسـه با دانش‌آموزان بزرگ‌تر نسـبت به ریاضـی گرایش مثبت‌تری دارند (به نقل از وراگوویک[3] و کلاسنیک[4]، ۲۰۲۱).

یکی از اهداف کلیدی نظام آموزش و پرورش ایران که در سند برنامه درسی ملی به آن اشاره شده ، پرورش مهارت حل مسئله در جامعه است. این مهارت به عنوان بخش اساسی تربیت شهروندان، نه تنها در حل چالش‌های شخصی و اجتماعی کاربرد دارد، بلکه پایه‌ای برای توسعه تفکر انتقادی، خلاقیت و نوآوری است (شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۰). حل مسئله در ریاضی شامل دو نوع مسائل عددی[5] و کلامی[6] است که از نظر ماهیت و پیچیدگی متفاوت اند. در حالی که مسائل عددی ساده‌تر هستند و بر عملیات ریاضی در انزوا تمرکز دارند ؛ مسائل کلامی نیازمند سطح عمیق‌تری از فرایندهای شناختی چون درک، استدلال و کاربرد مفاهیم ریاضی در یک زمینه‌ی معنادار هستند و به همین دلیل مسائل کلامی با درجات مختلف پیچیدگی معمولا برای دانش‌آموزان دشوارتر است (کاداپیتیا[7] ، ۲۰۱۷).

دانش‌آموزان دوره ابتدایی هنگام حل مسائل کلامی ریاضی با چالش‌های متعددی روبه‌رو می‌شوند که مانع از موفقیت آن‌ها در حل مسئله می‌شود. یکی از بزرگ‌ترین مشکلات، درک زبان است. دانش‌آموزان ممکن است با اصطلاحات پیچیده یا جملات طولانی مواجه شوند که فهم درست مسئله را دشوار می‌کند. چالش دیگری که پیش روی آن‌ها قرار دارد، ترجمه اطلاعات کلامی به نمادهای ریاضی است. بسیاری از دانش‌آموزان با تبدیل داده‌های کلامی به فرمول‌ها یا معادلات ریاضی مشکل دارند که این امر برای حل مسئله ضروری است.

---

[1] Rani
[2] Partridge
[3] Vragovic’
[4] Klasnic'
[5] Numerical problems
[6] Word problems
[7] Kadupitiya

همچنین، عدم آشنایی با روش‌های مختلف حل مسئله نیز می‌تواند باعث سردرگمی و انجام اشتباهات شود. به علاوه، بسیاری از دانش‌آموزان در استدلال منطقی با مشکل مواجه می‌شوند. این مشکل به ویژه زمانی به چشم می‌آید که آن‌ها باید مراحل مختلف را به‌طور منطقی دنبال کنند تا به پاسخ برسند. از سویی دیگر، ممکن است دانش‌آموزان در شناسایی اطلاعات مرتبط در یک مسئله کلامی دچار مشکل شوند و نتوانند تشخیص دهند که کدام اطلاعات در مسئله مهم است و باید استفاده شود و در نهایت، عدم دقت در خواندن مسائل، به ویژه در مواجهه با جملات پیچیده یا طولانی، می‌تواند باعث سوءتفاهم و اشتباهات در حل مسئله شود (آگسفیندین[8] ، ۲۰۲۴).

پژوهشگران ایرانی نیز در مطالعاتی به بررسی چالش‌های دانش‌آموزان ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی پرداخته‌اند. به عنوان نمونه بطویی و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهشی کیفی به روش مصاحبه‌ی مبتنی برتکلیف به شناسایی چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی کسر در پایان دوره‌ی ابتدایی پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان در درک مفاهیم ریاضی و مدل‌سازی مشکلات مفهومی دارند، باورهای اشتباه در مورد پاسخ یک مسئله در آن‌ها وجود دارد مثلا اینکه جواب مسئله حتما باید رُند باشد، اعتماد به نفس آن‌ها در رابطه با توانایی حل مسئله پایین است، در آن‌ها یادگیری رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای غلبه دارد و در فرایند خواندن مسئله یا تفسیر پاسخ ، تغییراتی را در ساختار جمله ایجاد می‌کنند مثلا واژه‌ای را کم یا اضافه می‌کنند و به طور خلاصه می‌توان گفت دانش‌آموزان با چالش‌های شناختی، عاطفی و زبان‌شناختی در حل مسئله مواجه هستند. یافتیان و اسدنژاد پروج (۱۳۹۹) نیز در پژوهشی به بررسی عملکرد دانش آموزان دختر و پسر پایه‌ی چهارم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس مدل تحلیل خطای نیومن پرداختند. طبق نظر این پژوهشگران مسائل کلامی جزو دشوارترین مسائل ریاضی برای دانش آموزان بوده و آن‌ها به طور میانگین ۶۴/۸۷ درصد خطا در حل مسائل کلامی این پژوهش نشان دادند. این پژوهشگران ضعف در دانش مفهومی و رویه‌ای در مواجهه با مسائل کلامی ، تعداد اندک مسائل کلامی در کتاب‌های درسی ریاضی و در نتیجه عدم آموزش کافی در این زمینه و همچنین ضعف در دانش زبانی و دانش ریاضی را از عوامل مهم زمینه ساز این نتیجه برشمردند.

یکی از مباحث مرتبط با ریاضیات دوره ابتدایی که در زندگی روزمره بسیار کاربردی است، استدلال تناسبی[9] است. استدلال تناسبی یک فرایند شناختی پیچیده است که شامل درک و دستکاری نسبت‌ها و روابط بین کمیت‌ها می‌شود. این امر هم در محیط‌های تحصیلی و هم در زندگی روزمره ضروری است، در موضوعات آموزشی، استدلال تناسبی پایه‌ای برای درک مفاهیم پیشرفته‌تر ریاضیات و علوم است و بر عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان تأثیر مستقیم دارد. در زندگی روزمره نیز از تنظیم مواد اولیه در آشپزی تا مقایسه قیمت محصولات و

[8] Agusfinuddin
[9] Proportional reasoning

مدیریت بودجه، همه به توانایی فرد در درک و استفاده از نسبت‌ها وابسته‌اند. افرادی که این مهارت را تقویت می‌کنند، توانایی بیشتری در تحلیل موقعیت‌ها، حل مسائل و انتخاب‌های آگاهانه خواهند داشت(روون[10] و همکاران ، ۲۰۱۸).

ون دورن[11] و همکاران (۲۰۱۸) مسائل حوزه نسبت و تناسب را به دو دسته کلی مسائل تناسبی و غیرتناسبی تقسیم می‌کنند. مسائل تناسبی آن دسته از مسائل هستند که در آن‌ها یک رابطه‌ی مستقیم یا معکوس تناسبی بین متغیرها وجود دارد که شامل مسائل مقدار مجهول ، مقایسه عددی واستدلال کیفی می‌شوند و مسائل غیرتناسبی آن دسته از مسائل هستند که روابط تناسبی در آن‌ها برقرار نیست. در این نوع مسائل، متغیرها ممکن است رابطه‌ای خطی، جمعی یا ثابت با یکدیگر داشته باشند. دانش‌آموزان ایرانی برای اولین بار در پایه‌ی چهارم ابتدایی با مفهوم نسبت به کمک اندازه‌گیری طول آشنا می‌شوند و سپس کسر را به عنوان نسبت بین دو کمیت درک می‌کنند. بعد از آن در پایه‌ی پنجم مفهوم نسبت عمیق‌تر می‌شود، نسبت‌های مساوی و رابطه‌ی آن با کسرهای مساوی معرفی می‌شود و سپس مفهوم تناسب ، به کارگیری تناسب در مسائل مختلف و تخفیف معرفی می‌شود و در پایه‌ی ششم دانش‌آموزان رابطه‌ی بین کسر ، اعشار و نسبت را درک می‌کنند و میتوانند نسبت‌های سه تایی برقرار کنند ؛ مسائل مربوط به درصد ، سود و زیان را حل می‌کنند و به طور کلی کاربرد این موضوع در مسائل مالی را فرا می‌گیرند (سازمان پژوهش و برنامه ریزی ، ۱۳۹۵).

بررسی پیشینه پژوهش‌های داخلی در حوزه نسبت و تناسب نشان می‌دهد پژوهش‌های محدودی در این حوزه در کشور انجام شده است ؛ به عنوان نمونه ریحانی و همکاران (۱۴۰۲) در پژوهشی به بررسی عملکرد دانش‌آموزان مقطع متوسطه‌ی اول در حل مسائل استدلال تناسبی و تأثیر متغیرهای مختلف از جمله پایه‌ی تحصیلی، جنسیت و نوع مدرسه بر این عملکرد پرداختند. آن‌ها دریافتند که دانش‌آموزان به‌طور کلی در حل مسائل استدلال تناسبی عملکرد قابل قبولی داشتند، اما این عملکرد با افزایش پایه‌ی تحصیلی بهبود می‌یابد، به این معنا که دانش‌آموزان پایه‌ی نهم نسبت به پایه‌های هفتم و هشتم عملکرد بهتری در حل این نوع مسائل از خود نشان دادند. از سویی دیگر، رضایی و همکاران (۱۴۰۲) به بررسی تأثیر بازنمایی‌های تصویری و کلامی بر عملکرد دانش‌آموزان پایه‌ی هفتم در حل مسائل کلامی تناسب پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که استفاده از بازنمایی‌ها به‌طور معناداری باعث بهبود عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل تناسبی شد. به‌ویژه، مشخص شد که بسیاری از دانش‌آموزان در آزمون بدون بازنمایی، مقایسه‌ی مقادیر را به روش جمعی انجام می‌دادند در حالی که در آزمون با بازنمایی، بیشتر دانش‌آموزان از روش ضربی استفاده کردند، این تغییر نشان می‌دهد که بازنمایی‌ها می‌توانند به دانش‌آموزان

[10] Reuven
[11] Van Dooren

کمک کنند تا به جای مقایسه‌ی مطلق اعداد، به روابط نسبی آن‌ها توجه نمایند. همچنین، دانش‌آموزان در آزمونی که شامل بازنمایی بود، تأثیر تغییر یک مقدار بر نسبت را بهتر درک کردند.به علاوه، پورنگ و همکاران (۱۴۰۰) در مطالعه‌ی خود میزان درک معلمان و دانشجومعلمان از استدلال تناسبی و نحوه تأثیر آن بر یادگیری دانش‌آموزان را بررسی کردند. در تحلیل پاسخ‌های شرکت‌کنندگان مشخص شد که بسیاری از آن‌ها مفهوم تناسب را با سایر مفاهیم ریاضی مانند تقارن و اندازه‌گیری اشتباه گرفته‌اند. عدم درک صحیح استدلال تناسبی کیفی از سوی معلمان، موجب می‌شود که دانش‌آموزان نیز به جای استفاده از تناسب ضربی، از روش‌های ساده جمع و تفریق برای حل مسائل استفاده کنند. این پژوهش نشان داد که بسیاری از معلمان در آموزش این نوع تفکر به دانش‌آموزان دچار مشکل هستند و خودشان نیز از استراتژی‌های نادرست استفاده می‌کنند و نیاز به آموزش‌های تخصصی‌تر وجود دارد تا درک بهتری از استدلال تناسبی کیفی در فرآیند تدریس ایجاد شود. همچنین پورنگ و همکاران (۱۴۰۲) در مطالعه‌ای دیگر به بررسی استراتژی‌های حل مسئله معلمان و دانشجومعلمان در حل مسائل تناسب مستقیم پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که معلمان ابتدایی به این دلیل تمرکزشان بر آموزش مفاهیم پایه به دانش‌آموزان ، از استراتژی‌های مفهومی‌تر استفاده می‌کنند. معلمان متوسطه اول تمایل به ترکیب استدلال تابعی و الگوریتم‌ها داشته و دانشجومعلمان بیشتر به الگوریتم‌ها (مثل ضرب متقابل) تکیه کردند که می‌تواند به دلیل کمبود تجربه در تدریس و درک ناکافی از زمینه مسئله باشد.

در پژوهش دیگری که توسط تجری و همکاران (۱۴۰۰) با عنوان واکاوی روش‌های تدریس کسر، نسبت و تناسب در برنامه درسی ریاضی پایه ششم ابتدایی انجام شد ، پژوهشگران به بررسی روش‌های مؤثر برای دستیابی به یادگیری پایدار در دانش‌آموزان پرداختند. یافته‌ها نشان داد که روش‌های فعال و ترکیبی مانند پرسش وپاسخ هدفمند،کار گروهی، نمایش‌های آموزشی و استفاده از ابزارهای مهارت محور به‌طور معناداری در درک عمیق مفاهیم انتزاعی ریاضی مؤثر هستند. توجه به پیش‌نیازهای یادگیری نیز نقش کلیدی در موفقیت این روش‌ها دارد. پژوهشگران به معلمان پیشنهاد می‌کنند که با طراحی فعالیت‌های عملی و توجه به تفاوت‌های فردی ، انعطاف‌پذیری در تدریس را افزایش دهند. به‌علاوه، ادغام مفاهیم ریاضی با هنر (مانند نقاشی یا اجرای تئاتر) میتواند خلاقیت دانش‌آموزان را شکوفا کرده و یادگیری را به تجربه‌ای لذت بخش تبدیل کند.

همچنین، در میان پژوهش‌های خارجی ، وانلویدت[12] و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهشی، توانایی‌های طبیعی کودکان پنج تا نه ساله را در استدلال تناسبی ارزیابی کردند. یافته‌های این مقاله نشان می‌دهد که کودکان در مراحل مختلف سنی قادر به درک و توسعه مهارت‌های

[12] Vanluydt

استدلال تناسبی هستند. کودکان پنج ساله می‌توانند درک اولیه‌ای از استدلال تناسبی نشان دهند، به‌ویژه در تکالیفی که مربوط به رابطه‌ی یک به چند است ، اما این درک هنوز شکننده و در بین کودکان متفاوت است. از سوی دیگر، کودکان هشت تا نه ساله توانایی بیشتری در حل مسائل پیچیده‌تر استدلال تناسبی، به‌ویژه در مسائل مربوط به رابطه‌ی چند به چند دارند. به عبارت دیگر، مهارت‌های بنیادی استدلال تناسبی ممکن است زودتر بروز کنند، اما تسلط کامل به این مهارت‌ها در دوران کودکی به تدریج شکل می‌گیرد. علاوه بر این، تأثیر نوع کمیت‌های درگیر (گسسته یا پیوسته) بر عملکرد کودکان مشهود است. کودکان در وظایفی که با مقادیر گسسته سر و کار دارند، عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند، در حالی که وظایف مرتبط با کمیت‌های پیوسته برای آن‌ها چالش‌برانگیزتر است.

همچنین ایان[13] و ایسیکسال بستان[14] (۲۰۱۸) پژوهشی را با هدف بررسی راهبردهای حل مسئله، مشکلات و دلایل زمینه‌ای آن در استدلال تناسبی دانش‌آموزان ششم تا هشتم در مسائل مرتبط با هندسه و اندازه‌گیری طراحی کردند. نتایج پژوهش نشان داد که میزان موفقیت دانش‌آموزان در حل مسائل تناسبی بین ۵۴/۵ ٪ تا ۹۱/۸ ٪ متغیر بوده است. دانش‌آموزان پایه‌های بالاتر، عملکرد بهتری نسبت به پایه ششم داشتند. در تحلیل راهبردهای حل مسئله، مشخص شد که بیشتر دانش‌آموزان از ضرب متقاطع به‌صورت روتین استفاده می‌کنند، بدون آنکه درک عمیقی از روابط بین متغیرها داشته باشند. علاوه بر این، برخی مشکلات رایج مثل استدلال جمعی نادرست، خطای خطی‌سازی و ضعف در دانش هندسی در حل مسائل تناسبی مشاهده شد. همچنین اندینی و ژوپری (۲۰۱۷) ، پژوهشی را با هدف شناسایی موانع یادگیری دانش‌آموزان در زمینه نسبت و تناسب طراحی کردند. این مطالعه کیفی شامل ۴۹ دانش‌آموز پایه پنجم و یک معلم بود که از طریق آزمون‌های کتبی، مشاهده کلاس درس و تحلیل محتوای کتاب‌های درسی، مشکلات یادگیری آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که دانش‌آموزان در درک مفاهیم نسبت و تناسب دچار سردرگمی هستند. یکی از مشکلات اصلی این بود که بسیاری از دانش‌آموزان نمی‌توانستند ارتباط میان مقادیر را در مسائل مختلف تشخیص دهند. همچنین، محتوای ارائه‌شده در کتاب‌های درسی بسیار سطحی و ناتمام بود و تنها توضیحاتی کلی درباره این مباحث ارائه می‌داد، بدون اینکه انواع مختلف مسائل را پوشش دهد. علاوه بر این، توانایی معلمان در طراحی و ارائه مسائل نیز محدود بود، که خود باعث افزایش مشکلات دانش‌آموزان در درک این مفاهیم می‌شد. یکی دیگر از یافته‌های مهم این پژوهش این بود که دانش‌آموزان در حل مسائل نسبت و تناسب، به شدت به روش‌های تدریس‌شده توسط معلم وابسته بودند. هنگامی که مسائل در قالبی متفاوت از نمونه‌های ارائه‌شده توسط معلم مطرح می‌شد، آن‌ها در انتخاب راهبرد حل مسئله دچار مشکل می‌شدند. همچنین، بسیاری از دانش‌آموزان به دلیل ضعف در مفاهیم پیش‌نیاز مانند عملیات ضرب، تقسیم و کسرها، توانایی کافی برای

[13] Ayan
[14] Isiksal-Bostan

حل مسائل تناسبی را نداشتند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که برای بهبود یادگیری نسبت و تناسب، لازم است که معلمان به راهبردهای متنوع‌تری برای تدریس این مفاهیم روی آورند و به دانش‌آموزان فرصت بیشتری برای حل مسائل در زمینه‌های مختلف بدهند.

به طور کلی مرور پیشینه‌ی پژوهش‌های انجام شده در حوزه نسبت و تناسب نشان داد که مطالعات داخلی در این زمینه عمدتاً بر دانش‌آموزان دوره متوسطه اول متمرکز بوده‌اند و پژوهشی داخلی که به‌طور ویژه بر چالش‌های دانش‌آموزان دوره ابتدایی در حوزه نسبت و تناسب با رویکرد کیفی تمرکز داشته باشد، توسط پژوهشگران مطالعه شناسایی نشد. از سویی دیگر، با توجه به اهمیت زیادی که مفاهیم نسبت و تناسب در زندگی روزمره دارند و تأثیر آن‌ها بر تقویت توانایی‌های حل مسئله و تفکر انتقادی ؛ جای خالی پژوهشی در این حوزه محسوس بود تا چالش‌های دانش‌آموزان را هنگام حل مسائل نسبت و تناسب، شناسایی کند. به همین دلیل پژوهش حاضر برای پاسخگویی به این سوال طراحی شد که دانش‌آموزانی که دوره ی ابتدایی را به پایان رسانده‌اند، در فرایند حل مسائل کلامی نسبت و تناسب با چه چالش‌هایی مواجه هستند و ریشه آن‌ها کجاست؟

روش پژوهش

در این پژوهش، از روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف برای بررسی فرآیندهای شناختی دانش‌آموزان در حل مسائل مربوط به نسبت و تناسب استفاده شده است. مصاحبه مبتنی بر تکلیف روشی کیفی برای گردآوری داده است که در آن دانش‌آموز هنگام مواجهه با یک یا چند تکلیف با پرسش‌ها و محرک‌های از پیش طراحی‌شده هدایت می‌شود تا ضمن حل مسئله، مسیر تفکر، استدلال‌ها و شیوه‌های به‌کارگیری دانش خود را بیان کند (هارست[15] ، ۲۰۰۷).

شرکت‌کنندگان این پژوهش شامل هفت دانش‌آموز پسر از شهر تهران بودند که به‌طور داوطلبانه و با رضایت کامل به پژوهش پیوستند. ملاک انتخاب شرکت‌کنندگان این بود که تمامی آن‌ها در پایان سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲، پایه ششم ابتدایی را به پایان رسانده باشند. در نظر گرفتن این گروه از دانش‌آموزان به دلیل اهمیت مفهوم نسبت و تناسب در آموزش ریاضی و جایگاه آن در کتب درسی دوره ابتدایی بود.

[15] Hurst

برای انتخاب تکالیف این پژوهش، ابتدا جستجوی جامعی در منابع مختلف و پیشینه پژوهش‌ها انجام شد. انتخاب تکالیف بر اساس سه معیار صورت گرفت؛ اولین معیار این بود که تکلیف از نوع کلامی باشد. دوم اینکه متناسب با توانایی‌های دانش‌آموزان در پایان دوره ابتدایی بوده و تمام مفاهیم مطرح‌شده در مبحث نسبت و تناسب در کتاب‌های درسی مقطع ابتدایی را پوشش دهند. سوم اینکه محتوای تکلیف باید به گونه‌ای باشد که با تجربیات و شرایط واقعی زندگی دانش‌آموزان ارتباط برقرار کند. با توجه به این معیارها، هفت سوال از کتاب "۵۰۱ مسئله کلامی ریاضی" (مک کیبن[16] ، ۲۰۱۲) و دو سوال از مقاله‌ی اندینی و ژوپری (۲۰۱۷) انتخاب و کلمه به کلمه ترجمه شد ؛ علاوه بر آن، دو سوال از پژوهش پورنگ و همکاران (۱۴۰۲) و یک سوال از پژوهش یافتیان و اسدنژادپروج (۱۳۹۹) و همچنین چهار سوال از کتاب راهنمای معلم سازمان پژوهش و برنامه ریزی درسی (۱۳۹۵) با معیارهای موجود همخوانی داشتند. این سوالات انواع مفاهیم مطرح شده در نسبت و تناسب مقطع ابتدایی از جمله تناسب مستقیم و جزء به جزء ، تناسب جزء به کل ، مجموع و تفاضل نسبت‌ها را شامل می‌شد ؛ در مجموع از بین سوالات انتخاب شده با مشورت استاد راهنما و تحلیل سوالات، ۱۰ سوال در سه سطح آسان ، متوسط و دشوار به طوری که تمامی حوزه‌های نسبت و تناسب در دوره ابتدایی را پوشش داده و روان و بدون ابهام باشند ، به عنوان تکلیف پژوهش حاضر انتخاب شدند.

سوالات انتخاب شده برای هشت معلم باتجربه دوره ابتدایی در مدارس مختلف ارسال شد تا نظرات خود را درباره‌ی تناسب سوالات با توانمندی دانش‌آموزان براساس دانش کسب شده از مبحث نسبت و تناسب در پایان مقطع ابتدایی بیان کرده ؛ سوالات را در سه سطح آسان ، متوسط و دشوار درجه بندی کنند و پس از مقایسه‌ی سوالات و انتخاب بهترین سوال ، نظرات و پیشنهادات خود را ارائه دهند. پس از جمع بندی نظرات معلمان و مشورت با استاد راهنما پنج سوال به عنوان سوالات نهایی تکلیف پژوهش انتخاب شد. جدول ۱ مشخصات سوال‌های آزمون و محتوای مورد سنجش در هر سوال را نشان می‌دهد.

جدول ۱ مشخصات تکالیف منتخب مصاحبه

تکلیف	زمینه	محتوای مورد سنجش
۱	مسافت باقی مانده	تناسب جزء به جزء، پیداکردن مقدار مجهول
۲	درست کردن شیر کاکائو	تناسب جزء به جزء سه تایی، پیداکردن مقدار مجهول
۳	وضعیت ابتلا به کرونا	مقایسه‌ی عددی نسبت‌ها، تناسب از نوع استدلال کیفی
۴	پول محمد و رضا	تناسب جزء به کل، تفاضل نسبت‌ها
۵	تهیه رنگ بنفش	تناسب جزء به کل، مجموع نسبت‌ها

[16] McKibben

پس از اجرای فرایند مصاحبه ، نوشتاری کردن[17] محتوای ضبط شده‌ی مصاحبه ها انجام و روش تحلیل محتوای استقرایی[18] برای تحلیل متن مصاحبه‌ها انتخاب شد. در فرآیند تجزیه و تحلیل داده‌ها، ابتدا مصاحبه‌های هر شرکت‌کننده پیاده‌سازی و متن مصاحبه‌ها به طور مکرر مطالعه شد، سپس گزاره‌های معنادار از متن مصاحبه‌ها استخراج و برای هر گزاره ، کدگذاری اولیه (کدهای باز) انجام شد و در پایان با ادغام کدهای باز و دسته بندی آن‌ها زیرمضمون‌ها و مضمون‌های اصلی تبیین شدند. به منظور اعتبارپذیری[19] یافته‌ها پژوهشگران این مطالعه، به صورت جداگانه به تحلیل متن مصاحبه‌ها پرداخته و سپس درخصوص عناوین گزاره‌ها، زیرمضمون‌ها و مضمون‌ها از اتفاق نظر پژوهشگران استفاده شد.همچنین، برای تبیین دقیق‌تر یافته‌های به‌دست‌آمده در این پژوهش، از مدل تحلیل خطای نیومن[20] (۱۹۷۰) به‌عنوان چارچوب نظری بهره گرفته شده است[21].

یافته‌ها

پس از پیاده سازی هر مصاحبه و استخراج گزاره‌های معنادار از متن آن‌ها، گزاره‌هایی که از نظر محتوا تکراری بودند یا همپوشانی مفهومی داشتند، شناسایی و با هم ادغام شدند و یک کد واحد برای آن‌ها در نظر گرفته شد. این اقدام باعث کاهش تکرار کدها و منظم‌تر شدن تحلیل داده‌ها در میان تکالیف و شرکت‌کنندگان شد. درنهایت، تعداد گزاره‌های کدگذاری‌شده از ۱۹۷ به ۴۰ گزاره تقلیل یافت که در ادامه پرتکرارترین گزاره‌ها درهر تکلیف بررسی شده است.

تکلیف ۱- نازنین به همراه خانواده‌اش فاصله ی ۱۱٤ کیلومتری تهران تا قم را در ۲ ساعت سفرکرد. اگر آنها به همان سرعت به سفرشان ادامه دهند، چقدر طول می‌کشد تا ۲۸۵ کیلومتر باقیمانده سفر را تکمیل کرده و به اصفهان برسند؟

پس از تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان ، چالش‌های آن‌ها در تکلیف ۱، شامل ۱۲ کد باز و نه زیرمضمون بود. به عنوان نمونه ، دانش آموزان درهنگام حل این تکلیف از جملاتی مثل تا «اینجا درست نوشتم؟» یا «این هم درسته؟» استفاده می‌کردند که طبق این جملات،

[17] Transcrition
[18] Inductive Content Analysis (ICA)
19 Credibility
[20] Newman’s Error Analysis (NEA)

[21] مدل پنج مرحله شناختی تحلیل خطای نیومن شامل توانایی خواندن و رمزگشایی صحیح واژگان مسئله، درک معنای جملات و مفاهیم به‌کاررفته در متن مسئله ، تبدیل مسئله به زبان ریاضی یا طرح یک راهبرد برای حل آن ، انجام عملیات ریاضی صحیح با استفاده از راهبرد انتخاب‌شده و ارائه پاسخ نهایی به‌صورت عددی یا نوشتاری و اطمینان از معنادار بودن آن می‌شود.

گزاره عدم استقلال در فرایند فکری شکل گرفت یا در جایی دیگر از جملاتی نظیر «این عدد رو تو کدوم خونه جدول تناسب قرار بدم؟» یا «این کلمه چیه؟ نمی‌تونم بخونم» استفاده می کردند که به دنبال آن گزاره‌های درخواست راهنمایی برای حل مسئله و درخواست راهنمایی برای خواندن متن مسئله شناسایی شد و با ادغام این گزاره‌ها زیرمضمون درخواست راهنمایی از پژوهشگر تدوین شد. در این تکلیف بیشترین گزاره ها مربوط به زیرمضمون چالش در خواندن متن مسئله و کمترین آن‌ها مربوط به زیر مضمون چالش در خواندن اعداد مسئله بود .

تکلیف ۲- ده قاشق چای خوری پودر کاکائو برای درست کردن یک پارچ شیرکاکائو مورد نیاز است. یک پارچ می‌تواند ٦ لیوان را پرکند. چند قاشق چای خوری پودر کاکائو برای پر کردن $1\frac{1}{2}$ لیوان مورد نیاز است؟

تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان در تکلیف ۲، شامل شامل ۲۰ کد باز و ۱۰ زیرمضمون بود. به عنوان نمونه دانش‌آموزان درهنگام حل این تکلیف برای تبدیل عددمخلوط $1\frac{1}{2}$ به کسر از جملاتی مثل« یادم رفته ، یک در صورت ضرب میشه یا مخرج؟» یا «این یک ها باهم ساده میشه و جواب میشه یک» استفاده می‌کردند که طبق این جملات، گزاره درک نامناسب از فرایند تبدیل عدد مخلوط به کسر شکل گرفت یا در جایی دیگر از جملاتی نظیر «دیگه کسر رو به درصد تبدیل نکنم؟» یا «معلم پارسالمون گفت اگر می‌خواهید عدد اعشاری رو به عدد تبدیل کنید به اندازه ای که بعد اعشار عدد هست ، باید صفر بگذارید» استفاده می کردند که به دنبال آن گزاره‌های درک نامناسب از رابطه کسر و درصد و درک نامناسب از فرایند تبدیل اعداد اعشاری به عدد صحیح شناسایی شد و با ادغام این گزاره‌ها زیرمضمون عدم تسلط بر مفاهیم کسر و اعداد اعشاری تدوین شد. در این تکلیف بیشترین گزاره ها مربوط به زیرمضمون عدم تسلط بر مفاهیم کسر و اعداد اعشاری و کمترین آن‌ها مربوط به زیر مضمون‌های عدم تسلط بر مفاهیم پایه نسبت و تناسب و درخواست راهنمایی از پژوهشگر بود .

تکلیف ۳- جمعیت عراق ٤٠ میلیون نفر و جمعیت عربستان۳۰ میلیون نفر است. آمارها نشان میدهد که در کشور عراق ٥ میلیون و در کشور عربستان ٤ میلیون نفر به کرونا مبتلا شده‌اند. وضعیت کدام کشور از نظر ابتلا به کرونا بهتر است؟

در تکلیف ۳، پاسخ‌های دانش‌آموزان تحلیل و نتایج نشان داد، چالش‌های آن‌ها در این تکلیف شامل ۱۲ کد باز و هشت زیرمضمون بود. به عنوان نمونه دانش‌آموزان درهنگام حل این تکلیف مفهوم مقایسه نسبت‌ها را به خوبی درک نکرده و در حل این تکلیف تنها اعداد متن مسئله را باهم مقایسه کردند و به مقایسه نسبت‌ها دقت نداشتند و از جملاتی مثل «۴ میلیون بهتره دیگه چون کمتره یعنی آدم های کمتری به کرونا مبتلا شده اند» استفاده کردند که زیرمضمون عدم تسلط بر مقایسه نسبت‌ها از آن استخراج شد.در این تکلیف بیشترین

گزاره ها مربوط به زیرمضمون‌های درخواست تائید از پژوهشگر و درک نامناسب از مفهوم مقایسه‌ی نسبت ها و کمترین آن‌ها مربوط به زیر مضمون‌های عدم تسلط بر عملیات تقسیم ، اشتباهات محاسباتی و چالش در خواندن اعداد مسئله بود .

تکلیف ٤- نسبت پول محمد به رضا ۷:٤ است. اگر اختلاف پول این دو نفر ۲۲۵۰۰ تومان باشد.

پول هریک چه قدر است؟

پس از تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان ، چالش‌های آن‌ها در این تکلیف ۴، شامل ۱۵ کد باز و هشت زیرمضمون بود. به عنوان نمونه دانش‌آموزان در این سوال به انواع مدل‌های نوشتاری نسبت‌ها آشنایی نداشتند و نمی‌توانستند معنی عبارت ۷:۴ را درک کنند و از جملاتی مثل «این هفت ساعت و چهار» استفاده کردند یا آن را «چهار هفتم» خواندند که طبق این جملات، گزاره عدم آشنایی با انواع مدل نوشتاری نسبت‌ها شکل گرفت یا در جایی دیگر برای خواندن اعداد مسئله با مشکل مواجه بودند مثلا یکی از دانش آموزان برای خواندن عدد ۲۲۵۰۰ گفت :« ۲۲۰ ، نه دویست و...» و بعد پرسید« این چنده؟» که به دنبال آن گزاره‌ی خطای خواندن اعداد شناسایی شد. در این تکلیف بیشترین گزاره ها مربوط به زیرمضمون عدم تسلط بر عملیات روی نسبت‌ها و کمترین آن‌ها مربوط به زیر مضمون اشراف نداشتن بر مفاهیم عددی پایه بود.

تکلیف ٥- مهرداد برای به دست آوردن نوعی رنگ بنفش ، ۳ لیتر رنگ قرمز، ۲ لیتر رنگ آبی و ٤ لیتر رنگ زرد را با هم مخلوط کرد.

در تکلیف ۵، چالش‌های دانش‌آموزان شامل ۱۲ کد باز و هشت زیرمضمون بود. به عنوان نمونه دانش‌آموزان در این سوال برای درک مفهوم مجموع نسبت‌ها دچار مشکل بودند و تفاوت رابطه ضربی و رابطه جمعی به خوبی برای آنان قابل فهم نبود برای مثال یکی از آن‌ها بعد از قراردادن اعداد در جدول تناسب این‌طور توضیح داد که : «باید ببینیم عدد چهار به علاوه چه عددی شده ۱۸ و بعد بقیه عددها هم همان کار را انجام می‌دهیم» که گزاره‌ی درک نامناسب از تفاوت رابطه ضربی و رابطه جمعی از آن استخراج شد یا درجایی دیگر برای درک مفهوم مجموع نسبت‌ها دچار مشکل بودند به عنوان نمونه یکی از دانش‌آموزان پس از خواندن سوال گفت: «جواب میشه نه لیتر چون الان مجموع این رنگ ها شده نه لیتر و نه لیتر دیگه می‌خواهیم که کلا بشه ۱۸» که گزاره‌ی درک نامناسب از مفهوم مجموع نسبت‌ها از آن دریافت شد. در این تکلیف بیشترین گزاره ها مربوط به زیرمضمون‌های ضعف در درک مفاهیم پایه‌ای نسبت و تناسب و درخواست تائید از پژوهشگر و کمترین آن‌ها مربوط به زیر مضمون‌های اشتباهات محاسباتی و عدم تسلط بر عملیات ضرب بود .

در ادامه کدهای باز مرتبط با هرگزاره به همراه فراوانی و زیرمضمون‌ها و مضامین استخراج شده از تمام تکلیف‌ها، در جدول۲ ارائه شده است.

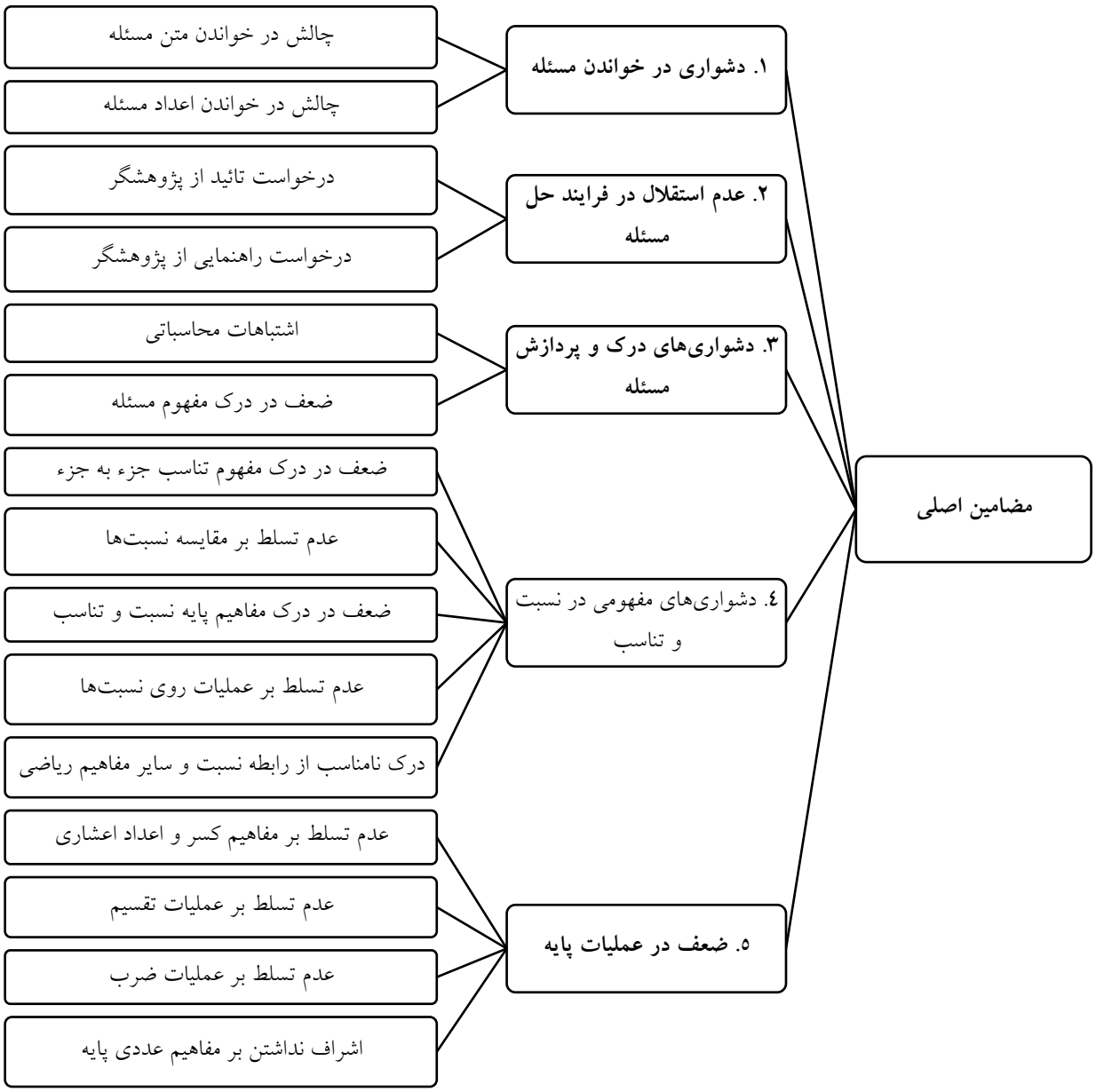
جدول ۲ کدهای باز مرتبط با هر گزاره و مضامین و زیر مضمون های استخراج شده از آن

شماره	کدهای باز	فراوانی	زیر مضمون	مضمون
۱	خوانش اشتباه بعضی کلمات در متن مسئله	۱۳	چالش در خواندن متن مسئله	دشواری در خواندن مسئله
۲	روان‌خوانی نامناسب متن مسئله	۴		
۳	خواندن ناقص متن مسئله	۱		
۴	درخواست راهنمایی برای خواندن مسئله	۱		
۵	جا انداختن کلمه در متن مسئله	۱		
۶	خطای خواندن اعداد	۶	چالش در خواندن اعداد مسئله	
۷	جا انداختن عدد در خواندن متن مسئله	۳		
۸	درخواست راهنمایی برای خواندن اعداد	۱		
۹	عدم استقلال در فرایند فکری	۱۹	درخواست تائید از پژوهشگر	عدم استقلال در فرایند حل مسئله
۱۰	درخواست راهنمایی برای حل مسئله	۹	درخواست راهنمایی از پژوهشگر	
۱۱	درخواست راهنمایی برای خواندن متن مسئله	۱		
۱۲	درخواست راهنمایی برای خواندن اعداد	۱		
۱۳	درخواست راهنمایی برای درک مفهوم مسئله	۱		
۱۴	اشتباه در محاسبه ذهنی اعداد	۵	اشتباهات محاسباتی	دشواری‌های درک و پردازش مسئله
۱۵	اشتباه محاسباتی نوشتاری	۴		
۱۶	اشتباه در فرایند حل مسئله	۲		
۱۷	اتکا بیش از حد به ابزارهای کمکی (ماشین حساب)	۲		
۱۸	استفاده ناکارآمد از روش حدس و آزمایش	۱		
۱۹	اشتباه در جایگذاری اعداد	۱		
۲۰	چالش در فهم مسئله	۹	ضعف در درک مفهوم مسئله	
۲۱	غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری مفهومی	۸		
۲۲	درک نامناسب از مفهوم تناسب جزء به جزء	۵	ضعف در درک مفهوم تناسب جزء به جزء	دشواری‌های مفهومی در نسبت و تناسب
۲۳	درک نامناسب از مفهوم مقایسه نسبت‌ها	۳	عدم تسلط بر مقایسه نسبت‌ها	
۲۴	درک نامناسب از تفاوت رابطه ضربی و رابطه جمعی	۵	ضعف در درک مفاهیم پایه‌ای نسبت و تناسب	
۲۵	عدم آشنایی با انواع مدل نوشتاری نسبت‌ها	۵		
۲۶	درک نامناسب از روابط بین اعداد در جدول تناسب	۵		
۲۷	درک نامناسب از تناسب سه جزئی	۱		

شماره	کدهای باز	فراوانی	زیر مضمون	مضمون
۲۸	درک نامناسب از مفهوم تفاضل نسبت‌ها	۷	عدم تسلط بر عملیات روی نسبت‌ها	
۲۹	درک نامناسب از مفهوم مجموع نسبت‌ها	۲		
۳۰	درک نامناسب از رابطه کسر و نسبت	۱	درک نامناسب از رابطه نسبت و سایر مفاهیم ریاضی	
۳۱	درک نامناسب از رابطه کسر ، درصد و نسبت	۱		
۳۲	درک نامناسب رابطه اعداد کسری و اعشاری	۲	عدم تسلط بر مفاهیم کسر و اعداد اعشاری	ضعف در عملیات پایه
۳۳	درک نامناسب از عملیات روی کسرها	۱		
۳۴	درک نامناسب از فرایند تبدیل عدد مخلوط به کسر	۱		
۳۵	درک نامناسب از رابطه کسر و درصد	۱		
۳۶	درک نامناسب از فرایند تبدیل اعداد اعشاری به عدد صحیح	۱		
۳۷	درک نامناسب از عملیات تقسیم	۷	عدم تسلط بر عملیات تقسیم	
۳۸	نبود دانش بنیادی ریاضی در زمینه ضرب تک رقمی	۱	عدم تسلط بر عملیات ضرب	
۳۹	درک نامناسب از جایگاه اعداد در عملیات ضرب	۱		
۴۰	کمبود دانش بنیادی ریاضی در زمینه ارزش مکانی و خواندن اعداد	۱	اشراف نداشتن بر مفاهیم عددی پایه	

بر اساس جدول ۲ ، پنج مضمون از ترکیب و ادغام ۱۵ زیرمضمون به‌وجود امد. فراوانی چالش‌های دانش‌آموزان براساس تعداد گزاره‌های استخراج شده در تکلیف ها (کدهای باز) نشان می‌دهد که بیشترین گزاره‌ها، مربوط به عدم استقلال در فرایند فکری (۱۹ بار) و خوانش اشتباه بعضی کلمات در متن مسئله (۱۳ بار) است. همچنین در مضمون دشواری‌های درک و پردازش مسئله، بیشترین گزاره مربوط به چالش در فهم مسئله با نه تکرار ، در مضمون دشواری‌های مفهومی در نسبت و تناسب، پرتکرارترین گزاره مربوط به درک نامناسب از مفهوم تفاضل نسبت‌ها با هفت تکرار و در مضمون ضعف در عملیات پایه ، بیشترین گزاره مربوط به درک نامناسب از عملیات تقسیم با هفت تکرار بود.

در شکل ۱ مضامین اصلی و زیرمضمون‌های مرتبط با هر مضمون، ارائه شده است.



بحث و نتیجه گیری

پژوهش حاضر با هدف واکاوی چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نسبت و تناسب در پایان دوره ابتدایی با رویکرد کیفی و به روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف برای هفت مشارکت کننده پسر که دوره دوم ابتدایی را به پایان رسانده بودند، انجام و تحلیل پاسخ‌های مصاحبه‌ها منجر به استخراج ۱۵ زیرمضمون و پنج مضمون شد. نتایج نشان داد که بیشترین چالش مربوط به تکلیف اول و کمترین چالش مربوط به سومین تکلیف بود. در ادامه به طور مفصل به هر یک از مضامین استخراج شده در این پژوهش پرداخته می‌شود.

دشواری در خواندن مسئله: این چالش به معنی مشکلات دانش‌آموزان در خواندن متن یا اعداد مسئله است که جابه‌جا خواندن اعداد، جایگزین کردن واژه‌های نادرست و روان‌خوانی ناقص از نمونه‌های آن هستند. این اختلالات زبانی منجر به برداشت اشتباه از مسئله و در نتیجه دشواری در ورود به مرحله حل مسئله می‌شود. فهم مسائل کلامی نیازمند مهارت‌های زبانی بالا و توانایی تبدیل متن به روابط ریاضی است. دانش‌آموزان مشارکت‌کننده در پژوهش اغلب در خواندن صحیح متن، تشخیص واژگان کلیدی و استنباط هدف مسئله با مشکل مواجه بودند. دانش‌آموزانی که درک ناقصی از واژگان مسئله داشتند، اغلب نمی‌توانستند رابطه‌ی منطقی بین داده‌ها برقرار کنند. این موضوع در پژوهش بطوئی و همکاران (۱۳۹۹) ، سیسنتی[۲۲] و تریواهیونینگتایز[۲۳] (۲۰۲۱) ، لین[۲۴] (۲۰۲۴) ، اردیانتو[۲۵] و همکاران (۲۰۲۴) و آگسفیندین (۲۰۲۴) نیز تائید شده بود که ضعف زبانی می‌تواند مانع از درک روابط ریاضی در مسائل کلامی شود و انتخاب راه‌حل مناسب را مختل کند.

پرتکرارترین گزاره‌ی این مضمون ، خوانش اشتباه بعضی کلمات در متن مسئله با ۱۳ تکرار بود که این مشکل را می‌توان ناشی از چند عامل دانست. نخست، ضعف برخی از دانش‌آموزان در مهارت خواندن روان و دقیق متن، که موجب می‌شود در برخورد با واژه‌های طولانی یا جملات پیچیده دچار خطا شوند. دوم، کمبود تمرکز هنگام خواندن مسئله، که باعث می‌شود دانش‌آموزان به‌جای توجه به واژه‌های کلیدی و جزئیات مهم، متن را سطحی بخوانند و برداشت نادرست داشته باشند. سوم، کمبود آموزش درک مطلب ریاضی، زیرا معمولاً در کلاس‌ها بیشتر بر محاسبات و راه‌حل تأکید می‌شود و کمتر فرصتی برای تمرین مهارت خواندن مسئله و تبدیل متن به ساختار ریاضی

[22] Sesanti
[23] Triwahyuningtyas
[24] Lin
[25] Ardianto

فراهم می‌گردد. در نتیجه، این عوامل دست‌به‌دست هم می‌دهند تا دانش‌آموزان نتوانند مسئله را به‌درستی بخوانند و مسیر حل آن را به شکل صحیح پیش ببرند.

عدم استقلال در فرایند حل مسئله: درک دانش‌آموزان از استدلال تناسبی به سه سطح غیررسمی ، نیمه رسمی و رسمی دسته بندی می‌شود ؛ بررسی‌ها نشان می‌دهد که میزان استقلال دانش‌آموزان در فرایند حل مسئله می‌تواند با سطح درک آن‌ها از استدلال تناسبی مرتبط باشد. دانش‌آموزانی که در سطوح غیررسمی و نیمه‌رسمی قرار داشتند، اغلب در هنگام مواجهه با مسئله‌های تناسبی، برای ادامه یا اطمینان از درستی پاسخ خود، نیازمند دریافت راهنمایی یا تأیید از پژوهشگر بودند. این وابستگی می‌تواند ناشی از درک ناکامل آن‌ها از مفهوم تناسب و تسلط ناکافی بر راهبردهای حل مسئله باشد. در مقابل، دانش‌آموزانی که به سطح رسمی استدلال تناسبی رسیده بودند، توانایی بیشتری در تحلیل مستقل مسئله‌ها از خود نشان داده و با اطمینان بیشتری راه‌حل‌های خود را ارائه می‌دادند. این یافته نشان می‌دهد که ارتقای سطح درک تناسبی نه‌تنها بر دقت حل مسئله تأثیر دارد، بلکه می‌تواند موجب افزایش اعتمادبه‌نفس و استقلال دانش‌آموزان در موقعیت‌های یادگیری شود که این نتیجه با نتایج پژوهش برون (۲۰۲۳) کاملا مطابقت دارد.

پرتکرارترین گزاره‌ی این مضمون ، عدم استقلال در فرایند فکری با ۱۹ تکرار بود که این موضوع را می‌توان در چند عامل توضیح داد. نخست، شیوه‌ی رایج آموزش در مدارس است که بیشتر بر توضیح مستقیم معلم و پیروی دانش‌آموز از او تکیه دارد و کمتر فرصت کشف و یادگیری فعال را فراهم می‌کند. دوم، ترس دانش‌آموزان از اشتباه و نمره‌ی پایین است که باعث می‌شود جرئت تجربه کردن و ارائه‌ی راه‌حل‌های شخصی نداشته باشند و تنها روش مطمئن معلم را دنبال کنند. سوم، آموزش ناکافی مهارت‌های حل مسئله و فرصت اندک برای تمرین راهبردهای متنوع است که موجب می‌شود دانش‌آموزان نتوانند به‌تنهایی مسیر حل را پیش ببرند و بیشتر به تکرار الگوهای ارائه‌شده توسط معلم بسنده کنند.

دشواری‌های درک و پردازش مسئله: مطابق یافته‌های این پژوهش ، عدم درک مفهوم مسئله و غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری مفهومی از نمونه چالش‌هایی است که دانش‌اموزان در فرایند حل مسائل کلامی نسبت و تناسب با آن مواجه می‌شوند. یافته‌ها نشان می‌دهد که حتی در پایه ششم، آموزش راهبردهای حل مسئله به‌صورت سطحی و اغلب بدون تعمیم مفهومی انجام شده است. در مصاحبه‌ها، برخی دانش‌آموزان تنها با رسم جدول یا ضرب و تقسیم‌های ساده سعی در یافتن پاسخ داشتند، بدون آنکه مفهوم مسئله و رابطه بین مقادیر را درک کنند و از ابزارهای حل مسئله یا مدل‌سازی تصویری نیز استفاده نمی‌کردند. پژوهش بطویی و همکاران (۱۳۹۹) تایید کننده‌ی همین موضوع است و نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در درک مفاهیم ریاضی و مدل سازی ، مشکلات مفهومی دارند و در آن‌ها یادگیری رویه‌ای

بر یادگیری رابطه‌ای غلبه دارد. از سویی دیگر پژوهش ایان و ایسیکسال بستان (۲۰۱۸) نیز بیان می‌کند که دانش‌آموزان معمولاً به جای فهم ساختار مفهومی تناسب، از رویه‌های سطحی و الگوریتمی استفاده می‌کنند و توانایی استفاده از راهبردهای متنوع و متناسب با نوع مسئله را ندارند که کاملا با یافته‌های پژوهش حاضر همخوانی دارد. همچنین دانش‌آموزان هنگام حل مسائل ریاضی، اشتباهات محاسباتی یا مفهومی زیادی در فرایند حل مسئله خود مرتکب می‌شوند که این موضوع را می‌توان با نتایج پژوهش رضایی و همکاران (۱۴۰۲) مرتبط دانست؛ آن‌ها دریافتند که استفاده از بازنمایی‌های تصویری و کلامی می‌تواند به‌طور معناداری عملکرد دانش‌آموزان را در حل مسائل تناسبی بهبود بخشد. این بازنمایی‌ها موجب افزایش دقت، درک بهتر روابط تناسبی و کاهش استفاده از روش‌های نادرست مانند مقایسه‌ی جمعی می‌شوند.

بیشترین گزاره‌های تکرارشده در این مضمون، چالش در فهم مسئله با نه تکرار و غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری مفهومی با هشت تکرار بود. این چالش‌ها ریشه در چند عامل دارد. نخست اینکه، بسیاری از دانش‌آموزان عادت کرده‌اند که مسائل ریاضی را صرفاً بر اساس الگوریتم‌ها و مراحل مشخصی که معلم آموزش داده حل کنند بدون آنکه به معنای روابط و موقعیت واقعی مسئله توجه کنند. دوم، تأکید بیش‌ازحد نظام آموزشی بر پاسخ نهایی و سرعت در رسیدن به جواب، باعث می‌شود فرایند فهم و تحلیل مسئله به حاشیه رانده شود و جای خود را به تکرار مکانیکی رویه‌ها بدهد. سوم، فرصت ناکافی برای بحث و گفت‌وگو درباره مفاهیم و ارتباط آن‌ها با زندگی واقعی، سبب می‌شود که درک عمیق از مسئله شکل نگیرد و دانش‌آموزان در مواجهه با متن‌های تازه یا غیرالگووار دچار سردرگمی شوند. در نتیجه، رویکرد رویه‌ای بر تفکر مفهومی غلبه کرده و توانایی حل خلاقانه و درک‌محور مسائل را محدود می‌سازد.

دشواری‌های مفهومی در نسبت و تناسب: مطابق با پژوهش ون دورن و همکاران (۲۰۱۸) که به تشریح کامل انواع مسائل تناسبی و غیرتناسبی پرداخته بودند ، حل صحیح مسئله‌های تناسبی در قدم اول مستلزم تمایز میان انواع مختلف تناسب و همچنین درک تفاوت مسائل تناسبی و غیرتناسبی است. نتایج پژوهش حاضر نشان داد که دانش‌آموزان بر مفاهیم ضروری نسبت و تناسب اشراف نداشتند به این معنی که توانایی کافی برای درک رابطه بین تناسب جزء و کل، جمعی یا ضربی بودن تناسب و مفهوم مجموع یا تفاضل نسبت‌ها را نداشتند. بسیاری از آن‌ها به جای درک مفهومی، صرفاً از روش‌های الگوریتمی بدون فهم استفاده می‌کردند که پژوهش اندینی و ژوپری (۲۰۱۷) نیز تاییدکننده همین موضوع است و نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در درک مفاهیم نسبت و تناسب دچار سردرگمی هستند، نمی‌توانند ارتباط میان مقادیر را در مسائل مختلف تشخیص دهند و در حل مسائل نسبت و تناسب، به شدت به روش‌های تدریس‌شده توسط معلم وابسته بودند ، هنگامی که مسائل در قالبی متفاوت از نمونه‌های ارائه‌شده توسط معلم مطرح می‌شد، آن‌ها در انتخاب راهبرد حل مسئله دچار

مشکل می‌شدند. همچنین این یافته با نتایج پژوهش پورنگ و همکاران (۱۴۰۲) هم‌راستا است؛ آنان بیان کردند که ناتوانی معلمان در درک و آموزش صحیح استدلال تناسبی کیفی، موجب بروز خطاهای مفهومی در دانش‌آموزان می‌شود، به‌گونه‌ای که به‌جای استفاده از تناسب ضربی، از روش‌های جمع و تفریق ساده بهره می‌برند. این مسئله گویای آن است که محیط یاددهی-یادگیری و شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان می‌تواند به‌طور مستقیم بر کیفیت یادگیری مفاهیم اساسی تأثیرگذار باشد.

پرتکرارترین گزاره در این مضمون، درک نامناسب از مفهوم تفاضل نسبت‌ها با ۷ تکرار بود. بسیاری از دانش‌آموزان به‌جای آن‌که این مفهوم را به‌عنوان مقایسه‌ی نسبی دو مقدار درک کنند، آن را با تفریق ساده‌ی اعداد یا مقادیر مطلق اشتباه می‌گرفتند. این مشکل ریشه در چند عامل دارد. نخست، دشواری ذاتی مفهوم نسبت که نیازمند تفکر نسبی و درک ارتباط بین دو کمیت است، در حالی که بیشتر دانش‌آموزان همچنان در چارچوب تفکر مطلق و عددی عمل می‌کنند. دوم، آموزش ناکافی معلمان در توضیح معنای «اختلاف نسبی» و تفاوت آن با «اختلاف عددی» است به‌گونه‌ای که دانش‌آموزان اغلب تنها با مثال‌های عددی و الگوریتمی آشنا می‌شوند و تحلیل مفهومی در این آموزش جایگاهی ندارد. سوم، کمبود فرصت برای تجربه‌های عینی و تصویری (مانند استفاده از نمودار یا مدل‌های بصری) که می‌تواند تفاوت این دو نوع اختلاف را روشن سازد. در نتیجه، بسیاری از دانش‌آموزان هنگام مواجهه با مسائل مربوط به تفاضل نسبت‌ها، به رویه‌های ساده و نادرست متوسل شده و از درک دقیق مفهوم بازمی‌مانند.

ضعف در عملیات پایه: دانش نسبت و تناسب بر پایه مفاهیم قبلی مانند عدد، کسر، ضرب و تقسیم بنا می‌شود اما پژوهش حاضر نشان داد که در فرایند آموزش مدرسه‌ای، این پیوندهای مفهومی به اندازه کافی مورد توجه قرار نگرفته است. درک ارزش مکانی اعداد، مهارت در ضرب و تقسیم، درک ارتباط میان کسر و عدد اعشاری و فهم درست از رابطه بین کمیت‌ها از جمله پیش‌نیازهایی هستند که در بسیاری از دانش‌آموزان دیده نمی‌شد. بدون این پیش‌زمینه‌ها، حل مسئله برای آنان دشوار یا ناممکن بود. این نتیجه، تأییدکننده‌ی مطالعه تجری و همکاران (۱۴۰۰) است که تاکید داشتند معلمان می‌توانند با مرور مفاهیم پایه سال‌های قبل و تکرار آن‌ها در قالب مسائل جدید، شکاف‌های آموزشی را پرکنند. همچنین پژوهش ریحانی و همکاران (۱۴۰۲) نیز نشان داد که دانش‌آموزان مدارس تیزهوشان که بر مفاهیم پایه‌ای تسلط بیشتری دارند ، در حل مسائل استدلال تناسبی نسبت به دانش‌آموزان مدارس عادی موفق‌تر عمل می‌کنند. پرتکرارترین گزاره در این مضمون درک نامناسب از عملیات تقسیم با هفت تکرار بود. بعضی از دانش‌آموزان تقسیم را صرفاً به‌عنوان یک عمل مکانیکی برای به‌دست‌آوردن حاصل عددی می‌دیدند و درکی از آن به‌عنوان رابطه‌ای مفهومی میان دو کمیت نداشتند. در نتیجه، هنگام حل مسائل کلامی، در تشخیص این‌که چه موقع باید از تقسیم استفاده کنند دچار سردرگمی می‌شدند. این مشکل را می‌توان ناشی از دو عامل دانست: نخست،

تأکید بیش‌ازحد آموزش بر الگوریتم انجام تقسیم و مراحل محاسباتی، به جای توضیح معنای آن در موقعیت‌های واقعی و دوم، کمبود مثال‌های عینی و کاربردی در زندگی روزمره که می‌تواند درک دانش‌آموزان را از معنای تقسیم تقویت کند. در نتیجه، این ضعف مفهومی سبب می‌شود که دانش‌آموزان در انتخاب درست عملیات و تفسیر منطقی پاسخ به مشکل بر بخورند.

از سویی دیگر شناسایی فراوانی چالش‌های دانش‌آموزان براساس تعداد گزاره‌های استخراج شده از هر تکلیف (کدهای باز) نشان داد که کمترین گزاره‌ها در سومین تکلیف مشاهده شده است. این موضوع می‌تواند به این دلیل باشد که اغلب دانش‌آموزان به خوبی مفهوم این سوال را درک نکرده و متوجه خواسته‌ی مسئله که مقایسه دونسبت بود ، نشدند و با نگاهی ساده به مسئله و بدون درک مفهوم آن تنها دو عدد متن مسئله را باهم مقایسه کردند. بیشترین گزاره‌ها نیز مربوط به تکلیف اول بود و می‌توان اینگونه نتیجه گرفت که با وجود متوسط بودن درجه سختی سوال از نگاه معلمان ، چون اولین سوالی بود که دانش‌آموزان با آن مواجه می‌شدند و هنوز اطلاعات مرتبط با نسبت و تناسب به خوبی در ذهن آنان بازیابی نشده بود ، برای حل این سوال با چالش‌های بیشتری مواجه بودند. همچنین در فرایند مصاحبه نیز مشاهده شد که دانش‌آموزان پس از حل کامل سوال اول با انگیزه و اعتماد به نفس بیشتری به سوالات بعدی پرداختند.

یافته‌ها به روشنی نشان می‌دهند که چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نسبت و تناسب، صرفاً به یک عامل محدود نیست بلکه مجموعه‌ای از موانع زبانی، شناختی، روانی و آموزشی در آن دخیل‌اند که باید به طور هماهنگ و هدفمند مورد توجه قرار گیرند. برای مثال برخی پاسخ‌ها، فارغ از توانایی شناختی، تحت تأثیر احساسات دانش‌آموز نسبت به سوالات یا تجربه‌ی شرکت در مصاحبه بود. به عنوان نمونه، عبارت «این سوالا برام سخته» یا «اگه معادله‌ای بود، بهتر بود» و همچنین عدم تمایل دانش آموز به تلاش بیشتر برای حل سوال نشان می‌دهد که علاقه یا آشنایی قبلی با نوع سوالات، تأثیر زیادی بر تمایل به پاسخ‌دهی و میزان تلاش در حل داشته است. از سویی دیگر نگرش کلی دانش‌آموزان به درس ریاضی نیز در عملکرد آنان در حل مسائل تأثیرگذار بود. برخی از آن‌ها علاقه‌مند، با انگیزه و دارای تجربه‌های مثبت از معلمان یا فضای یادگیری بودند برای مثال یکی از دانش‌آموزان گفت «از بچگی ریاضی رو خیلی دوست داشتم و نمراتم همیشه خیلی خوب بوده» و دیگری بیان کرد «معلم ریاضی مون یکم شوخ طبعه با بچه ها شوخی میکنه ، از همینش خوشم میاد» ؛ در مقابل، برخی دیگر، درس ریاضی را دشوار، خسته‌کننده یا بی‌فایده می‌دانستند و ترجیح می‌دادند زمان خود را صرف فعالیت‌های غیرتحصیلی کنند مثلا عبارت «ترجیح میدم به جای ریاضی وقتم رو بگذارم برای هیئت و با دوستام برم بیرون» یا «ریاضی رو می‌فهمم یعنی درکش برام ساده است ولی انقدر بهش علاقه ندارم» در فرایند مصاحبه از دانش‌آموزان شنیده شد. در برخی مصاحبه‌ها، عواملی مانند نوع آموزش در مدرسه (حضوری یا آنلاین)، شیطنت در کلاس و روابط معلم و دانش‌آموز نیز به عنوان عوامل موثر در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در

محیط مدرسه شناسایی شدند برای مثال عبارت « بعضی کلاس هایی که معلم هاشون رو دوست دارم مثل اجتماعی ، قرآن و علوم ؛ درس هاشون رو بهتر گوش میدهم» و عبارت «چون سوم مجازی بودیم یکم مشکل دارم تو جدول ضرب ولی سعی میکنم درستش کنم» در فرایند مصاحبه شنیده شد. همچنین مواردی چون «نقش معلم خصوصی» در عبارت «دوتا معلم خوب دارم بیرون مدرسه که تو ریاضی کمکم می‌کنند خیلی بهتر یاد بگیرم» و «تشویق به یادگیری ریاضی در محیط خانواده» در عبارت «خانواده ام هم ریاضی دوست دارند ، وقتی دور هم هستیم یه مسئله می‌دهند برای مسابقه که هر کی زودتر اینو حل کنه» از جمله عوامل خارجی تاثیرگذار در یادگیری بودند که توجه به هردو آن‌ها در سیاست‌گذاری‌های آموزشی ضروری است.

در پژوهش حاضر، شواهدی مبنی بر بروز خطا در تمام پنج مرحله مدل نیومن مشاهده شد. بررسی یافته‌های این پژوهش در پرتو مدل تحلیل خطای نیومن نشان می‌دهد که اغلب چالش‌های شناسایی‌شده در حل مسائل کلامی نسبت و تناسب، در یکی از پنج مرحله شناختی این مدل قابل تبیین‌اند. در واقع، استفاده از چارچوب مفهومی نیومن این امکان را فراهم می‌سازد که خطاهای مشاهده‌شده از سطح رفتاری فراتر رفته و در قالب فرآیندهای ذهنی عمیق‌تر تحلیل شوند. در مرحله نخست یعنی خواندن، برخی از شرکت‌کنندگان در پژوهش در خواندن صحیح واژگان مسئله، دچار مشکل بودند. این خطاها اغلب در قالب جا انداختن یا حذف کلمات یا عدم توجه به اطلاعات عددی مهم بروز پیدا می‌کرد. در مرحله دوم درک مطلب، دانش‌آموزان بسیاری نتوانستند معنای مسئله را به‌درستی دریابند. آن‌ها در شناسایی رابطه بین کمیت‌ها و نقش آن‌ها در ساختار مسئله ناکام بودند. برای مثال، درک نادرست از این‌که چه چیزی با چه چیزی مقایسه می‌شود، یا تشخیص ندادن اینکه کدام عدد به کدام کمیت مربوط است، از نشانه‌های بارز ضعف در این مرحله بود.

در مرحله سوم یعنی تبدیل که به معنای ترجمه مسئله کلامی به یک مدل ریاضی قابل‌حل است، بیشترین چالش مشاهده شد. بسیاری از دانش‌آموزان توانایی درک ساختار تناسب را نداشتند، یا به‌اشتباه آن را با رابطه جمعی جایگزین می‌کردند. این ضعف در مدل‌سازی ریاضی ریشه در درک سطحی از مفهوم نسبت و ناتوانی در تشخیص نوع رابطه بین متغیرها داشت. در مرحله چهارم، پردازش، خطاهایی همچون انتخاب نادرست عملیات (مثلاً جمع به‌جای ضرب یا تقسیم)، بی‌دقتی در محاسبات یا استفاده مکانیکی از روش‌هایی چون «ضرب در طرفین» بدون توجه به تناسب مسئله مشاهده شد. برخی دانش‌آموزان بدون تحلیل معنادار مسئله، صرفاً تلاش می‌کردند از یک فرمول حفظ‌شده استفاده کنند، که اغلب منجر به پاسخ‌های نادرست می‌شد. در نهایت، در مرحله پنجم یعنی ارائه پاسخ ، خطاهایی چون بیان پاسخ به‌صورت ناقص یا حتی با عددی که با منطق مسئله همخوانی نداشت دیده شد. برخی دانش‌آموزان پس از رسیدن به پاسخ عددی، توانایی ارزیابی معقول بودن آن را نداشتند و آن را بدون بازبینی نهایی ارائه می‌دادند.

در مجموع، یافته‌های این پژوهش نشان داد که چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی تناسب و نسبت، تنها به بعد شناختی محدود نمی‌شود بلکه طیفی از عوامل زبانی، عاطفی، آموزشی و زمینه‌ای در آن دخیل‌اند. این مضمون‌ها می‌توانند مبنایی برای طراحی مداخلات آموزشی مؤثرتر در دوره ابتدایی باشند. از یک‌سو، مفاهیم پایه‌ای مانند تناسب جزء به جزء، مقایسه نسبت‌ها، تبدیل کسرها و درک عملیات ریاضی، برای بسیاری از دانش‌آموزان نامأنوس یا ناتمام آموخته شده‌است از سوی دیگر، موانعی چون دشواری در خواندن و درک متن مسئله، وابستگی به راهنمایی معلم و اشتباهات محاسباتی در مراحل حل، سبب شده که حتی دانش‌آموزان با درک اولیه مناسب نیز در حل مسائل دچار خطا شوند. این یافته‌ها بر ضرورت بازنگری در شیوه‌های آموزش نسبت و تناسب در دوره ابتدایی تأکید دارند. بنابراین، برای بهبود آموزش این مفاهیم، باید رویکردی چندبعدی اتخاذ شود که هم‌زمان به تقویت دانش مفهومی، ارتقای مهارت‌های زبانی و عددی، بازبینی روش‌های تدریس، و توجه به نگرش‌ها و محیط‌های یادگیری بپردازد.

پیشنهادها

با توجه به اینکه یکی از چالش‌های اصلی دانش‌آموزان در حل مسائل نسبت و تناسب، ضعف در درک واژگان و عبارات زبانی به‌کاررفته در متن مسئله بود، پیشنهاد می‌شود معلمان در طول آموزش، واژگان کلیدی و ساختارهای زبانی رایج در مسائل کلامی را به‌صورت هدفمند آموزش دهند. استفاده از تمرین‌های واژه‌محور، بازنویسی صورت مسئله به زبان ساده توسط خود دانش‌آموز و توجه به درک مطلب ریاضی نیز می‌تواند به بهبود این مهارت کمک کند. از سویی دیگر وابستگی بیش‌ازحد برخی دانش‌آموزان به معلم یا فرد راهنما در حین حل مسئله نشان‌دهنده نبود خوداتکایی و مهارت‌های تفکر مستقل است. معلمان می‌توانند با تقویت اعتمادبه‌نفس ریاضی در دانش‌آموزان و فراهم‌کردن فرصت‌هایی برای حل مسئله به‌صورت فردی یا در قالب کار گروهی بدون دخالت مستقیم، استقلال فکری و جرئت در تصمیم‌گیری ریاضی را در آن‌ها پرورش دهند. همچنین حل تمرین در قالب کارگروهی مزایای آموزش از طریق همسالان را نیز دربر خواهد داشت.

فرایند حل صحیح مسائل کلامی نیازمند مهارت‌هایی همچون درک خواسته مسئله، انتخاب راهبرد مناسب، تحلیل منطقی و بازبینی پاسخ است. معلمان باید آموزش این مهارت‌ها را به‌صورت مجزا و گام‌به‌گام در برنامه درسی بگنجانند و از ابزارهایی مانند چک‌لیست مراحل حل مسئله، تمرین‌های تفکیک‌شده برای هرگام و گفت‌وگوهای کلاسی برای تقویت این مهارت‌ها استفاده کنند. چالش‌هایی مانند بی‌نظمی در طی مراحل حل، سردرگمی در انتخاب راهبرد یا ناتوانی در تفسیر پاسخ، همگی نشان‌دهنده نیاز به آموزش ساختارمند فرایند حل مسئله است. پیشنهاد می‌شود معلمان از مدل‌های استاندارد مانند «چهار مرحله پولیا» استفاده کرده و با طراحی فعالیت‌های متنوع، این ساختار

را به‌طور مداوم و در موقعیت‌های مختلف تمرین دهند تا به یک الگوی ذهنی در دانش‌آموزان تبدیل شود. از سویی دیگر بروز اشتباهات ساده در انجام عملیات ریاضی، حتی در صورت درک درست مسئله، می‌تواند منجر به پاسخ نادرست شود. بنابراین، معلمان باید تمرین‌هایی را طراحی کنند که هدف آن‌ها افزایش دقت و بازبینی محاسبات باشد. همچنین، آموزش مهارت تخمین‌زدن و مقایسه حدودی پاسخ با عددهای تقریبی می‌تواند نقش مؤثری در کشف و اصلاح اشتباهات محاسباتی ایفا کند.

برای یادگیری موفق مفاهیم نسبت و تناسب ، طراحی فعالیت‌هایی که دانش‌آموز را به کشف رابطه‌ها و ساختار مفهومی تناسب سوق دهد، به جای آموزش مستقیم فرمول و الگوریتم توصیه می‌شود. طراحی فعالیت‌های جذاب و کاربردی، ایجاد پیوند میان ریاضی و زندگی واقعی و استفاده از مدل‌سازی تصویری، نمودارها و نمایش‌های شهودی می‌تواند به درک بهتر رابطه‌های تناسبی کمک کند. به علاوه برگزاری کارگاه‌های آموزشی برای معلمان با محوریت استدلال تناسبی، تحلیل خطاهای رایج دانش‌آموزان و روش‌های تدریس خلاقانه می‌تواند کیفیت آموزش این مفهوم را بهبود بخشد. همچنین برای حل مسائل نسبت و تناسب ضروری است دانش‌آموزان بر پیش‌نیازهایی مانند ضرب، تقسیم و عددهای کسری مسلط باشند. معلمان باید قبل از ورود به آموزش این مبحث، با انجام ارزشیابی‌های تشخیصی، میزان تسلط دانش‌آموزان بر این پیش‌نیازها را بررسی کرده و در صورت نیاز، آموزش‌های ترمیمی هدفمند ارائه دهند تا زمینه یادگیری مؤثر فراهم شود.

References

Afsāne Poorang, Nasim Asghar, Ahmad Shāhvarāni, Masoud Kabiri, (2023). A reflection of the structure of teachers' and student-teachers' perception of qualitative proportional reasoning, Quarterly Journal of Educational Innovations, 22(85), 83-106. [In persian]

Agusfianuddin, A., Herman, T., & Turmudi, T. (2024). Difficulties in mathematical language and representation among elementary school students when solving word problems. *Jurnal Elemen, 10(3), 567–581*.

Andini, W., & Jupri, A. (2017). Student obstacles in ratio and proportion learning. *Journal of Physics: Conference Series, 812(1), 012048*.

Ardianto, A., Effendi, M., Fitriani, Z., & Agustini, B. (2024). Towards effective learning: Understanding the connections of vocabulary, reasoning, and mathematical word problem-solving in Islamic elementary education. *Journal of Language Teaching and Research, 15(6), 2109-2116.*

Ayan, R., & Isiksal-Bostan, M. (2018). Middle school students' proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.

Batoei Avarzaman, Mona, Mohsenpour, Maryam, & GOOYA, ZAHRA. (2021). Identifying Students Challenges in Solving Fraction Word Problems at the End of Elementary School. *RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 1(2), 27-44*. [In persian]

Brown, S. G. (2023). From informal to formal understandings: Analyzing the development of proportional reasoning and its retention. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1–23.*

Hurst, C. (2007). Using task-based interviews to assess mathematical thinking of primary school students. In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), Proceedings of the 31st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 273–280). MERGA.

Kadupitiya, J. C. S., Ranathunga, S., & Dias, G. (2017). Assessment and error identification of answers to mathematical word problems. *In Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT) (pp. 123-127).*

Lin, Xin. (2021). Investigating the Unique Predictors of Word-Problem Solving Using Meta-Analytic Structural Equation Modeling. *Educational Psychology Review, 33(3):1097-1124*.

Mohsenpour, M., & Batoui Avarezzaman, M. (2020). A critical review of studies on mathematical word problems. *Curriculum Studies, 15(57), 191–212. [In persian]*

Organization for Educational Research and Planning. (2016). *Teacher's guide for sixth-grade mathematics – 10/74.* Tehran: General Office of Supervision of Publishing and Distribution of Educational Materials. [In persian]

Partridge, C. (2023). *Mathematics learning and intellectual development of elementary school students*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-19-8757-1_8

Pólya, G. (1945). How to solve it: A new aspect of mathematical method. *Princeton University Press*.

Rani,G. Kumar,P.Kumar,S. (2023). Mathematics as a part of real life. *International Journal of Advanced Research in Science, Communication and Technology.* https://doi.org/10.48175/ijarsct-11665

Reihani, E., Barkhordari, H. R., & Hagjoo, S. (2023). Examining students' performance in solving proportional reasoning problems and the effect of grade level, gender, and school type. *Educational and School Studies, 12(4), 461–507.* [In persian]

Reuven, B., Cohen, E., & Stavy, R. (2018). Proportional reasoning: Reducing the interference of natural numbers through an intervention based on the problem-solving framework of executive functions. *Neuroeducation, 5(2), 109-118.*

Rezaei, A., Asghari, N., Behzadi, M. H., Shahvarani Semnani, A., & Ajini, M. (2023). Investigating the role of representations in seventh-grade students' performance on proportional word problems. *Educational and School Studies, 12(3), 511–534.* [In persian]

Scheibling-Seve, C., Gvozdic, K., Pasquinelli, E., & Sander, E. (2022). Enhancing cognitive flexibility through a training based on multiple categorization: Developing proportional reasoning in primary school. *Journal of Numerical Cognition, 8(3), 443–472*.

Sesanti, N. Y. Triwahyuningtyas, D. (2021). Students' problem solving on mathematical proportion. *Journal of Physics: Conference Series, 1869(1), 012133*.

Tajeri, T., Karimi, M., Jer, N., & Delijeh, F. (2021). Investigating teaching methods of fractions, ratio, and proportion in the mathematics curriculum of sixth grade elementary education. *Research in Mathematics Education, 2(2), 73–89.* [In persian]

Van Dooren, W., Vamvakoussi, X., & Verschaffel, L. (2018). Proportional reasoning. Educational Practices Series 30. *UNESCO International Bureau of Education*.

Vanluydt, E., Degrande, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2020). Early stages of proportional reasoning: A cross-sectional study with 5- to 9-year-olds. *European Journal of Psychology of Education, 35(3), 529–547.*

Vragović, A. Klasnić, I. (2021). Do primary school students like mathematics? *Proceedings of the 2021 International Symposium on Education and Educational Technology, 2, Article 6158.*

Yaftian, N., & Asadnezhad Porooj, S. S. (2020). Examining and comparing the performance of fourth-grade boys and girls in solving mathematical word problems based on Newman's model. *Educational and School Studies Quarterly, 9(4).* [In persian]