Journal of Theory & Practice in Curriculum

I.C.S.A.
Iranian Curriculum Studies Association

ISSN : 2345-4938
eISSN :2345-4938

Vol.23 (12); 2025

P: 93-120

https://www.jcstpicsa.ir

Open-Ended Mathematical Problems as Bridges Between School Mathematics and Students' Real-Life Contexts

Zohreh Mahmoodi, * Zahra Gooya. **

* Master of Mathematics Education and Mathematics Teacher, Larijan, Mazandaran, Iran., Email: rz.mahmoudi1996@gmail.com

**Emeritus Professor of mathematics education, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Email: zahra_gooya@yahoo.com

Article Info | Abstract

Article type:
Research Article

Key words: Open-ended Problems, Grade 8 Students, Grade 8 Mathematics, Real-life Context, Mathematical Problem Solving.

Article history:
Received :01 December 2024
Accepted : 04 March 2025

This study explores the role of open-ended problems in connecting school mathematics to students' real-life contexts. Conducted with ten Grade 8 students in northern Iran, the research employed a qualitative approach using individual and group problem-solving tasks, semi-structured interviews, and teacher reflections. Students engaged with ten open-ended problems aligned with their curriculum, followed by collaborative solutions to selected problems, including a contextual task titled "The Farmer and His Eggs." The analysis revealed that open-ended problems grounded in familiar, meaningful contexts increased student motivation and encouraged diverse solutions. These tasks allowed students to activate prior knowledge, employ various strategies, and engage in mathematical reasoning. Importantly, contextualized open-ended problems bridged the gap between abstract mathematics and students' everyday experiences, making learning more meaningful. The findings highlight the value of such tasks in promoting active participation, creativity, and deeper understanding in mathematics classrooms.

Cite this Article:

Mahmoodi, Z. Gooya, Z. (2025). Open-Ended Mathematical Problems as Bridges Between School Mathematics and Students' Real-Life Contexts. Biquarterly Journal of Theory and Practice in the Curriculum, 12(24), 93-120. DOI: **10.22034/tpcj.2025.531441.1082**

Extended Abstract

I ntroduction

Contemporary mathematics education increasingly emphasizes the need for meaningful learning, student engagement, and the applicability of mathematical concepts to real-life situations. However, in many instructional practices, the gap between school mathematics and students' daily experiences persists. Textbook-driven instruction and a focus on convergent thinking often reduce mathematics to rote procedures, depriving students of opportunities for creativity, critical reasoning, and connection-making.

One pedagogical approach that holds promise in addressing this disconnect is the use of ***open-ended problems***. These tasks, by design, allow for multiple valid solutions and various pathways to arrive at them. Open-ended problems can foster divergent thinking, stimulate student discussion, and provide contexts that are both cognitively challenging and personally relevant.

The purpose of this study was to explore how open-ended problems can serve as a bridge between mathematical content and students' lived realities. Specifically, it examined whether and how such problems engage Grade 8 students in mathematical thinking that reflects their real-world experiences, and how this impacts their understanding, motivation, and problem-solving strategies.

Methods

This study was conducted during the 2021–2022 academic year in a small town in northern Iran. The participants were ten Grade 8 students from a low-enrollment public school. The first author, who was also the students' mathematics teacher, adopted the dual role of practitioner and researcher. This teacher-researcher design allowed for close observation and deep insight into classroom dynamics and student responses.

A qualitative research approach was used, incorporating the following data sources:

- Students' individual responses to 10 open-ended problems,
- Group-based collaborative problem solving for selected tasks,
- A contextual open-ended task titled ***"The Farmer and His Eggs"***,
- Semi-structured interviews with students,
- Reflective teacher-researcher notes and classroom observations.

The problems were aligned with the first four chapters of the national Grade 8 mathematics textbook, covering algebra, geometry, and number theory. Problems were designed based on prior research criteria for open-endedness, including the presence of multiple solutions, opportunities for creative reasoning, and connections to real-life contexts (e.g., Nohda, 2000; Savic, 2019).

For group activities, students worked in teams of three to four to solve selected problems that had generated the most diverse individual responses. The ***"Farmer and His Eggs"*** problem was introduced to assess students' ability to model a real-world situation mathematically using concepts such as divisibility and least common multiple (LCM).

Data analysis involved coding students' written work, transcribing interviews, and identifying emerging themes through triangulation of the three data sources. The credibility of findings was enhanced through peer debriefing and thematic saturation.

Results

The study found that **open-ended problems with real-world contexts significantly enhanced student engagement and mathematical reasoning**. Three key findings emerged:

1. **Connection to Real-Life Contexts**
   Students were more motivated to solve problems that had meaningful, familiar, or humorous contexts. For example, the "Farmer and His Eggs" problem engaged all three student groups deeply. Students used trial-and-error, pattern recognition, and logical reasoning to determine that the number of eggs must be a multiple of 60 plus 1. They later discovered this was an application of the concept of LCM—a realization that enhanced their appreciation of the mathematical principle.
2. **Increased Diversity in Problem-Solving Approaches**
   Open-ended tasks encouraged a wide range of strategies. For example, when asked to write a story problem based on a given equation, students produced varied and often inventive narratives, though many initially struggled to translate an algebraic structure into a meaningful context. Group discussions helped refine and correct misunderstandings. Compared to closed problems, students demonstrated more autonomy in approaching open-ended problems.
3. **Collaborative Learning and Conceptual Growth**
   Group problem solving revealed that students could clarify each other's misconceptions and collectively reach accurate interpretations. The process fostered mathematical discourse, peer teaching, and identity as capable problem solvers. Even students with lower achievement levels contributed meaningfully when encouraged by the openness of the task and the support of peers.

Additional observations included:

- Students' ability to propose new problems increased over time.

- Students became less fearful of making mistakes and more comfortable proposing tentative ideas.
- Tasks that were situated in everyday life (e.g., shopping, food, school routines) prompted more sustained engagement.

Discussion

The findings underscore the **pedagogical value of open-ended problems** in mathematics education, particularly when rooted in real-life situations that students can relate to. These tasks:

- Promote **active engagement** rather than passive reception;
- Encourage **divergent thinking** and multiple representations;
- Support **social interaction** and **mathematical discourse**;
- Provide meaningful opportunities for **authentic assessment**;
- Help bridge the **abstract nature of school mathematics** with the **concreteness of students' lives**.

The students' struggle to write contextual problems that matched algebraic equations revealed a gap in their ability to transfer formal knowledge to real-world situations. This points to a need for **explicit instruction in problem formulation**, not just problem solving. Moreover, many students' initial story problems lacked real-world plausibility, suggesting that context familiarity must be cultivated over time through culturally responsive and locally relevant examples.

The contrast between individual and group work highlighted the social dimensions of learning mathematics. Students were more willing to take intellectual risks in groups and benefited from peer explanations and collaborative reasoning. These results are consistent with prior research emphasizing the importance of community in mathematics classrooms (Silver, 1995; Foong, 2002).

Conclusion

This study demonstrates that **well-designed open-ended problems, particularly those situated in students' real-life contexts**, can significantly enhance mathematical learning. When students are invited to explore multiple solutions and construct meaning collaboratively, mathematics becomes more than an abstract set of procedures—it becomes a way of thinking and relating to the world.

Implications include:

- Teachers should be trained to design and facilitate open-ended tasks that are both mathematically rich and contextually meaningful.
- Curriculum designers should embed such problems across grade levels and content areas.

- Assessment systems should recognize diverse thinking paths and emphasize depth over correctness.

In sum, integrating open-ended problems into daily instruction can transform the mathematics classroom into a space of exploration, dialogue, and authentic connection between the learner and the discipline.

Keywords: Open-ended Problems, Grade 8 Students, Grade 8 Mathematics, Real-life Context, Mathematical Problem Solving.

ISSN :2345-4938
eISSN: 2783-0640
سال دوازدهم، شمارهٔ ۲۴ پاییز و زمستان ۱۴۰۳
۱۲۰-۹۳
https://www.jcstpicsa.ir
نظریه و عمل در برنامه درسی
انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مسئله‌های باز-پاسخ: پیونددهنده دانش ریاضی و زندگی واقعی

زهره محمودی*، زهرا گویا **

* کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی، لاریجان، ،ایران. رایانامه rz.mahmoudi1996@gmail.com
** استاد بازنشسته دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. رایانامه zahra_gooya@yahoo.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
علمی-پژوهشی

واژگان کلیدی:
سؤال‌های باز-پاسخ، دانش‌آموزان پایهٔ هشتم، ریاضی پایه هشتم، زمینه زندگی واقعی، حل مسئله ریاضی

تاریخچه مقاله:
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۱۰
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴

چکیده

پژوهش حاضر باهدف بررسی نقش سؤال‌های باز-پاسخ در ایجاد پیوند بین دانش ریاضی و زندگی واقعیِ دانش‌آموزان پایه هشتم انجام گرفت. زمان اجرای این پژوهش، سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ بود و شرکت‌کنندگان، ۱۰ دانش‌آموز پایه هشتمِ در یکی از شهرهای شمالی ایران بودند و نویسنده اول، معلم ریاضی‌شان بود. داده‌های پژوهش شامل حل مسئله انفرادی و گروهی دانش‌آموزان، مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته و مشاهده‌ها و یادداشت‌های بازتابی معلم/نویسنده اول بود. جمع‌آوری داده‌ها ازطریق برگه‌های حل مسئله‌های باز-پاسخ به‌صورت فردی و گروهی، یادداشت‌های نویسنده اول و مصاحبه‌های فردی انجام‌شد. در حل مسئله انفرادی، شرکت‌کنندگان به ۱۰ سؤال پاسخ دادند و برای حل مسئله گروهی، دانش‌آموزان چهارمسئله از بین آن ۱۰ مسئله، به‌همراه یک مسئله زمینه‌مدار جدید را حل‌کردند که دراین مقاله، نتایج تجزیه‌وتحلیل پاسخ‌ها به سه‌مسئله، ارائه می‌گردد. مصاحبه‌ها بارضایت دانش‌آموزان، ضبط شنیداری شد. برای تحلیل داده‌ها، از پاسخ‌های دانش‌آموزان، متن پیاده شده مصاحبه‌ها و یادداشت‌های بازتابیِ پژوهشگران، استفاده شد. یافته‌ها نشان دادند که «زمینه»های زندگی واقعی، نقش با اهمیتی در مسئله‌های باز-پاسخ دارند و علاقه‌مندی دانش‌آموزان را برای حل آن‌ها، بیشتر می‌کند. همچنین تنوع راه‌حل‌ها و پاسخ‌ها، فرصتی برای درگیرکردن دانش‌آموزان با مسئله به‌وجود می‌آورد که کمک می‌کند تا میان دانش ریاضی و زندگی واقعیِ دانش‌آموزان، پیوند برقرار شود.

استناد به این مقاله:

محمودی زهره و گویا زهرا . (۱۴۰۳). *مسئله‌های باز-پاسخ: پیونددهنده دانش ریاضی و زندگی واقعی* .*نظریه و عمل در برنامه درسی*. *دوفصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. انجمن مطالعات برنامه درسی ایران؛ ۱۲(۲۴)، ۱۲۰-۹۳. doi: 10.22034/tpcj.2025.531441.1082

ناشر: انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مقدمه

به‌گفته رفیع‌پور (۱۳۹۹)، فعالیت‌های آموزشی که برآمده از زندگی روزانه دانش‌آموزان بوده و با محیط پیرامونی آنان پیوند داشته باشد، باعث ارتقای یادگیری ریاضی می‌شود. زیرا انسان‌ها در جهانی زندگی می‌کنند که با مسائلی احاطه شده است که نیازمند پاسخ‌های صحیح و متناسب با موقعیت‌های واقعی هستند. مسائل واقعی، موقعیت‌هایی هستند که از پیچیدگی‌های خاصی برخوردارند و معمولاً دانش‌آموزان برای حلشان، نیازمند به‌کارگیری دانش خود در زمینه‌های مختلف هستند. این مسئله‌ها تنها محدود به یک راه‌حل و رسیدن به یک پاسخ قطعی نیستند و بدین‌سبب، در رده مسائل «باز-پاسخ[۱]» قرارمی‌گیرند (سنچز[۲]،۲۰۱۳) که به تعبیر ساویچ[۳] (۲۰۱۹)، می‌توانند نقطهٔ اتصال بین دانش ریاضی و موقعیت‌های واقعی زندگی باشند. این مقاله، گزارش پژوهشی است که هدف آن، پاسخ به این سؤال بود که آیا می‌توان از مسائل باز-پاسخ، برای پیوند میان دانش ریاضی و موقعیت‌های واقعی زندگی دانش‌آموزان استفاده کرد؟

پیشینه

از شروع دهه ۱۹۷۰ میلادی، پژوهش‌های منظم درباره استفاده از رویکرد باز و مسائل باز-پاسخ در ژاپن، انجام شد. نوهدا[۴] (۲۰۰۰) در بیان سیرتحول این حوزه پژوهشی در ژاپن، توضیح می‌دهد که در آن زمان، تمرکز بسیاری از پژوهش‌ها در حوزه آموزش ریاضی، مبتنی بر ایده تحول در ریاضی مدرسه‌ای به کمک رویکرد حل مسئله بود. شیمادا، ساوادا، هاشیموتو و شیبویا[۵] به سفارش «وزارت آموزش، علوم، ورزش و فرهنگ» ژاپن درارتباط با روش‌های ارزشیابی در آموزش ریاضی و براساس مسئله‌های باز-پاسخ، پیمایشی انجام داده و گزارش آن را در سال ۱۹۷۲ ارائه دادند[۶]. در سال‌های بعد، معلمان و پژوهشگران از این ایده استقبال کردند و آن را در کلاس‌های درس خود به اجرا گذاشتند. نتیجه این پژوهش‌ها درسال ۱۹۷۷، در کتابی با عنوان «رویکرد باز-پاسخ: پیشنهادی نوین برای تدریس ریاضی[۷]» و به‌کوشش شیمادا منتشر شد. به‌دلیل اثربخشیِ استفاده از رویکرد باز-پاسخ در ارتقای یادگیری ریاضی، این کتاب درسال ۱۹۹۷، توسط بِکِر[۸] و شیمادا به انگلیسی ترجمه گردید و توسط «شورای ملی معلمان ریاضی[۹]» در آمریکا و کانادا، چاپ شد.

مقاله حاضر برگرفته از پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی است

[1] Open-ended
[2] Sanchez
[3] Savić
[4] Nohda
[5] Shigeru Shimada, Toshio Sawada, Yoshihiko Hashimoto & Kenichi Shibuya
[6] Shimada S., Sawada, T., Hashimoto, Y., & Shibuya, K. (1972). A study of development of evaluation method in mathematics education. Report of Scientific Research Grant of Ministry of Education, Science, Sports, and Culture, Government of Japan (in Japanese).
[7] The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics.
[8] Becker
[9] National Council of Teachers of Mathematics: NCTM

یئو[۱۰] (۲۰۱۵)، تعدّد پاسخ‌های درست برای یک مسئله و امکان تعیین تمام آن پاسخ‌ها را به‌منزلهٔ «باز» بودن نمی‌داند و آن را در ردهٔ مسئله‌های «بسته» قرارمی‌دهد. بینگول‌بالی و بینگول‌بالی[۱۱] (۲۰۲۱، به نقل از کاون، پارک و پارک[۱۲]، ۲۰۰۶)، ویژگی بارز مسئله‌های «بسته» را، سهولت فهمیدن آن‌ها با مهارت‌های معمولیِ «تفکرهمگرا[۱۳]» معرفی کردند. درمقابل، آن‌ها مسئله‌هایی را که فهم‌ودرکشان نیازمند مهارت‌های «تفکرواگرا[۱۴]» هستند، «باز-پاسخ» نامیدند که هم بیش‌از یک‌پاسخ درست دارند و هم روش‌های حل متنوعی دارند. نوهدا (۲۰۰۰) مسئله‌های باز-پاسخ را ابزار مناسبی برای تشویق دانش‌آموزان در استفاده از دانش و مهارت‌های ریاضی و مشارکت فعال در حل مسائل زندگی واقعی‌شان می‌داند. این مسائل، به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد تا ریاضی‌وار فکرکنند، تنها بر استفاده از رویّه‌های از قبل آموخته شده متمرکز نشوند و به‌دلیل ماهیت موقعیت‌مدارشان، به یک پاسخ محدود نباشند.

به‌گفته نوهدا (۲۰۰۰، به نقل از نوهدا، ۱۹۸۳)، تنها بازبودن پاسخ، یک مسئله را «باز-پاسخ» نمی‌کند، بلکه شامل مسئله‌هایی می‌شود که «غیرمعمول[۱۵]» باشند، راه‌حل‌های چندگانه داشته باشند و بتوانند باعث صورت‌بندی مسئله‌های جدید بشوند. وی با این تعمیم، مسئله‌های باز-پاسخ را باتعبیر وسیع‌تری، «بازبودن[۱۶]» نامید و آن‌ها را در سه‌دسته معرفی کرد:

- مسئله‌های فرایند-باز[۱۷]؛ دارای راه حل‌های متعدد بوده و با روش‌های متنوع، قابل حل هستند.
- مسئله‌های پاسخ-باز[۱۸]؛ دارای چندین پاسخ درست ازطریق راه‌حل‌های متفاوت هستند.
- مسئله‌های توسعه-باز[۱۹]؛ قابلیت دارند که با تغییر شرایط مسئله اصلی، مسئله‌های جدیدی تولید کنند.

ازطرف دیگر، سیلور[۲۰](۱۹۹۵) مسئله‌های باز-پاسخ را دارای معانی مختلفی دانسته و برای آن‌ها، چهار دسته‌بندی ارائه داد:

- مسئله‌هایی که هنوز حل نشده‌اند[۲۱]؛
- مسئله‌هایی که تفسیرهای مختلف یا پاسخ‌های متفاوتِ قابل قبول دارند؛
- مسئله‌هایی که راه‌حل‌های متفاوت دارند؛
- مسئله‌هایی که مولد هستند و امکان طرح مسائل جدید یا تعمیم خود را دارند.

---

[10] Yeo
[11] Bingolbali & Bingolbali
[12] Kwon, park & park
[13] Convergent Thinking وقتی که یک مسئله، با استفاده از یک رویّه مشخص و استدلال منطقی، حل می‌شود.
[14] Divergent Thinking فرایند جستجو برای راه‌های متنوع و ایده‌های خلاق برای حل یک مسئله است.
[15] Non-routine Problems
[16] Openness
[17] Process is open
[18] End products are open
[19] Ways to develop are open.
[20] Silver
[۲۱] این مسئله‌ها در تاریخ ریاضی، باعث پیشبرد شگرف ریاضی شدند که مشخص‌ترین آن‌ها، ۲۳ مسئله‌ای بود که هیلبرت درسال ۱۹۰۰ معرفی کرد. با حل هرمسئله، تحولات عظیمی در ریاضی رخ داد که از آن جمله، می‌توان به «آخرین قضیه فِرما» اشاره کرد که بالاخره درسال ۱۹۹۳، توسط اندرو وایلز حل شد.

دراین راستا، فونگ[۲۲](۲۰۰۲) هفت شرط را برای باز-پاسخ بودن یک مسئله، بیان کرد:

- روش قطعی برای حل آن وجود نداشته باشد؛
- پاسخ قطعی نداشته باشد یا امکان پذیرش پاسخ‌های بسیار را داشته باشد؛
- بااستفاده از روش‌های متفاوت و سطوح فکری متفاوت، قابل حل باشد؛
- فضایی برای تصمیم‌سازی و تفکر ریاضیِ دانش‌آموزان فراهم کند؛
- مهارت‌های گفتگو و استدلال را ارتقا دهد؛
- سبب شکوفایی خلاقیت و تخیل دانش‌آموزان شود؛
- در ارتباط با تجربه‌های زندگی واقعی باشد.

برای حل مسائل باز-پاسخ، ضروری است که دانش‌آموزان باتوجه به موقعیت‌های واقعی و پیرامونی و توانایی‌های خود، آن‌ها را بفهمند و راه‌حل‌های احتمالی را امتحان کنند که این روند، به توسعه تفکر خلاق می‌انجامد. (کاون،پارک و پارک ،۲۰۰۶، نقل شده در بینگول‌بالی و بینگول‌بالی، ۲۰۲۱) و به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد که هر کدام با توجه به درک خود، راه‌حل ارائه دهند و درکلاس، نقشی فعال داشته باشند (ساویچ، ۲۰۱۹).

نوهدا (۱۹۸۶) سه ویژگی را برای مسئله‌های «باز» برشمرد:

- دانش‌آموز بتواند راجع به آن، سؤال طرح کند؛
- محتوای ریاضیِ مسئله محدود نباشد؛
- بین دانش‌آموز و محتوای ریاضی تعامل ایجاد شود.

ماهیت انتزاعی ریاضی، وجه قوی آن است و زمانی‌که از زندگی واقعی دانش‌آموزان فاصله می‌گیرد، برای بسیاری از آن‌ها بی‌معنی می‌شود و به این دلیل، یکی از پرمشکل‌ترین موضوع‌های درسی مدرسه‌ای است که افت تحصیلی دانش‌آموزان در آن، زیاد است (دهقان‌نیری و گویا، ۱۳۹۴). یافته‌های پژوهشی درحوزه حل مسئله ریاضی نشان می‌دهند که یکی از راه‌های کمک به یادگیری ریاضی دانش‌آموزان، ایجاد ارتباط بین انتزاع ریاضی و موقعیت‌های زندگی واقعی است. مطالعهٔ پیشینه نشان می‌دهد که دراین میان، استفاده از مسائل باز-پاسخ در تدریس ریاضی، یکی از رویکردهایی است که می‌تواند تأثیر مثبتی بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان داشته باشد.

روش پژوهش

هدف پژوهش حاضر، بررسی چگونگی استفاده از مسئله‌های باز-پاسخ در ارتقای یادگیری ریاضی دانش‌آموزان دوره متوسطه اول در ایران بود. مبتنی براین هدف، سؤال پژوهش بدین ترتیب تبیین شد که چگونه مسئله‌های باز-پاسخ، می‌توانند پیونددهنده دانش ریاضی و موقعیت‌های واقعی دانش‌آموزان باشند.

[22] Foong

شرکت‌کنندگان در پژوهش، تمام ۱۰ دانش‌آموزان پایه هشتمِ یک مدرسه دولتیِ کم‌جمعیت در یکی از شهرستان‌های شمالی ایران بودند که تعدادشان ۱۰ نفر بود و مشارکتشان داوطلبانه بود. آنان رضایت خود را از شرکت در پژوهش، به‌طور شفاهی اعلام کردند. قبل از اجرای پژوهش نیز، به دانش‌آموزان گفته شد که شرکت یا عدم‌شرکتشان در مطالعه، ارتباطی به ارزشیابی کلاسی‌شان ندارد.

قرارگاه پژوهش، پایهٔ هشتم بود و معلم ریاضی، نویسنده اول این مقاله بود که در دوره اول متوسطه تدریس می‌کرد و اِشراف وی بر ریاضی این دوره، تسهیل کننده درک ریاضیاتی بود که دانش‌آموزان حین حل مسئله، از آن استفاده می‌کردند. علت انتخاب پایهٔ هشتم این بود که پایهٔ هفتم به‌دلیل انتقال دانش‌آموزان از دوره ابتدایی به دوره متوسطه و مشکلات ویژه نظیر عدم‌آگاهی نسبت به دانش پیشین آنان، مناسب تشخیص داده نشد، همچنان‌که پایهٔ نهم هم به‌خاطر تب‌وتاب امتحان نهایی، آرامش پرداختن به فعالیت‌های یادگیریِ خارج از آنچه که تمرکز آزمون‌های مشترک نهایی برآن‌هاست، ایجاد نمی‌کرد. بدین جهت پایهٔ هشتم به‌عنوان قرارگاه پژوهش، انتخاب شد.

رویکرد پژوهش باتوجه به هدف پژوهش، کیفی انتخاب شد که در آن، جامعه و نمونه تصادفی و تعیین روایی و پایایی و درنتیجه امکان تعمیم کمّی یافته‌های مبتنی بر داده‌های کمّی موردنظر نبود. درعوض، شناخت پدیده مسئله یا سؤال باز-پاسخ و نقش آن در توسعه فهمیدن ریاضی دانش‌آموزان و ارتقای مهارت‌های حل و طرح مسئله ریاضی آنان، دغدغه اصلی پژوهشگران بود. دو پژوهشگر با بررسی پیشینه، دریافتند که مسئله‌های باز-پاسخ، قابلیت ایجاد ارتباط بین ریاضیِ مدرسه‌ای و زندگی واقعی را دارد؛ واقعیتی که در آن، اکثریت قاطع مسئله‌ها، پاسخ منحصربه‌فرد ندارند و بسته به موقعیت، پاسخ‌های متعدد قابل تأمل هستند.

روند انتخاب مسئله برای اجرای پژوهش بدین صورت انجام شد که نخست، براساس محتوای موضوعی فصل‌های اول تا چهارم کتاب ریاضی پایه هشتم که تا موقع تقریبیِ اجرای پژوهش، توسط معلم/پژوهشگر تدریس شده بود، ۱۶ مسئله طراحی شد. برای این طراحی، دو ویژگی لحاظ شد که اولی، پوشش موضوعی چهارفصل شامل جبر و معادله، هندسه و اعداد و دومی، داشتن ویژگی‌های مسئله‌های باز-پاسخ بود که از پیشینهٔ مرورشده، استخراج شدند (پیوست الف). درمرحله بعد، شش مسئله که به‌لحاظ موضوعی یا روشی مشابه بودند، حذف شدند. از ۱۰ مسئله باقی مانده، شش مسئله مربوط به جبر و معادله، سه مسئله راجع به هندسه و یک مسئله هم از بخش اعداد بود که جزییات آن‌ها با هدف‌هایی که پژوهشگران از طرح آن‌ها داشتند، در جدول ۱ نمایش داده شده است.

جدول ۱. مسئله‌های باز-پاسخ، حیطهٔ موضوعی و هدف‌های محتوایی

حیطه موضوعی	شماره مسئله	مسئله‌های باز-پاسخ	هدف‌های محتوایی
	۱	جاهای خالی را به‌گونه‌ای تکمیل کنید تا تساوی جبری حاصل شود. $(\cdots\cdots\cdots\cdots)(x+y+1) = x^2 + \cdots\cdots\cdots$	- ضرب عبارت‌های جبری - تشخیص عبارت داخل پرانتز - تشخیص جملات متشابه - ساده‌کردن عبارت‌های جبری

حیطه موضوعی	شماره مسئله	مسئله‌های باز-پاسخ	هدف‌های محتوایی
جبر و معادله	۲	یک ماشین عددسازی داریم که عدد ورودی آن ۳ و خروجی آن ۳۲ است. از نظر شما این ماشین چه‌کاری می‌تواند انجام دهد؟ آن را به‌صورت یک عبارت جبری بیان کنید.  	- استفاده از عملیات ریاضی جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توان و جذر - تنوع استفاده از عملیات ریاضیِ متفاوت - بیان ریاضیِ عمل انجام شده توسط ماشین
	۳	به ازای x و y چه اعدادی می‌توان قرار داد تا معادله $2\,x + y = 0$ همواره برقرار باشد؟	- فرصت ارائه پاسخ‌های متنوع - درک رابطه بین x وy
	۴	در هر پرانتز، چند جملهٔ دلخواه بنویسید، به‌طوری که حاصل‌ضرب پرانتزها ۹ جمله بشود. (.......................)(......................) =	- انتخابِ تعداد و نوع جملات داخل هرپرانتز - ضرب و ساده‌کردن عبارت‌های جبری - حذف جملات متشابه پس از ضرب دو پرانتز
	۵	یک عبارت جبری بنویسید که جملهٔ $6a^2b$ را به‌عنوان عامل مشترک داشته باشد.	- تجزیه عبارت‌های جبری - تعداد جمله‌های لازم برای تشکیل عبارت جبری - چکونگی تشکیل جمله‌های جبری - تشکیل عبارت‌های جبری با متغیرهای حرفی، ضریب‌های عددی، توان‌های متغیر یا تلفیقی از چند روش - ساختن جمله‌های جبری با ضرب دوعبارت
	۶	مسئله‌ای بنویسید که با معادلهٔ $6\,x + 10 = 130$ حل شود.	- طراحی مسئله‌های متفاوت برای یک معادله - رابطه بین حل معادله و طرح مسئله برای آن
هندسه	۷	می‌خواهیم با استفاده از کاشی‌هایی به شکل چند ضلعی‌های منتظم، سطحی را کاشی‌کاری کنیم. از چه شکل کاشی‌هایی می‌توانیم استفاده کنیم؟ (می‌توانیم از کاشی‌های متفاوت استفاده کنیم.)	- زاویه داخلی - شرط لازم برای کاشی‌کاریِ یک سطح - انتخاب کاشی‌های مختلف با رعایت شرط لازم
	۸	به انتخاب خود، چهار نوع چندضلعی بکشید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آن‌ها را توضیح دهید.	- پاسخ‌های متنوع برای یک مسئله - رسم چندضلعی‌های منتظم و غیرمنتظم متفاوت - مقایسه چندضلعی‌ها ازجنبه ○ منتظم یا غیرمنتظم ○ محدب یا مقعر بودن ○ تعداد ضلع‌ها

حیطه موضوعی	شماره مسئله	مسئله‌های باز-پاسخ	هدف‌های محتوایی
			○ اندازهٔ زاویه‌ها ○ تعداد قطرها
	۹	یک شکل هندسی بکشید که مرکز تقارن داشته باشد و شکل دیگری بکشید که مرکز تقارن نداشته باشد.	- پاسخ‌های گوناگون برای یک مسئله - مفهوم مرکز تقارن
اعداد	۱۰	اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و شباهت‌ها و تفاوت‌های آن‌ها را بیان کنید. ۲۹ ۲۱ ۳۵ ۴۵	- مقایسه اعداد از جنبه‌های گوناگون ○ تعداد رقم‌ها درهر مرتبهٔ مکانی ○ اول یا مرکب بودن ○ بخش‌پذیری ○ زوج یا فرد بودن ○ بزرگی یا کوچکی عدد

در این پژوهش، دانش‌آموزان به‌طور انفرادی به حل ۱۰ مسئله پرداختند. پس از تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان، معلوم شد که برای آنان، مسئله‌های ۲ و ۳ و ۴ و ۶ چالش‌برانگیزتر بوده و پاسخ‌ها هم از تنوع بیشتری برخوردارند. بدین سبب برای حل مسئله گروهی، دوباره از همان چهارمسئله استفاده شد و مسئله زمینه‌مدار زیر هم باعنوان «کشاورز و فروش تخم‌مرغ‌هایش»، در دوگروه سه‌نفری و یک گروه چهارنفری، اجرا شد. هدف از طراحی این مسئله، بررسی توانایی الگویابی دانش‌آموزان پایهٔ هشتم و درک مفهوم بخش‌پذیری و «کوچک‌ترین مضرب مشترک» (ک.م.م) بود.

کشاورزی تخم مرغ‌هایش را برای فروش به بازار می‌برد که در راه تصادف کرد. خوشبخانه خودش آسیبی ندید، ولی تمام تخم‌مرغ‌هایش شکست. کشاورز برای دریافت خسارت، به نمایندگی بیمه‌اش مراجعه کرد. نماینده بیمه از او تعداد تخم‌مرغ‌هایش را پرسید. او گفت نمی‌داند، ولی یادش هست که موقع بسته‌بندی، اگر می‌خواست تخم‌مرغ‌ها را در بسته‌های دوتایی بگذارد، ۱ تخم‌مرغ اضافه می‌ماند، اگر در بسته‌های سه‌تایی می‌گذاشت، ۱ تخم‌مرغ باقی می‌ماند و اگر در بسته‌های چهارتایی می‌گذاشت، ۱ تخم‌مرغ اضافه می‌ماند. برای بسته‌های پنج‌تایی و شش‌تایی هم ۱ تخم‌مرغ اضافه می‌ماند. به‌نظر شما با این اطلاعات، نماینده بیمه چگونه توانست تعداد تخم‌مرغ‌های کشاورز را پیدا کند؟ با هم بحث کنید و راه‌های مختلف را برای یافتن پاسخ، بنویسید.

جمع‌آوری داده‌های پژوهش، به‌وسیلهٔ پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسئله‌های باز-پاسخ به‌صورت انفرادی و گروهی، مصاحبه با شرکت‌کنندگان و یادداشت‌های معلم/پژوهشگر انجام شد. با این سه منبع داده‌ها، مثلثی‌سازی برای اعتباربخشی به یافته‌های پژوهش انجام شد.

یافته‌ها

دراین بخش، تجزیه و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده توسط دو مسئله از جدول ۱ که به‌صورت انفرادی حل شد و مسئله «کشاورز و فروش تخم‌مرغ‌هایش» که برای حل گروهی طراحی شد، ارائه می‌شود.

مسئله ۶ از جدول ۱: *مسئله‌ای بنویسید که با معادلهٔ* $6\,x + 10 = 130$ *حل شود.*

سؤال‌های دانش‌آموزان از معلم طی حل مسئله انفرادی و تصحیح برگه‌ها نشان داد تقریباً همهٔ آنان معادله را آموخته و برای حل آن مشکلی نداشتند، ولی برای طراحی مسئله‌ای که معادله مسئله ۶ صورت‌بندی آن باشد، با چالش جدی روبه‌رو شدند. درواقع اکثر دانش‌آموزان، تنها تجربهٔ حل معادله را داشتند و برای اطمینان از این برداشت، از معلم پرسیدند که «باید معادله را حل کنیم؟» و زمانی که پاسخ منفی معلم را شنیدند، دچار سردرگمی شدند. برای مثال، یکی از دانش‌آموزان در پاسخ به این سؤال، نخست گفت که «خب می‌نویسیم معادله زیر را حل کنید» و چون دید که هدف این سؤال طرح مسئله‌ای برای این معادله بود، متوجه شد که این مسئله، فراتر از حل یک معادله است. پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال، برحسب ساختارشان دسته‌بندی و تحلیل شدند. برای حل این سؤال، چالش چهار نفر از دانش‌آموزان این بود که نمی‌دانستند در طرح مسئله، با عدد ۱۰ چه کنند. گفت‌وگوی معرف[۲۳] زیر، بین معلم/پژوهشگر و یکی از دانش‌آموزان، نشان‌دهندهٔ این چالش است:

دانش‌آموز: خانم برای عدد ۱۰ بگیم برای این‌که می‌خواست تعداد نذری کم نباشه، ۱۰ تا دیگه هم به اون‌ها اضافه کرد یا باید کم بشه ازشون؟

معلم: به نظرت موقع حل کردن معادله، عدد ۱۰ چه نقشی داره؟

دانش‌آموز: موقع حل کردن معادله، عدد ۱۰ می‌ره سمت راست تساوی و علامتش قرینه می‌شه و از ۱۳۰ کم می‌شه.

او پس از اندکی درنگ، رو به معلم کرد و گفت، «آها فهمیدم اون ۱۰ تا باید از تعداد نذری‌ها کم بشه». با ادامهٔ گفت‌وگوهای مشابه بین معلم و چند دانش‌آموز دیگر، تعدادی از آنان توانستند نقش عدد ۱۰ را در معادله درک کنند و پس از آن، قادر به طرح مسئله‌هایی شدند که برای حلشان، از این معادله استفاده کردند:

- *مادر[۲۴] علی می‌خواست نذری بدهد. او ۱۳۰ غذا رو می‌خواست در بسته‌های ۶تایی بسته‌بندی کنه و ۱۰ نذری هم خورد. مادر علی به چندبسته ۶تایی نیاز داره؟*
- *فاطمه ۱۳۰ تا سیب داشت. ۱۰ تاش رو خورد و اون‌ها رو به بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد. حالا چند بسته سیب داریم؟*
- *علی ۱۳۰ پاک‌کن داشت. اون‌ها رو به بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد و ۱۰ تا از اون‌ها رو به دوستانش هدیه داد. علی چند بسته پاک‌کن حالا داره؟*

---

[23] Representative

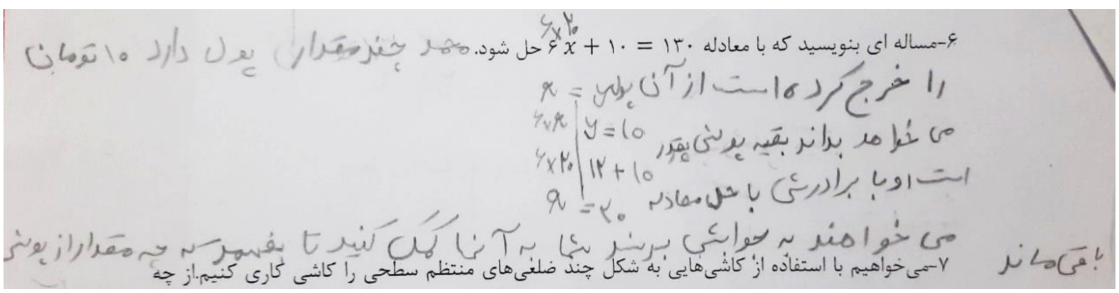
[۲۴] ادبیات به‌کاررفته در صورت سؤال‌ها، مطابق با نوشته‌های دانش‌آموزان است.

- *علی ۱۳۰ سیب داشت. ۱۰ تا از اون‌ها رو خورد و بعد، اون سیب‌ها رو به بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد. او چند بسته سیب داره؟*

همچنین، یکی از دانش‌آموزان مسئله‌ای که طرح کرد این بود که «مدرسه‌ای ۱۳۰ دانش‌آموز دارد که مدیر آن‌ها می‌خواهد دانش‌آموزان را به ۶ گروه نفره تقسیم کند تا آن‌ها را به اردو ببرد. او باید معادله حل کند» که اگرچه ازنظر ساختاری درست بود، ولی به‌نتیجه نرسید. دانش‌آموز دیگری هم در طرح مسئله، تعداد سیب‌ها را عدد ۱۲۰ در نظر گرفت و معادله مربوط به آن را $6\,x + 10 = 120$ نوشت. وی یا عامدانه عدد ۱۲۰ را به ۱۳۰ ترجیح داد زیرا بدون محاسبه و با نگاه کردن به ۶ و ۱۰، تشخیص می‌داد که هر دو مضرب ۱۲۰ هستند، یا دلیل دیگری داشت که مشخص نشد[25].

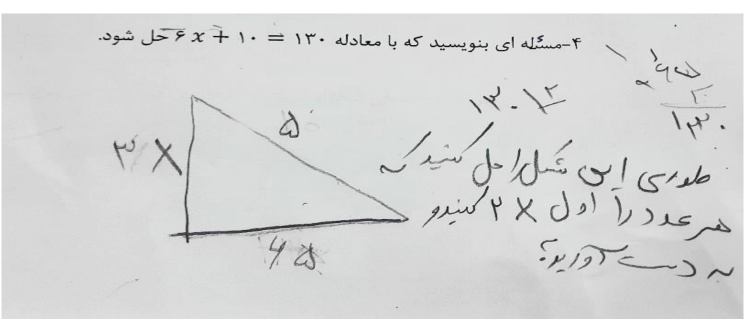
- *علی ۱۲۰ سیب داشت. می‌خواهد آن‌ها را به بسته‌های ۶تایی تقسیم کند. ۱۰ تا را می‌خورد. چند بسته شد؟*

ازاین گذشته، دانش‌آموزی مسئله زیر را طرح کرد که در آن، نقش عدد ۱۳۰ و عبارت $6\,x$ را در صورت مسئله، درک نکرده‌بود و بدین‌سبب، نتوانست مسئله‌ای با ساختار درست طرح کند.



مسئله طرح‌شده توسط یکی دیگر از دانش‌آموزان، به‌این شکل بود که «درسا ۱۲۰تا نارنگی داشت. پدر او به آن ۱۰ تا داد و او در بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد». سؤالی که دانش‌آموز طرح کرد نادرست بود، زیرا در معادله $6\,x = 120 + 10$ قرار نمی‌گرفت.

افزون براین، یکی از دانش‌آموزان که نمره‌های درس ریاضی وی پایین بود، پس از خواندن صورت مسئله، از معلم پرسید که «می‌تونم از رسم شکل برای طرح مسئله استفاده کنم»؟ این سؤال بیانگر این بود که مسئله‌های باز-پاسخ، می‌توانند فرصت مناسبی برای دانش‌آموزان با توانایی‌های متفاوت ایجاد کنند که اعتمادبه‌نفس‌شان افزایش یابد. این دانش‌آموز نتوانست مسئله خود را به‌درستی طرح کند، ولی ایده‌اش با بقیه متفاوت و قابل تأمل بود.



[25] مصاحبه با دانش‌آموز می‌توانست دلیل را مشخص کند، ولی به‌سبب مشکلات اجرایی، این کار ممکن نشد.

تنها یکی از دانش‌آموزان، از زمینه واقعی برای طرح مسئله استفاده نکرد و درعوض، مسئله‌ای با چارچوب جبری مطرح کرد و نوشت که «شش برابر عددی به‌علاوه ۱۰، برابر با ۱۳۰ شده‌است. آن عدد چند است؟».

در مجموع، پاسخ‌ها نشان‌دهنده این بود که وجود عدد ۱۰ در صورت معادله، چالش جدی برای دانش‌آموزان ایجاد نمود و حتی یکی از دانش‌آموزان گفت که «اگه امکان داره، عدد ۱۰ رو از صورت معادله حذف کنیم تا راحت‌تر بتونیم سؤال طرح کنیم». بررسی ۱۰ مسئله طرح‌شده توسط دانش‌آموزان، نشان داد که بین ریاضی و دنیای واقعی، پیوند معناداری ایجاد نشده و باوجودی که در مسئله‌های ارائه شده در برنامه و کتاب‌های درسی ریاضی، از «کلام» استفاده شده، ولی مسئله‌ها الزاماً «واقعی» نیستند. بدین سبب ارتباط موردنظر به‌وجود نیامده است. برای نمونه، یکی نوشته بود که «علی ۱۳۰ پاک‌کن داشت» و توجه نکرده بود که چرا دردنیای واقعی، کسی هست که ۱۳۰ پاک‌کن لازم دارد! درحالی که اگر دانش‌آموز اشاره می‌کرد که در «یک مغازه لوازم تحریرفروشی» یا یک مرکز آموزشی یا چیزی مشابه آن، «۱۳۰ پاک‌کن» وجود دارد، ادعایی واقعی است. علاوه براین، مسئله‌های طرح‌شده توسط دانش‌آموزان به‌استثنای آخرین مسئله که مربوط به هندسه بود، چارچوب مشترکی داشتند که متأثر از کتاب درسی ریاضی پایه هشتم و پایه‌های قبلی بود و ابتکار کمتری در آن‌ها وجود داشت.

حل مسئله باز-پاسخ به‌صورت گروهی

برای حل این مسئله باز-پاسخ به‌صورت گروهی، دانش‌آموزان به سه‌گروه دلخواه تقسیم شدند که پاسخ هرگروه به‌تفکیک، بحث می‌شود.

جدول۲. پاسخ به سؤال۶ از جدول ۱ در حل مسئله باز-پاسخ گروهی

گروه	مسئله‌ای بنویسید که با معادلهٔ $6\,x + 10 = 130$ حل شود.
۱	حمید ۱۲۰ تا مداد رنگی داشت و پدر حمید ۱۰ تا به او داد. حمید آن‌ها را در بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد. حالا چندبسته مدادرنگی دارد؟
۲	الف) مریم ۱۳۰ جوجه داشت که برای آن‌ها، ۶ مرغداری ساخت و آن‌ها را تقسیم کرد. مریم ۱۰ جوجه به‌خواهرش فاطمه داد. حالا در هرمرغداری، چندجوجه است؟ ب) مدرسه فاطمه‌الزهرا (س) ۱۳۰ دانش‌آموز داردکه آن‌ها را به ۶ کلاس تقسیم کرده و ۱۰ نفر آن‌ها به‌دلیل شغل پدرشان از مدرسه رفتند. حالا هرکلاس، چنددانش‌آموز دارد؟
۳	الف) مدیری ۱۳۰ دانش‌آموز داشت که می‌خواست آن‌ها را به گروه‌های ۶ نفره تقسیم کند تا آن‌ها را به اردو ببرد. ۱۰تای آن‌ها به اردو نرفتند. این بچه‌ها به‌چند گروه تقسیم شدند؟ ب) علی ۱۳۰ سیب داشت. ۱۰تا از آن‌ها را خورد و آن سیب‌ها را به بسته‌های ۶تایی تقسیم کرد. حالا چند سیب دارد؟

در حل مسئله انفرادی، پاسخ یکی از اعضای گروه ۱ به‌این سؤال، درست بود. درصورتی که در حل مسئله گروهی، پاسخی ارائه شد که مشابه پاسخ اشتباهِ یکی دیگر از اعضای گروه درحل مسئله انفرادی بود و آن دانش‌آموز در گروه، از پاسخ درست خود دفاع نکرده بود.

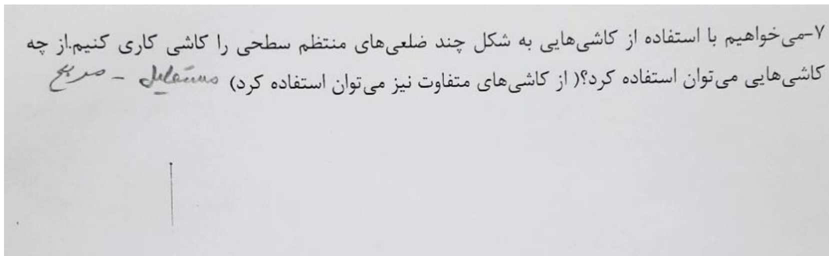
این درحالی بود که پاسخی که گروه ۲ به قسمت «ب» مسئله‌ای که برای این معادله طرح کردند، با پاسخ‌هایی که اعضایش در حل مسئله انفرادی ارائه دادند، متفاوت بود. در این مسئله، سؤالی که طرح کردند این بود که «مدرسه فاطمه‌الزهرا (س) ۱۳۰ دانش‌آموز داردکه آن‌ها را به ۶ کلاس تقسیم کرده و ۱۰ نفر آن‌ها به‌دلیل شغل پدرشان از مدرسه رفتند. حالا هرکلاس، چنددانش‌آموز دارد»؟ علت این تفاوت این بود که معلم با مشاهده گفت‌وگوهای بین اعضای گروه، دریافت که موقع حل مسئله به‌طور انفرادی، درک آن‌ها از معادله این بود که ابتدا مسئله این بود که پس از قراردادن دانش‌آموزان در شش کلاس، ۱۰ نفرشان به‌دلیل منتقل شدن پدرشان از آن شهر، از مدرسه رفتند. درحالی که پس از بحث و تبادل‌نظر درگروه، به‌این توافق رسیدند که «مدرسه فاطمه‌الزهرا (س) ۱۳۰ دانش‌آموز دارد که می‌خواهد آن‌ها را به ۶ کلاس تقسیم کند»، ولی قبل از تقسیم‌بندیِ دانش‌آموزان، پدران ۱۰ نفر از آن‌ها به دلیل شغلشان، به شهر دیگری منتقل شدند و از آن مدرسه رفتند» و حالا سؤال این بود که پس از این جابجایی‌ها، «در هرکلاس چند دانش‌آموز است»؟ اختلاف این دوبرداشت از صورت مسئله، اهمیت نقش «زمینه» و «دنیای واقعی» را در فهمیدن مسئله ریاضی، نمایان کرد. ازاین گذشته، پاسخ گروه ۳ به قسمت «الف»، مشابه با پاسخ یکی از دانش‌آموزانِ این گروه در مرحله انفرادی بود، با این تفاوت که دانش‌آموز در مرحله انفرادی نتوانسته بود مسئله را به‌درستی تکمیل کند، ولی در حل مسئله گروهی، با هم‌فکری با سایر اعضای گروه، همان پاسخ قبلی کامل شد. پاسخ قسمتِ «ب» این گروه نیز مشابه پاسخ یکی از اعضایش حل مسئله انفرادی بود. در مجموع، تنوع پاسخ‌ها در حل مسئله گروهی بیشتر بود و برداشت‌های ناقص یا اشتباه، با همفکری و تبادل‌نظر، کمتر از حل مسئله انفرادی بود.

مسئله ۷ از جدول ۱: *می‌خواهیم با استفاده از کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم، سطحی را کاشی‌کاری کنیم. ازچه شکل کاشی‌هایی می‌توانیم استفاده کنیم؟ (می‌توانیم از کاشی‌های متفاوت استفاده کنیم.)*

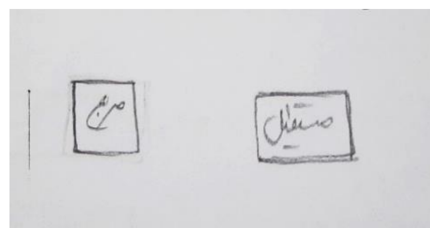
پیش‌بینی این بود که دانش‌آموزان پایه هشتم، بدون دانستن این‌که «شرط لازم برای استفاده از چندضلعی‌های منتظم برای کاشی‌کردن یک سطح این است که مجموع زاویه‌های داخلی کاشی‌هایی که کنار هم قرار می‌گیرند، ۳۶۰ درجه باشد»، نمی‌توانند به این سؤال پاسخ دهند. اما با تصحیح برگه‌های دانش‌آموزان، معلوم شد که بعضی از آنان، بدون دانستن این شرط نیز توانستند مسئله را حل کنند. به‌عنوان مثال، دانش‌آموزی گفت که «این آسون‌ترین سؤاله! فقط کافیه به کفِ‌اتاق نگاه کنیم» و چون کفِ‌کلاس با کاشی‌ها یا سنگ‌هایی به‌شکل مربع فرش شده‌بود، او پاسخ «مربع» را برای این سؤال نوشت. درواقع، این دانش‌آموز توانست با ارتباط برقرارکردن بین ریاضی و محیط پیرامون خود، پاسخ صحیح به این سؤال بدهد.

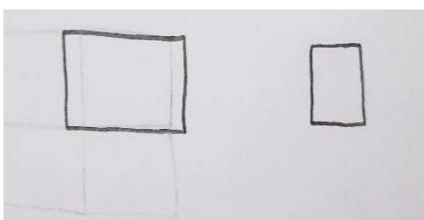
درمجموع، نتایج تحلیل پاسخ‌های داده‌شده به این سؤال نشان داد که واقعی بودن زمینۀ این مسئله، نیازمندی آن را به دانش پیش‌نیاز ریاضی کمترکرد و درنتیجه دانش‌آموزان در پایه‌های مختلف و با سطوح متفاوت دانش ریاضی، امکان حل آن را با تنوع پاسخ‌ها پیدا کردند. همچنین در میان پاسخ‌ها به‌این سؤال، استفاده از «مستطیل» و «مربع»، بیشترین فراوانی را داشت، هرچند که دانش‌آموزان

در انتخاب مستطیل، دچار اشتباه شدند و به «شرط منتظم بودن کاشی‌ها»، توجه نکردند و بدون رعایت آن، سطح را پوشاندند. انتخاب «مربع» و «مستطیل» نشان داد که دانش‌آموزان، آن‌چه را که بیشتر در محیط واقعیِ خود دیده‌بودند، به‌خاطر آوردند و با آن راحت‌تر ارتباط برقرارکردند و از آن استفاده نمودند. در یکی از پاسخ‌ها، دانش‌آموز تنها به‌نوشتن «مربع» و «مستطیل» بسنده کرد و توضیح نداد که چگونه این دو شکل، کف را فرش می‌کنند.

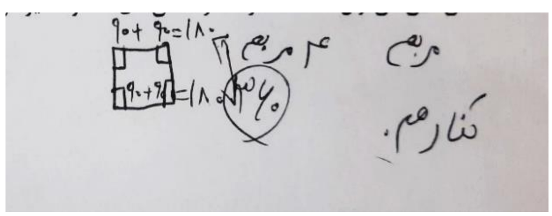


دو دانش‌آموز دیگر نیز با رسم شکل، استفاده از مربع و مستطیل را به‌عنوان جواب بیان کردند.

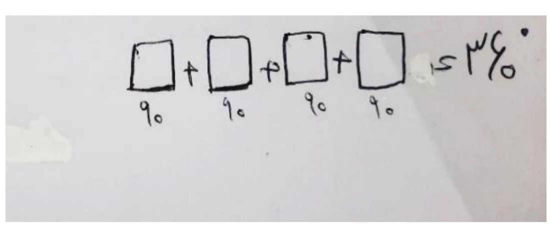




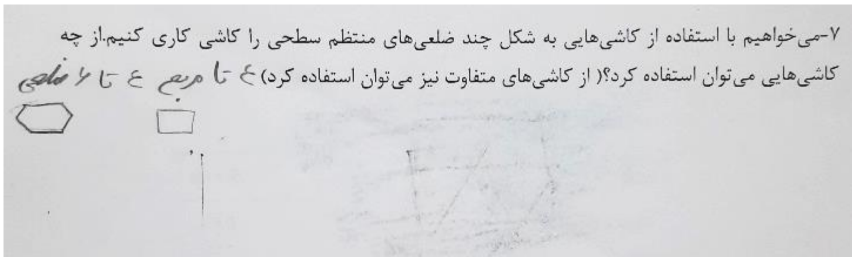
یکی از پاسخ‌ها با توضیح کامل بود و در آن، دانش‌آموز به شرطِ لازم برای مفروش کردن کف و چرایی مناسب بودن مربع پرداخته بود.



پاسخ مشابه و درست دیگر هم با توضیح متفاوتی همراه بود:



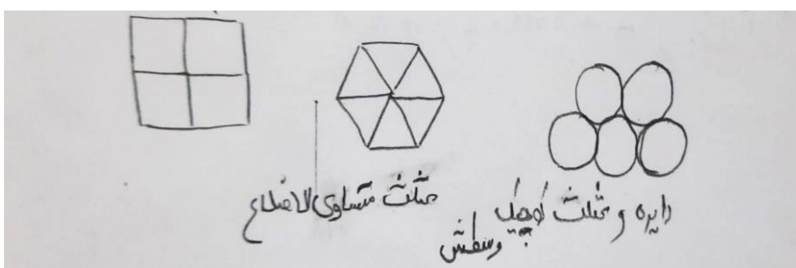
دانش‌آموز دیگری «مربع» و «شش‌ضلعی» را برای کاشی‌کاری انتخاب کرد که هر دو، انتخاب درستی بودند. اما به‌این نکته توجه نکرده بود که اندازه زاویه داخلی مربع ۹۰ درجه است و برای هر قطعه، به چهارکاشی نیاز است که ۳۶۰ درجه می‌شود. درصورتی‌که اندازه زاویه داخلی شش‌ضلعی، ۱۲۰ درجه است و درنتیجه، با کنار هم قرارگرفتن سه شش‌ضلعی نیز که مجموع زاویه‌هایشان ۳۶۰ درجه می‌شود، می‌توان سطح را با کاشی پوشاند.



۷-می‌خواهیم با استفاده از کاشی‌هایی به شکل چند ضلعی‌های منتظم سطحی را کاشی کاری کنیم.از چه کاشی‌هایی می‌توان استفاده کرد؟(از کاشی‌های متفاوت نیز می‌توان استفاده کرد) ۶ تا مربع ۶ تا ۶ ضلعی

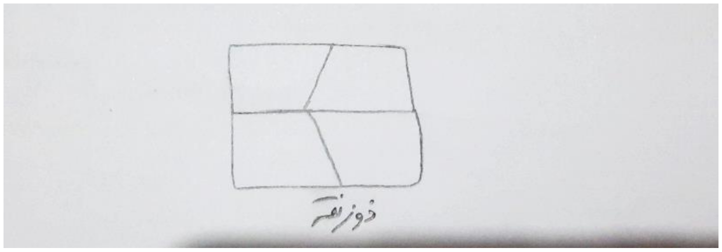
در این دوپاسخ، چندضلعی «مربع» و «مثلث متساوی‌الاضلاع» به‌درستی انتخاب شده‌بود، ولی دریکی، دانش‌آموز به‌جای « متساوی‌الاضلاع»، نوشته بود «متساوی و اضلاع[۲۶]».

یکی دیگر از پاسخ‌ها، ناقص ولی قابل تأمل بود، زیرا دانش‌آموز بدون لحاظ نمودن شرط لازم برای پوشش یک سطح با کاشی، تنها با امتحان کردن کاشی‌های متفاوت و رسم شکل، نشان داد که با شش مثلث متوازی‌الاضلاع یا چهارمربع، می‌توان سطحی را با کاشی پوشاند. افزون بر این دو چندضلعی که پاسخ درستی بود، وی به «دایره و مثلث کوچیک وسطش» هم اشاره کرد و آن را رسم کرد، ولی توضیح نداد که منظورش از ترکیب این دو شکل چه بود.

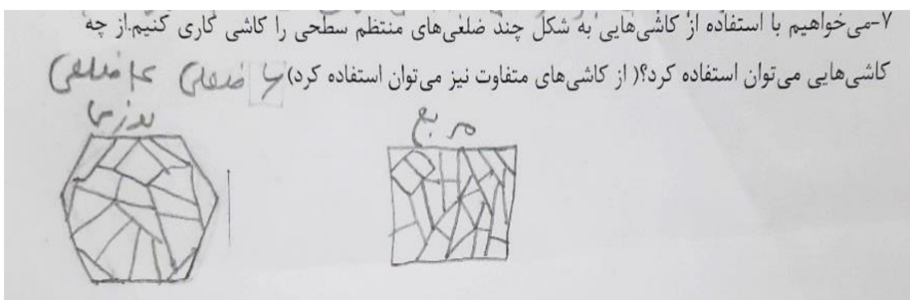


[۲۶] ناهماهنگی زبان و اشاره‌های زبانی در طول کتاب‌های درسی هر پایه، به‌وضوح دیده می‌شود، ولی بحث راجع به این معضل، جزو اهداف این پژوهش نیست و در وقت دیگری لازم است که به آن پرداخته شود.

پاسخ نادرستِ یکی از دانش‌آموزان، قابل‌تأمل بود. او «ذوزنقه» را به‌عنوان چندضلعی انتخاب کرده و کف را با آن پُرکرده بود و شرط منتظم بودن چندضلعی‌های انتخابی برای پوشاندن سطح را درنظر نگرفته بود و چون به بن‌بست خورده بود، راه حل را دراین دیده بود که با «ذوزنقه غیرمنتظم»، سطح را بپوشاند.



ازاین گذشته، یکی از پاسخ‌ها تفاوت ویژه‌ای نسبت به بقیه داشت، زیرا دانش‌آموز تعدادی چندضلعی منتظم کشیده بود و برای هرکدام توضیح هم نوشته بود که همه پاسخ‌ها درست بودند و تنها پوشاندن سطح با «لوزی» درست نبود زیرا لوزی شرط منتظم بودن را نداشت. البته این پاسخ، ابهام داشت، چون دانش‌آموز مشخص نکرده‌بود که آیا شکل‌های چهارضلعی و شش‌ضلعی را کاشی درنظرگرفته بود یا این‌که طرح‌های داخل آن‌ها را به‌عنوان کاشی به‌حساب آورده‌بود که درآن‌صورت، شرط منتظم بودن کاشی‌ها رعایت نشده‌بود. برای پرهیز از حدس و گمان، لازم بود که به نوشتهٔ پاسخ‌برگ بسنده نشود و برای دانستن چرایی و چگونگیِ این راه‌حل بدیع، با دانش‌آموز مصاحبه شود. ولی به‌دلیل تعطیلی‌های غیرمنتظره و شروع امتحانات نیمه اول سال، این امکان فراهم نشد.

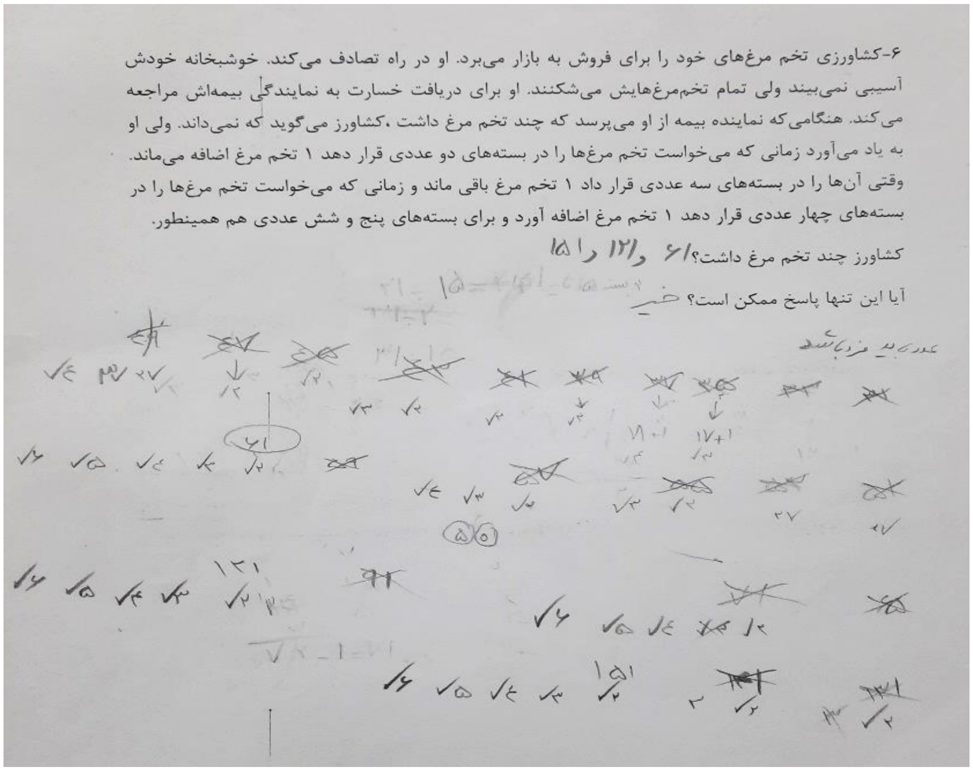


تحلیل پاسخ‌های گروهی به سؤال زمینه‌مدار «کشاورز و فروش تخم‌مرغ‌هایش»

برای اجرای این مسئله، ابتدا معلم صورت مسئله را برای همه دانش‌آموزان در کلاس خواند و صورت سؤال را برای آن‌ها توضیح داد و پس از آن، سه‌گروه مشغول حل این مسئله شدند. پاسخ هر گروه، از تمایزهایی برخوردار بود که به‌آن‌ها پرداخته می‌شود.

پاسخ گروه ۱

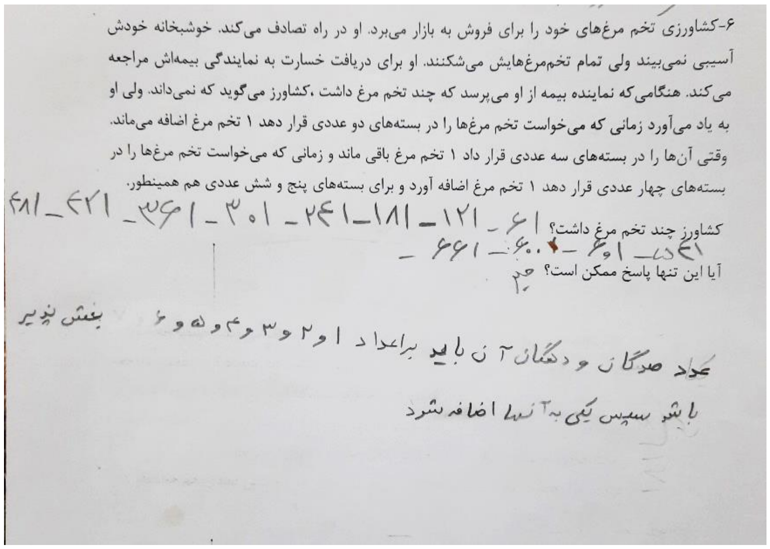
گروه ۱ برای پاسخ به این سؤال، نخست شکل زیر را کشید.



سپس یکی از اعضای گروه گفت که «چون وقتی تخم‌مرغ‌ها را در بسته‌های دوعددی قرار داد و یک تخم‌مرغ اضافه اومد، می‌فهمیم که تعداد تخم‌مرغ‌ها فَرده». بااین استدلال، اعضای گروه چندعدد فرد را بدون ترتیب خاصی، برای تعداد تخم‌مرغ‌ها انتخاب کردند و آن‌ها را بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ تقسیم کردند و اعدادی را که باقی‌ماندهٔ آن‌ها در تقسیم ۱ نمی‌شد، خط زدند. روش کار این گروه، زمان‌بر بود و لازم بود اعداد زیادی را بررسی کنند و دیرتر از دوگروه دیگر توانستند به‌اولین عدد قابل‌قبول که عدد ۶۱ است، برسند پس ازآن، چندعدد دیگر را که دارای این ویژگی باشد، امتحان کردند. گروه ۱ به این نتیجه رسید که پاسخ باید عددی باشد که وقتی بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ تقسیم می‌شود، باقی‌مانده ۱ شود. اما نمی‌دانست که آن عدد را چطور انتخاب کند. پس شروع به بررسی اعداد ۷۱، ۸۱، ۹۱ کرد و آن‌قدر ادامه داد تا به‌عدد مطلوبِ بعدی یعنی ۱۲۱ رسید. آنگاه اعداد ۱۳۱، ۱۴۱ و ۱۵۱ را براعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ تقسیم کرد و عدد ۱۵۱ را به‌عنوان یک عدد قابل‌قبول، برای پاسخ نوشت. اشتباه پاسخ ارائه شده این بود که اگرچه باقی‌مانده تقسیم عدد ۱۵۱ بر ۲، ۳، ۵ و ۶، عدد ۱ است، اما باقی‌مانده تقسیم ۱۵۱ بر ۴، عدد ۳ است و درنتیجه، ۱۵۱ نمی‌تواند پاسخ درست باشد.

پاسخ گروه ۲

این گروه نیز نخست، با رسم شکل شروع کرد.


۶-کشاورزی تخم مرغ‌های خود را برای فروش به بازار می‌برد. او در راه تصادف می‌کند. خوشبخانه خودش آسیبی نمی‌بیند ولی تمام تخم‌مرغ‌هایش می‌شکنند. او برای دریافت خسارت به نمایندگی بیمه‌اش مراجعه می‌کند. هنگامی‌که نماینده بیمه از او می‌پرسد که چند تخم مرغ داشت ،کشاورز می‌گوید که نمی‌داند. ولی او به یاد می‌آورد زمانی که می‌خواست تخم مرغ‌ها را در بسته‌های دو عددی قرار دهد ۱ تخم مرغ اضافه می‌ماند. وقتی آن‌ها را در بسته‌های سه عددی قرار داد ۱ تخم مرغ باقی ماند و زمانی که می‌خواست تخم مرغ‌ها را در بسته‌های چهار عددی قرار دهد ۱ تخم مرغ اضافه آورد و برای بسته‌های پنج و شش عددی هم همینطور.

۶۱ _ ۱۲۱ _ ۱۸۱ _ ۲۴۱ _ ۳۰۱ _ ۳۶۱ _ ۴۲۱ _ ۴۸۱ _

کشاورز چند تخم مرغ داشت؟

۵۴۱ _ ۶۰۱ _ ۶۶۱ _

آیا این تنها پاسخ ممکن است؟ خیر

تعداد صدگان و دهگان آن باید بر اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ بخش پذیر باشد سپس یکی به آنها اضافه شود

گروه ۲ نیز با تأکید براین که تعداد تخم‌مرغ‌ها عددی فَرد است، اولین گروهی بود که پاسخ درستی برای این مسئله ارائه داد و روش کار خود را چنین توضیح داد:

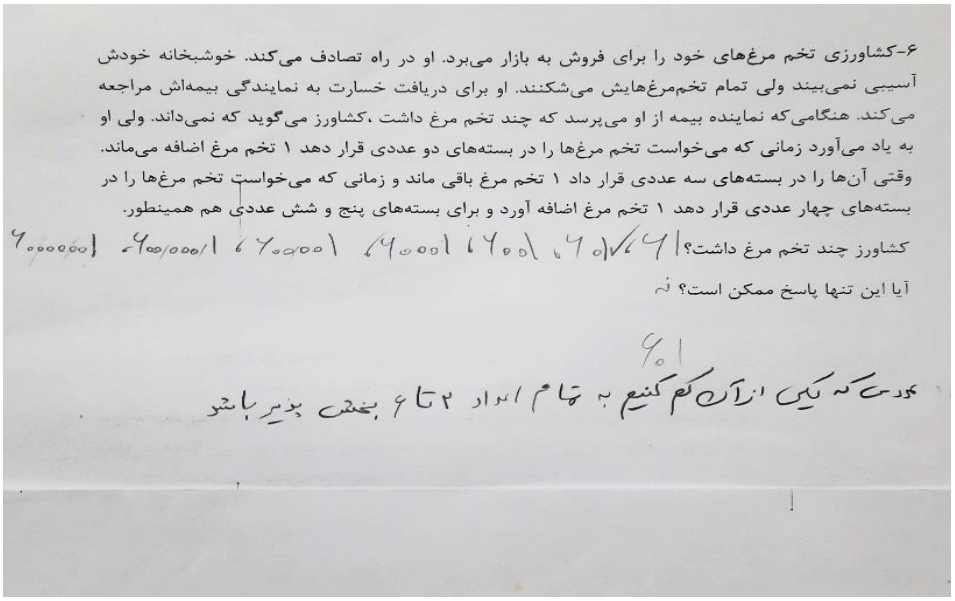
ما دنبال عددی بودیم که وقتی بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ تقسیم می‌شه، باقی‌مانده برابر با ۱ بشه. اما هرعددی که درنظر می‌گرفتیم، برای تقسیم بر عدد ۵ به مشکل برمی‌خوردیم و باقی‌مانده ۱ نمی‌شد. برای همین تصمیم گرفتیم از همون اول به مضرب‌های ۵، یک واحد اضافه کنیم و اون عدد رو بررسی کنیم. می‌دونیم اعدادی که یکان اون‌ها صفر یا ۵ باشه، به ۵ بخش‌پذیرند. عدد ۴۰ رو در نظر گرفتیم و یک واحد به اون اضافه کردیم که شد ۴۱. اما باقی‌مانده تقسیم ۴۱ بر ۳ برابر با ۲ می‌شد. عدد بعدی که به ۵ بخش‌پذیره ۴۵ بود که اگر یک واحد به اون اضافه می‌کردیم، عدد زوج می‌شد. به‌خاطر همین، مضرب‌های ۵ با یکان صفر رو در نظر گرفتیم و به اون‌ها، یک واحد اضافه‌کردیم. به همین ترتیب عددها رو بررسی کردیم تا رسیدیم به عدد ۶۱.

روشی که گروه ۲ به‌کار برد، نظام‌وار بود و کمک کرد تا با بررسی اعداد کمتری، مسئله را حل کند. بعداز مدت کوتاهی، این گروه توانست پاسخ‌های درست دیگری به‌دست آورد و فراتر از آن، الگویی برای پاسخ‌های درست بیابد. این گروه برای پاسخ مسئله گفت که «تعداد تخم‌مرغ‌ها عددیه که رقم یکانش ۱ باشه و دو رقم سمت چپش باید بر ۶ بخش‌پذیر باشه» یعنی مضرب‌های عدد ۶۰ باشد که یک واحد به آن‌ها اضافه می‌شود. با این دو شرط، به اعداد ۶۱، ۱۲۱، ۱۸۱ و ۲۴۱» که شامل همهٔ پاسخ‌های ممکن بود، رسیدند.

241	181	121	61
4×6	3×6	2×6	1×6

پاسخ گروه ۳

شروع حل مسئله گروه ۳، با امتحان کردن اعداد زیر با نظمی مشخص بود.



۶-کشاورزی تخم مرغ‌های خود را برای فروش به بازار می‌برد. او در راه تصادف می‌کند. خوشبخانه خودش آسیبی نمی‌بیند ولی تمام تخم‌مرغ‌هایش می‌شکنند. او برای دریافت خسارت به نمایندگی بیمه‌اش مراجعه می‌کند. هنگامی‌که نماینده بیمه از او می‌پرسد که چند تخم مرغ داشت ،کشاورز می‌گوید که نمی‌داند. ولی او به یاد می‌آورد زمانی که می‌خواست تخم مرغ‌ها را در بسته‌های دو عددی قرار دهد ۱ تخم مرغ اضافه می‌ماند. وقتی آن‌ها را در بسته‌های سه عددی قرار داد ۱ تخم مرغ باقی ماند و زمانی که می‌خواست تخم مرغ‌ها را در بسته‌های چهار عددی قرار دهد ۱ تخم مرغ اضافه آورد و برای بسته‌های پنج و شش عددی هم همینطور.

کشاورز چند تخم مرغ داشت؟ ۶۱، ۷۲۱، ۶۰۱، ۶۰۰۱، ۶۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۰۰۱

آیا این تنها پاسخ ممکن است؟ نه

۶۰۱

عددی که یکی از آن کم کنیم به تمام اعداد ۲ تا ۶ بخش پذیر باشد

اعضای گروه ۳، با هم، تعامل سازنده‌ای داشتند که گفت‌وگوی زیر، نمونه‌ای از آن است.

دانش‌آموز یک: *چون از بسته‌های دوتایی استفاده کردیم و یکی اضافه موند، پس تعداد تخم‌مرغ‌ها فَرده.*

دانش‌آموز دو: *تعداد تخم‌مرغ‌ها بر ۲ بخش‌پذیر نیست، بر ۳ هم بخش‌پذیر نیست و همین‌طور به هیچ‌کدوم از اعداد ۴، ۵ و ۶ هم بخش‌پذیر نیست.*

دانش‌آموز سه: *یعنی باید مضرب ۷ باشه؟ (جواب این دانش‌آموز، در گروه بدون پاسخ ماند.)*

دانش‌آموز دو: *۳۱ می‌شه؟*

دانش‌آموز یک: *(بعد از انجام محاسبه) برای ۲ و ۳ می‌شه، ولی برای ۴ صدق نمی‌کنه.*

دانش‌آموز دو: *باید عددی باشه که اگه ازش یک واحد کم کنیم، بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ بخش‌پذیر باشه.*

پس ازاین گفت‌وگو، اعضای گروه با انجام تقسیم مشغول بررسی اعداد مختلف بودند تا به اولین عدد یعنی ۶۱ رسیدند. بعداز مدتی، عدد دوم یعنی ۶۰۱ را هم به‌دست آوردند. سپس یکی از اعضای گروه گفت که «الگوش اینه که اولش ۶ باشه». آنگاه اعداد ۶۰۰۱، ۶۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۰۱، ۶۰۰۰۰۰۰۱ را به‌دست آوردند و با این الگو، مضرب‌های ۶۰ را ساختند و یک واحد به آن اضافه کردند.

این مسئله سبب شد تا دانش‌آموزان مستقیم یا غیرمستقیم، درگیر پیدا کردن مضرب‌مشترک اعداد شوند. پس از جمع‌آوری پاسخ‌برگ‌ها، معلم برای دانش‌آموزان توضیح داد که «شما به دنبال عددی بودید که اگر یک واحد از آن کم می‌شد، باید بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ بخش‌پذیر می‌بود. بنابراین به‌دنبال مضرب‌مشترک بین این اعداد بودید و کوچک‌ترین مضرب‌مشترک یا همان ک.م.م این اعداد، همان ۶۰ بود که به‌عنوان اولین پاسخ، یک واحد به‌آن اضافه کردید و به‌پاسخ درست رسیدید». شنیدن این موضوع برای دانش‌آموزان جالب بود و یکی از دانش‌آموزان گفت که «چه جالب! پس اگه همون اول ک.م.م می‌گرفتیم، لازم نبود اونقدر اعداد مختلف رو بررسی کنیم». حل مسئله گروهی باعث شد تا بسیاری از سؤال‌ها، در گروه پاسخ داده شود و دانش‌آموزان نسبت به حل مسئله انفرادی، سؤال‌های کمتری داشتند از معلم پرسیدند. همچنین خودشان توانستند اشتباه‌های محاسباتی یا برداشت نادرست همدیگر را از صورت مسئله، رفع کنند.

بحث و نتیجه‌گیری

تجربه استفاده از مسائل باز-پاسخ نشان داد هنگامی که در کلاس درس ریاضی، از مسائل بسته-پاسخ استفاده می‌شود، تنها دانش‌آموزان خاصی درگیر حل مسئله می‌شوند و اکثریت آنان منفعلانه، منتظر دریافت پاسخ درست از جانب معلم یا همان تعداد اندک دانش‌آموزان خاص می‌شوند. این وضعیت باعث می‌شود جنب‌وجوشِ حل مسئله، محدود به چندنفر شود و باقی، مشارکت معناداری در فرایند حل مسئله فردی یا گروهی در کلاس، نداشته باشند. درحالی که استفاده از مسائل باز-پاسخ در کلاس درس ریاضی، بالقوه می‌تواند همهٔ دانش‌آموزان را به‌فعالیت وادارد. به‌ویژه آن‌که دانش‌آموزان با دانستن این‌که مسئله‌های باز-پاسخ دارای تنها یک راه‌حل یا یک پاسخ نیستند، اعتمادبه‌نفس بیشتری پیدا می‌کنند و با ارائه پاسخ‌های دیگران، بازهم به تلاش خود ادامه می‌دهند و به‌دنبال پاسخ‌های متنوع‌تری می‌گردند و نظرات و راه‌حل‌های خود را بیان می‌کنند و از اشتباه کردن، واهمه ندارند. درحالی‌که در رویارویی با مسئله‌های بسته-پاسخ، معمولاً دانش‌آموزان منتظر هستند تا نظرات همان دانش‌آموزان خاص یا به‌تعبیر خودشان، «شاگرد زرنگ»ها بیان شود. علاوه براین، یافته‌های این پژوهش آشکار کرد که درگیرنمودن دانش‌آموزان با مسائل باز-پاسخ، این مزیت را داشت که دانش‌آموزان علاوه بر بیان نظرات خود، سعی می‌کردند که با استدلال، از آن‌ها دفاع کنند و سایر دانش‌آموزان را قانع کنند که راه‌حلشان درست است که این امر، حین حل مسئله گروهی، بروز بیشتری داشت. ازاین گذشته، تعامل بین اعضا در گروه‌های حل مسئله و بین معلم و دانش‌آموزان هنگام حل مسئله انفرادی و درکلاس، کمک می‌کند تا اشتباه‌های سهوی و ناشی از بی‌دقتی یا اشتباه‌های مفهومی بررسی شده و برطرف شوند. همچنین این پژوهش نشان داد که زمینه‌ای که مسئله در آن صورت‌بندی می‌شود، به‌شرطی به فهمیدن عمیق‌تر آن می‌انجامد که ریشه در زندگی واقعی داشته باشد و دانش‌آموزان بتوانند با آن ارتباط برقرار کنند. برای نمونه، پیداکردن تعداد تخم‌مرغ‌های کشاورز، برای دانش‌آموزان جذابیت داشت و با شوروشوق، مشغول حل آن شدند و راه‌های مختلف را برای یافتن عددهایی که شرایط داده شده در آن‌ها صدق کند، امتحان کردند. درحالی که این مسئله بدون زمینه چالش‌برانگیز، تبدیل به پیداکردن «کوچک‌ترین مضرب مشترک» (ک.م.م) چندعدد و فروکاستن آن به یک تمرین ساده برای به‌کارگیری یک رویّهٔ سرراستِ محاسباتی بود. این درحالی است که بسیاری از «فعالیت»های موجود در کتاب‌های درسی، درحقیقت مسئله و آن هم مسئله باز-پاسخ نیستند، زیرا اغلب زمینه‌ها تصنعی و غیرواقعی هستند و دانش‌آموزان را درگیر نمی‌کنند. درمورد مسئله «کشاورز و فروش تخم‌مرغ‌هایش»، وقتی بعد از حل آن، معلم به‌دانش‌آموزان توضیح داد کاری که انجام دادند و

روش‌هایی که انتخاب کردند تا تعداد تخم‌مرغ‌های کشاورز را پیداکنند، درواقع پیدا کردن «کوچکترین مضرب مشترک» بود، جذابیت مسئله برایشان بیشتر شد و کاربرد «ک.م.م» را برای حل یک مسئله در زندگی واقعی دیدند. این ارتباط، تجربه‌های یادگیری دانش‌آموزان را غنی‌تر نموده و یادگیری ریاضی را برایشان معنادارتر می‌کند. مسئله‌های باز-پاسخ ازجمله فعالیت‌هایی هستند که اگر بادقت صورت‌بندی شوند، این ظرفیت را دارند که در دوره اول متوسطه، بتوانند بین ریاضی و دنیای واقعی دانش‌آموزان، ارتباطی معنادار برقرار کنند. در طراحی مسئله‌های باز-پاسخ، شناخت مسئله‌های زندگیِ واقعی که محدود به پاسخ‌های یک‌سان و یگانه نیست، ضروری است. همچنین، «زمینه» در مسئله‌های باز-پاسخ نقش پراهمیتی دارد و استفاده از زمینه‌های ملموس و جذاب و درگیرکننده، الزامی است. بدین سبب، ادعای به‌کارگیری مسئله‌های باز-پاسخ یا «فعالیت» که باتوجه به تعبیر و تفسیری که افراد از «واقعیت» دارند، به پاسخ‌های متنوع و روش‌های حل گوناگون منجر می‌شود، در شرایط از پیش کنترل شده قابل دفاع نیست. به‌ویژه این نوع فعالیت‌ها، با امتحان‌های متمرکز و رانواع راهنماهای تصحیح مانند کلیدسؤال و پاسخ‌نامه، جمع‌پذیر نیست. درنتیجه تلاش برای ترغیب معلمان به طرح «سؤالات بافت‌دار[۲۷]» برای امتحان نهایی پایه نهم و راه‌اندازی دبیرخانه کشوری برای آن، خوش‌تعریف نیست و نقض‌غرض است. پیشینهٔ پژوهشی مربوط به مسئله‌های باز-پاسخ نمایانگر این است که لازم است این مسئله‌ها، برای همه دانش‌آموزان در سطوح مختلف تفکر، مناسب باشد و هرکس بتواند با توجه به درک و فهم خود از موقعیت، پاسخ مناسبی به آن‌ها بدهد. یافته‌های این پژوهش با نتایج نوهدا (۱۹۸۳ و ۲۰۰۰)، سالیوان و همکاران (۱۹۹۷) و ساویچ (۲۰۱۹) همسو است که دانش‌آموزان بر اساس درکی که از یک مسئله باز-پاسخ دارند، ممکن است یک یاچند پاسخ درست ارائه دهند و بعضی از دانش‌آموزان، شاید قادر به تعمیم پاسخ‌ها و یافتن قوانین کلی در رابطه با پاسخ‌های متعدد باشند. سخن پایانی این که به‌شرطی مسئله‌های باز-پاسخ می‌توانند بین ریاضی و دنیای واقعی پیوند ایجاد کنند که ویژگی‌های برشمرده در نتیجه‌گیری این پژوهش را داشته باشند.

References

Bingolbali, E. & Bingolbali, F. (2021). An Examination of Open-Ended Mathematics Questions' Affordances. *International Journal of Progressive Education, (17*) 4.

Dehghan Naieri, M. & Gooya, Z. (2015). Understanding of the concept of equality in solving first-degree equations by Grade 9 students. R*oshd Mathematics Education Journal. 32*(4), 4-14. Publication and Teaching Aid Office, Organization for
Research and Educational Planning, Ministry of Education. (In Persian.)

Foong, P.Y. (2002). Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding. *Proceedings of the 4 Th International Conference on the Humanistic Renaissance in Mathematics Education. Italy, Palermo. PP.135-140.*

Nohda, N. (1986). A study of open-approach method in school mathematics. *Tsukuba. Journal of Educational Study in Mathematics*, *5*, 119-132, Nohda.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), *Proceedings 24th of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 39-53.

[۲۷] گاهی در علوم تربیتی، به‌جای معادل «زمینه» برای Context، از معادل «بافت» استفاده شده است.

Rafipour, A. (2019). A strategy for designing real-world problems. R*oshd Mathematics Education Journal. 38*(2), 16-18. Publication and Teaching Aid Office, Organization for Research and Educational Planning, Ministry of Education. (In Persian.)

Sanchez, W. B. (2013). Open-ended Questions and the Process Standards. *National Council of Teacher Mathematics*, *107(3),* pp.206-211. The Author.

Savić, D. (2019). The Role of Open-ended Tasks in the Development of Student Activities and Creative Thinking. *Croatian Journal of Education,22(1),* 287-305

Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: *Mathematical and pedagogical perspectives, ZDM, 27(2), 67-72*.

Wiliam, D. (1994). Assessing authentic tasks: alternatives to mark-schemes. *Nordic Studies in Mathematics Education 2 (1)*, 48-68.

Yeo, J. B. W. (2015). Development of a Framework to Characterize the Openness of Mathematical Task. *International Journal of Mathematics Education, 15*,175-191.

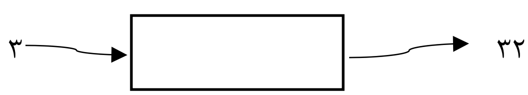
پیوست الف

۱۶ مسئله باز-پاسخ از مباحث فصل‌های اول تا چهارم کتاب ریاضی پایه هشتم

۱-جاهای خالی را به گونه ای تکمیل کنید تا تساوی جبری حاصل شود.

$$(\ldots\ldots\ldots\ldots)(x+y+1) = x^2 + \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

۲-ماشین عدد سازی داریم که عدد ورودی آن ۳ و خروجی آن ۳۲ است. کاری که این ماشین انجام می‌دهد را به صورت عبارت جبری بیان کنید.



۳-به ازای x و y چه اعدادی می‌توان قرار داد تا معادله $2\,x + y = 0$ همواره برقرار باشد؟

۴-در هر پرانتز چند جمله‌ای دلخواه بنویسید به طوری که حاصل‌ضرب پرانتزها ۹ جمله شود.

(....................)(......................) =

۵-یک عبارت جبری بنویسید که جمله $6a^2b$ را به عنوان عامل مشترک داشته باشد.

۶-مساله ای بنویسید که با معادله $6\,x + 10 = 130$ حل شود.

۷-می‌خواهیم با استفاده از کاشی‌هایی به شکل چند ضلعی‌های منتظم سطحی را کاشی کاری کنیم.از چه کاشی‌هایی می‌توان استفاده کرد؟(از کاشی‌های متفاوت نیز می‌توان استفاده کرد)

۸-چند ضلعی هایی را به دلخواه رسم کنید.سپس تفاوت‌ها و شباهت‌هایشان را بیان کنید.

۹-شکلی رسم کنید که مرکز تقارن نداشته باشد.

۱۰-شکلی رسم کنید که چند ضلعی نباشد و توضیح دهید که چرا چند ضلعی نیست.

۱۱-اعداد زیر را باهم مقایسه کنید و شباهت و تفاوت‌های آن‌ها را بیان کنید.

۲۹ ۲۱ ۳۵ ۴۵

۱۲-دو عدد سه رقمی بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

۱۳-اگر بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد سه رقمی برابر ۳۶ باشد آن دو عدد کدام‌اند؟

۱۴-دو کسر بنویسید که نمایش اعشاری آن‌ها (از لحاظ مختوم، متناوب ساده و متناوب مرکب بودن) باهم متفاوت باشند.

۱۵-در جاهای خالی یک عدد گویا، یک عدد صحیح و یک عدد طبیعی بنویسید و حاصل را به‌دست آورید.(ترتیب نوشتن اعداد به دلخواه است)

$$\square \quad \bigcirc \quad \triangle \quad =$$

۱۶-علی بیش از ۱۰۰/۰۰۰ تومان پول دارد ولی نمی‌تواند پول بهنام را که یک تراول ۵۰/۰۰۰ تومانی است خُرد کند. پول علی چقدر است و از چه اسکناس هایی تشکیل شده ؟