دو فصلنامهٔ نظریه و عمل در برنامهٔ درسی
سال یازدهم، شمارهٔ ۲۲، پاییز و زمستان ۱۴۰۲، ۲۵۴-۲۰۵

Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.22 (11); 2024, 205-254

توصیف دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان دوره ابتدایی با تاکید بر مبحث حجم در مولفه آموزش [۱]

Description of Primary School Teachers' Pedagogical Content Knowledge with Emphasis on the Field of Volume in Instruction Component

افسانه نجفی[۲]، مریم محسن پور[۳] و سهیلا غلام‌آزاد[۴]

چکیده: هدف پژوهش حاضر توصیف ادراک معلمان دوره ابتدایی از چگونگی کمک به دانش‌آموزان در آموزش مبحث حجم، با استفاده از روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف بود. بدین منظور تکالیفی طراحی و همراه دو سوال کلی برای شش معلم دوره ابتدایی داوطلب که تجربه تدریس پایه‌های پنجم و ششم را داشتند، به اجرا درآمد. پاسخ‌ها باتوجه به مولفه‌های مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) تجزیه و تحلیل شد. نتایج مولفه آموزش نشان‌دهنده‌ی تاکید معلمان بر استفاده از روش تدریس سخنرانی، استفاده اندک از بازنمایی‌های ملموس، برداشت‌های متفاوت از تعریف حجم، محدودیت تجسم فضایی و تکیه بر بازنمایی حسابی در حل تکلیف بود. در مجموع نتایج این پژوهش نیاز معلم‌ها به بهبود دانش در زمینه آموزش مبحث حجم را روشن می‌سازد و بدین منظور پیشنهادهایی ارائه شده است.

واژگان کلیدی: دانش محتوایی پداگوژیکی، معلمان دوره ابتدایی، حجم، آموزش

A. Najafi, M. Mohsenpour, S. GholamAzad

Abstract: The purpose of this research was to describe the perception of primary school teachers on how to help students in instructing of the volume, using the task-based interview method. For this purpose, some tasks was designed and implemented with two general question for six volunteer primary school teachers who had experience in teaching fifth and sixth grades. The answers were analyzed according to the instruction component of the cognitive activation model in the classroom (Kraus et al., 2008). The results showed the lecture method, the less use of concrete representations, different perceptions of the volume definition, spatial limitations and relying on arithmetic representation in solving the task. In total, the results of this research clarify the need of teachers to improve their knowledge in the field of instructing of the volume, and for this purpose, suggestions have been presented.

Keywords: Pedagogical Content knowledge, Primary school teachers, Volume, Instruction

---

۱ . این مقاله ستخرج از پایان ناه کارشناسی ارشد دانشگاه الزهرا است. تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۱۶، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۳۰

[۲] دانش‌آموخته کارشناسی ارشد روانشناسی تربیتی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه الزهرا (س)، تهران، ایران .رایانامه: afsanenajafi30@gmail.com

[۳] استادیار گروه روانشناسی تربیتی، دانشکدهٔ علوم تربیتی و روانشناسی، دانشگاه الزهرا (س)،تهران، ایران، (مدیر مسئول) رایانامه: m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

[۴] استادیار سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، تهران، ایران. ریانامه : soheila_azad@yahoo.com

مقدمه

با شکل‌گیری نظام‌های آموزشی فراگیر، معلمان همواره نقش مهمی در یادگیری دانش‌آموزان داشته‌اند (بری[۱] و همکاران، ۲۰۰٤). سند برنامه درسی ملی (۱۳۹۱) در نظام آموزشی ایران نیز معلم را مرجع، راهبر و راهنمای فرایند یاددهی- یادگیری می‌داند که رسالت تعلیم و تربیت را بر عهده دارد. توسعه مهارت و دانش معلمان، یکی از مهم‌ترین عواملی است که معلمان را به افرادی تاثیرگذار در نظام‌های آموزشی تبدیل می‌کند (گویا و ایزدی، ۱۳۸۱). دانش معلم برای آموزش بسیار مهم و ضروری است و توسعه آن باید در برنامه‌های آموزش معلمان مورد تاکید قرار گیرد (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۲۰). بر همین اساس، دانش حرفه‌ای معلم توسط پژوهشگران مختلف به عنوان شاخص شایستگی در نظر گرفته شده است و معلمان شایسته می‌توانند یادگیری و موفقیت آموزشی را در بین دانش‌آموزان خود تقویت کنند (کانترل و اسکانتلبری[۲] ، ۲۰۱۱؛ دارلینگ-هاموند[۳]، ۲۰۰۰).

شولمن[٤] (۱۹۸۷) نخستین فردی بود که دانش معلمان را دسته بندی کرد. طبق نظر وی، این دانش شامل دانش محتوا[٥]، دانش پداگوژیکی عمومی[۱]، دانش برنامه

---

[۱] Berry

[۲] Cantrell & Scantelbury

[۳] Darling-Hammond

[٤] Shulman

[٥] Content knowledge (CK)

درسی[۲]، دانش محتوایی پداگوژیکی[۳]، دانش درباره یادگیرندگان[٤]، دانش درباره زمینه‌های آموزشی[٥]، و دانش درباره اهداف آموزشی[٦] است که در این دسته‌بندی، دانش محتوایی پداگوژیکی اهمیت ویژه‌ای دارد، زیرا اشکال متمایز دانش را برای آموزش شناسایی می‌کند. بنابراین، توسعه دانش محتوایی پداگوژیکی به عنوان شکلی از دانش حرفه‌ای معلمان، هدف مهمی است که باید در برنامه‌های توسعه حرفه‌ای[۷] معلمان بر آن تمرکز کرد (ون دریل[۸] و همکاران، ۲۰۱۲). هم‌چنین، شولمن (۱۹۸۷) دانش محتوایی پداگوژیکی را به صورت «ترکیب محتوا و پداگوژی (فن معلمی) برای درک چگونگی سازمان‌دهی و انطباق موضوعات خاص، مشکلات و مسائل با علایق و توانمندی‌های یادگیرندگان و ارائه آن‌ها برای آموزش» (ص. ۸) تعریف کرده است. پس از شولمن، مگنسن[۹] و همکاران (۱۹۹۹) این دانش را به صورت «درک معلم از چگونگی کمک به دانش‌آموزان در فهم موضوعی خاص» (ص.۹٦) تعریف کردند. پس از آن، تعاریف متعددی برای دانش محتوایی پداگوژیکی ارائه شد و در نهایت پارک و

---

[۱] General pedagogical knowledge

[۲] Curriculum knowledge

[۳] Pedagogical content knowledge (PCK)

[٤] Knowledge of learners

[٥] Knowledge of educational contexts

[٦] Knowledge of educational purposes

[۷] Professional Development (PD)

[۸] Van Driel

[۹] Magnusson

الیور[۱] (۲۰۰۸) با مطالعه تعریف‌های گوناگون، تعریف جامعی را مطرح کردند که به صورت «درک معلمان و چگونگی کمک آن‌ها به گروهی از دانش‌آموزان برای فهم موضوعی خاص با استفاده از راهبردهای آموزشی چندگانه، بازنمایی‌ها و ارزیابی‌ها در محیط‌های یادگیری با محدودیت‌های فرهنگی، زمینه‌ای و اجتماعی» (ص. ٢٦٤) بود.

در برنامه درسی نظام‌های آموزشی کشورهای مختلف از جمله ایران، ریاضی جایگاه والایی دارد و نیرو و هزینه زیادی صرف آموزش آن شده است (گویا و حسام، ١٣٨٦). هم‌چنین انجمن مربیان معلم ریاضی[۲] (٢٠١٦) استانداردهایی برای آموزش ریاضی ارائه داده است که به طور خاص به دانش محتوایی پداگوژیکی اشاره دارند. در دهه‌های اخیر پژوهشگران به بررسی ماهیت دانش محتوایی پداگوژیکی ریاضی[۳] گرایش پیدا کرده‌اند و مدل‌هایی برای این نوع دانش ارائه داده‌اند. به عنوان نمونه بال[٤] و همکاران (۲۰۰۸) در مدلی تحت عنوان *دانش ریاضی برای تدریس*[٥] دانش محتوایی پداگوژیکی ریاضی را شامل دانش درباره محتوا و تدریس[٦] (ترکیبی از دانستن در مورد تدریس و دانستن در مورد ریاضیات)، دانش درباره محتوا و دانش‌آموزان[۷] (ترکیبی از دانستن در مورد دانش

---

[۱] Park & Oliver

[۲] Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE)

[۳] Mathematics pedagogical content knowledge (MPCK)

[٤] Ball

[٥] Mathematical knowledge for teaching

[٦] Knowledge of content and teaching (KCT)

[۷] Knowledge of content and students (KCS)

آموزان و دانستن در مورد ریاضیات) و دانش درباره محتوا و برنامه درسی[۱] معرفی کرده اند. هم‌چنین کراوس[۲] و همکاران (۲۰۰۸) مدلی شامل سه مولفه معرفی کرده‌اند که عبارت هستند از مولفه آموزش (شامل دانش معلمان درباره توضیحات و بازنمایی‌های مناسب)، مولفه دانش‌آموز (شامل برداشت معلمان از بدفهمی‌های دانش‌آموزان) و مولفه تکلیف (شامل دانش معلمان درباره روش‌های مختلف حل مسائل). در این مدل، مولفه‌ای جدید از دانش محتوایی پداگوژیکی به نام مولفه تکلیف معرفی شده است. مانی زاده و میسون[۳] (۲۰۱۱) نیز مدلی برای دانش محتوایی پداگوژیکی ریاضی شامل دانش درباره بازنمایی‌های مفید و تکنیک‌های آموزشی مناسب برای آموزش محتوا[٤]، دانش درباره همبستگی بین مباحث ریاضی[٥]، دانش درباره نظریه‌های یادگیری که قابلیت‌های رشدی دانش‌آموزان را توصیف می‌کند[٦] و دانش درباره بدفهمی‌های رایج و دشواری‌های دانش‌آموزان[۷] ارائه کرده‌اند. از میان مدل‌های تدوین‌شده برای دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی، تنها مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس[۸]

---

[۱] Knowledge of content and curriculum

[۲] Krauss

[۳] Manizade & Mason

[٤] Knowledge of useful representations and appropriate instructional techniques for the teaching of the content

[٥] Knowledge of connections among big mathematical ideas

[٦] Knowledge of learning theories describing students' developmental capabilities

[۷] Knowledge of student's common misconceptions and subject specific difficulties

[۸] Cognitive Activation in the Classroom (COACTIV)

(کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) نحوه ارائه تکالیف دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی را در مبحثی خاص در برداشته و پرتکرارترین مدل به کار گرفته شده در پژوهش‌های مرتبط با دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی بوده است.

همانطور که در بالا اشاره شد مولفه اول اغلب مدل‌ها، مولفه آموزش است که در ساخت دانش دانش‌آموزان نقش بسزایی دارد زیرا معلم در این مولفه از طریق توضیحات و بازنمایی‌های مناسب، دانش‌آموزان را راهنمایی و حمایت می‌کند (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸). اغلب مدل‌ها قابلیت کاربرد در دوره‌های مختلف تحصیلی را دارند، اما از آن‌جایی‌که در یادگیری ریاضی، تجارب اولیه کودکان اهمیت بسیاری دارد و پایه‌های رشد شناختی ریاضی آن‌ها در سال‌های نخست آموزش شکل می‌گیرد (غلام آزاد، ۱۳۹۱؛ غلام آزاد و همکاران،۱۴۰۰)، بنابراین در میان مقاطع مختلف تحصیلی، دوره ابتدایی اهمیت ویژه‌ای دارد. در ادامه به بررسی پیشینه پژوهش‌های خارجی دانش محتوایی پداگوژیکی دوره ابتدایی با تاکید بر مولفه آموزش پرداخته شده است.

آتار[1] و همکاران (۲۰۲۱) در پژوهشی با عنوان «بررسی دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان در آموزش کسرهای ساده در مدارس ابتدایی» به بررسی دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان مدارس ابتدایی از کسرهای ساده در شهری واقع در منطقه غربی غنا پرداختند. این پژوهش به روش ترکیبی، در مرحله کمی روی ۱۵۰ نفر (۹۵ مرد و ۵۵ زن) و در مرحله کیفی با مشارکت ۱۲ نفر (هفت

---

[1] Attar

مرد و پنج زن) اجرا و بـرای جمـع‌آوری داده‌هـای کمـی و کیفـی از پرسشـنامه، مصاحبه نیمه ساختاریافته و چک لیست مشـاهده اسـتفاده شـد. داده‌هـای کمـی پرسشنامه با استفاده از آمار توصیفی و داده‌های کیفی به صورت موضوعی مـورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در حالی که یافته‌های حاصل از داده‌های پرسشـنامه نشان داد که معلمان خود را دارای دانش محتوایی پداگوژیکی می‌دانند، داده‌هـای مصاحبه و مشاهده خلاف آن را ثابت کرد. یافته‌های تجزیه و تحلیل کمی نشـان داد که معلمان عموماً دانش محتوایی پداگوژیکی محدودی را از کسـرهای سـاده نشان می‌دهند. اکثر معلمان به اشتباه با گـزاره هـای صـحیح پرسشـنامه مخـالف بودند و ۲۶/۷ تا ٤٦ درصد به اشتباه با گزاره‌های نادرست موافق بودند. به طـور خاص، چک لیست مشاهده نشان داد بیش از ۵۰ درصد معلمـان از رویکردهـای سنتی سخنرانی مستقیم استفاده می‌کردند. به عبارت دیگر علیرغم اینکـه معلمـان خود را دارای دانش محتوایی پداگوژیکی می‌دانستند ولی در عمل از آن اسـتفاده نمی‌کردند.

به علاوه در بررسی پژوهش‌های داخلی حوزه‌ی دانش محتوایی پداگوژیکی ریاضی معلمان دوره ابتدایی، پژوهش سلامی (۱۳۹۷) با عنوان «بررسی تأثیر آموزش مفهوم کسر بر مبنای مدل «بِهِر»، بر دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان پایه پنجم و ششم ابتدایی» به روش آزمایشی و با معلمان پایه پنجم و ششم انجام شد. پژوهشگر در این پژوهش دوره‌ای آموزشی بر اساس مدل «بهر[1]» (۱۹۸۳) درباره کسر با پیش‌آزمون و پس‌آزمون طراحی و در

[1] Behr

کلاس‌های ضمن خدمت برای معلم‌ها ارائه کرد. نتایج نشان داد دانش محتوا و پداگوژی محتوای معلمان در کسر ناکافی بوده و آموزش معلمان در حوزه دانش محتوا توسط استادان آموزش ریاضی می‌تواند منجر به بالا رفتن دانش محتوا و پداگوژی محتوای معلم‌ها شود. هم‌چنین رفیع‌پور و همکاران (۱۳۹۸) در پژوهشی دیگر با عنوان «بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان» به روش توصیفی از نوع همبستگی، ابزاری مطابق مدل مطالعه فعال‌سازی شناختی در کلاس درس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) طراحی و روی معلمان پایه پنجم و ششم ابتدایی اجرا کردند. هم‌چنین ابزاری برای اندازه‌گیری سطح توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل کسر طراحی و اجرا شد. نتایج این پژوهش نشان داد معلمان مدارس ابتدایی دانش محتوایی پداگوژیکی کافی و مناسب در کسرها ندارند که نبود این نوع دانش منجر به عدم توانایی معلم در ارائه استراتژی‌های آموزشی و بازنمایی‌های مناسب برای رفع بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کسر می‌شود. پورنگ و همکاران (۱۴۰۰) نیز پژوهشی دیگر با عنوان «بررسی دانش پداگوژی محتوای معلمان و دانشجو معلمان در حوزه استدلال تناسبی با تمرکز بر فعالیت آموزش حل مسأله در گونه‌های معنایی» به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی با معلمان دوره ابتدایی، معلمان ریاضی دوره اول متوسطه و دانشجومعلمان این دو رشته انجام دادند. در این پژوهش یک آزمون محقق ساخته‌ی ۱۷ سوالی شامل مسائلی از موقعیت‌های تناسبی مستقیم و غیرتناسبی طراحی و اجرا شد. نتایج نشان داد دانشجو معلمان و معلمان دوره ابتدایی در تشخیص مسائل کلامی غیرتناسبی مشکلاتی دارند. هم‌چنین نتایج

نشان دهنده‌ی ضعف معلمان در استفاده از بازنمایی‌های مناسب برای استدلال تناسبی تابعی بود. به علاوه کبیری (۱٤۰۰) در پژوهشی با عنوان «اندازه‌گیری دانش موضوعی تربیتی ریاضی معلمان پایه سوم دوره ابتدایی» با استفاده از سوالات قابل انتشار مطالعه تدز- ام[۱] دانش موضوعی تربیتی ریاضی معلم‌های پایه سوم ابتدایی را سنجیدند. نتایج این پژوهش نشان‌دهنده‌ی پایین‌تر بودن میانگین دانش موضوعی تربیتی معلم‌های پایه سوم از نقطه وسط مقیاس و کم‌تر بودن دانش معلم‌های دارای مدرک آموزش ابتدایی نسبت به معلم‌های فارغ‌التحصیل از سایر رشته‌های تحصیلی بود.

با توجه به کاستی‌های دانش معلمان دوره ابتدایی در مولفه آموزش دانش محتوایی پداگوژیکی در پیشینه داخلی، پژوهشگران این مطالعه در صدد درک عمیق‌تر برای توصیف دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان دوره ابتدایی استان تهران مبحث حجم برآمدند. علت انتخاب این مبحث، این بود که یکی از موضوعات مهم در ریاضیات مدرسه، مفهوم اندازه‌گیری حجم است (شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۱؛ شورای ملی معلمان ریاضی[۲]، ۲۰۰۰). در دنیای پیرامونمان هیچ جسمی وجود ندارد که حجم نداشته باشد. آموزش این مفهوم از دوره ابتدایی آغاز می‌شود و در کتاب‌های ریاضی، فیزیک، شیمی و زیست‌شناسی دوره‌های تحصیلی بالاتر نیز بخش‌هایی به این مفهوم اختصاص یافته است. یادگیری مفهوم حجم از آنجایی که در یادگیری مفاهیم دیگر و در

[۱] Teacher Education and Development Study: Learning to Teach Mathematics (TEDS-M)

[۲] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

مقاطع بالاتر در درس‌هایی مانند شیمی، فیزیک، زیست شناسی و هنر کاربرد دارد، هم‌چنین در مشاغل موجود در جامعه تاثیرگذار است و در زندگی واقعی نیز به کار می‌رود، ضرورت می‌یابد (دواچی، ۱۳۹٤). بنابراین هدف این پژوهش پاسخگویی به سوال زیر است:

ادراک معلمان دوره ابتدایی از چگونگی کمک به دانش‌آموزان در آموزش مبحث حجم چیست[۱]؟

روش پژوهش

پژوهش حاضر با رویکرد کیفی و روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف انجام شد. از آنجایی که این پژوهش در پی توصیف دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های دوره ابتدایی با تاکید بر مبحث "حجم" در مولفه آموزش بود و داده‌های کمی نمی‌توانستند به طور کامل پاسخگو باشند، رویکرد کیفی انتخاب شد. از سویی پژوهشگر به دنبال شناخت دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌ها و شیوه درک و تفکر آنان در این زمینه بود و از میان روش‌های مختلف رویکرد کیفی روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف به دلیل فکر کردن مشارکت کننده با صدای بلند، امکان دسترسی به دانش مورد نظر را برای پژوهشگر فراهم می‌کرد.

مشارکت‌کنندگان پژوهش چهار زن و دو مرد از معلم‌های دوره ابتدایی مشغول به خدمت در مدارس دولتی مناطق مختلف استان تهران با سابقه تدریس در پایه‌های پنجم یا ششم بودند که تمایل به همکاری در پژوهش را داشتند.

[۱] این مطالعه بخشی از یک مطالعه وسیع‌تر در قالب بررسی تمام مولفه های مدل کراوس و همکاران (۲۰۰۸) است که از میان سه مولفه آموزش، دانش‌آموز و تکلیف، تمرکز این نوشتار بر مولفه آموزش است.

علت انتخاب معلم‌های دارای سابقه تدریس در پایه‌های پنجم یا ششم، این بود که آموزش مبحث حجم به طور رسمی از ریاضی پایه پنجم شروع می‌شود و در هر یک از پایه‌های پنجم و ششم یک فصل از کتاب ریاضی به این مبحث اختصاص دارد. اطلاعات جمعیت شناختی مشارکت کنندگان در پیوست الف ارائه شده است.

پیش از اجرای مصاحبه‌ها پژوهشگر به وسیله‌ی شبکه‌های اجتماعی[1] اطلاعاتی درباره پژوهش در اختیار طیف متنوعی از معلمان دارای سابقه تدریس در پایه‌های پنجم یا ششم در مناطق مختلف استان تهران با سوابق مختلف که از طریق تحصیل در دانشگاه فرهنگیان، قبولی در آزمون استخدامی (ماده ۲۸) یا به صورت حق‌التدریس جذب آموزش و پرورش شده بودند، قرار داد و تعدادی از آن‌ها به شرکت در پژوهش تمایل نشان دادند. سپس روز و ساعت مصاحبه‌ها از سوی مشارکت‌کنندگان تعیین و با کسب اجازه از مدیران مدارس، مصاحبه‌ای در محیط مدرسه‌ی هر مشارکت‌کننده انجام شد. در ابتدای مصاحبه از مشارکت‌کننده خواسته شد تمام افکار خود را در طول مصاحبه با صدای بلند بیان کند. سپس چند سوال مرتبط با اطلاعات جمعیت‌شناختی پرسیده شد و برگه‌هایی که از قبل روی هر کدام، یک سوال نوشته و چاپ شده بود همراه با یک خودکار به منظور نوشتن موارد موردنیاز در اختیار مشارکت‌کننده قرار گرفت. هر مشارکت‌کننده سوالات را یک به یک خواند و جواب داد. پژوهشگر در طول مصاحبه سعی داشت دخالتی در پاسخ‌ها نداشته باشد اما در موارد لازم

[1] تلگرام و شاد

به منظور پیشبرد مصاحبه‌ها در جهت اهداف پژوهشی گفت‌وگوهایی صورت گرفت و مصاحبه‌ها با رضایت مشارکت‌کنندگان به صورت صوتی ضبط شد. هر مصاحبه به طور میانگین ۳۰ دقیقه به طول انجامید و در پایان از مشارکت‌کننده برای شرکت در پژوهش تشکر و قدردانی به عمل آمد.

به منظور انتخاب تکلیف مورد استفاده در پژوهش، ابتدا کتاب‌های ریاضی پایه اول تا ششم دوره ابتدایی برای دسته‌بندی انواع سوالات مربوط به مبحث حجم بررسی و موضوع سوالات به همراه شماره صفحه در جدولی قرار داده شد. پس از بررسی کتاب‌ها مشخص شد که آموزش مبحث حجم به طور رسمی از پایه پنجم آغاز و در کتاب‌های ریاضی پایه پنجم و ششم یک فصل با عنوان "اندازه‌گیری" به این مبحث اختصاص داده شده است. از آن‌جایی‌که پژوهش حاضر در ارتباط با معلم‌ها بود، ابتدا مقالات و پایان‌نامه‌های داخلی و خارجی در حوزه دانش معلم‌ها از حجم مورد بررسی قرار گرفت. به دلیل تعداد بسیار کم پژوهش‌ها در این زمینه، کلیدواژه‌های جستجو تغییر پیدا کرد و واژه‌های ریاضی دوره ابتدایی، حجم، اندازه گیری، بدفهمی، حل مسئله و ... به کار گرفته شد. تمامی منابع مرتبط با مبحث حجم از قبیل دفترچه سوال‌های آزمون تیمز پایه چهارم سال‌های ۲۰۰۳، ۲۰۱۱، ۲۰۱۵ و ۲۰۱۹، مقالات، پایان‌نامه‌ها و کتاب‌های داخلی و خارجی بررسی شدند. در مجموع ۱۸ سوال شامل هفت سوال از آزمون‌های تیمز، پنج سوال از مقاله عظیم‌پور و همکاران (۱۳۹۶)، یک سوال از مقاله باتیستا[۱] (۲۰۱۲)، چهار سوال از مقاله هوانگ و وو[۲] (۲۰۱۹) و یک سوال از

[۱] Battista

[۲] Huang & Wu

مقاله یانگ بین[۱] و همکاران (۲۰۱۹) متناسب با اهداف مبحث حجم در کتاب‌های ریاضی پایه پنجم و ششم انتخاب و سوالات انگلیسی ترجمه شدند. از آنجا که سوالات انتخابی مربوط به دانش‌آموزان بودند ولی پژوهش حاضر به دنبال توصیف مولفه آموزش از دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های دوره ابتدایی با تاکید بر حجم بود، بنابراین باید تغییراتی در صورت سوالات انجام می‌شد تا متناسب با هدف پژوهش باشند. به همین منظور جستجویی گسترده در پژوهش‌های مرتبط با دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی با هدف یافتن مدلی از نحوه طراحی سوالات برای معلم‌ها صورت گرفت و مطالعاتی تحت عنوان فعال‌سازی شناختی در کلاس درس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸؛ باومرت[۲] و همکاران، ۲۰۱۰ و کلایکمن[۳] و همکاران، ۲۰۱۳) یافت شد که مدلی از نحوه ارائه تکالیف دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی در مبحثی خاص در بر داشت. طبق جستجوهای پژوهشگر، مدل "فعال‌سازی شناختی در کلاس درس" (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) پرتکرارترین مدل به کار گرفته شده در پژوهش‌های مرتبط با دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی بود. این مدل سه مولفه شامل مولفه آموزش، مولفه دانش‌آموز و مولفه تکلیف برای دانش محتوایی پداگوژیکی معلم‌های ریاضی ارائه داده است. ۱۸ سوال جمع‌آوری شده بازنویسی شد و بعد از مشورت با تیم پژوهش و تحلیل سوال‌ها، هشت سوال

[۱] Youngbin

[۲] Baumert

[۳] Kleickmann

شامل سه سوال مربوط به مولفه آموزش، سه سوال مربوط به مولفه دانش‌آمـوز و دو سوال در ارتباط با مولفه تکلیف به عنوان تکالیف تعیین شد.

مجموعه تکالیف با نامه همراه برای ۱۲ معلم دوره ابتدایی با سابقه بالای ۱۰ سال که در پایه پنجم یا ششم تدریس داشتند، به منظور تعیین روایی محتوایی ارسال و از آن‌ها خواسته شد نظرات خود را درباره مناسب یا نامناسب بودن تکالیف بیان کنند. از میان ۱۲ معلم، هشت معلم همکاری کردند و نظرات آن‌ها به همراه نظرات پژوهشگران تجمیع شد. در نهایت چهار تکلیف شامل تکلیف ۱ مربوط به مولفه آموزش با هدف بیان توضیحات و بازنمایی‌ها از سوی معلم، تکلیف ۲ و ۳ مربوط به مولفه دانش‌آموز و با هدف تشخیص و تجزیه و تحلیل بدفهمی‌های دانش‌آموزان توسط معلم و تکلیف ٤ مربوط به مولفه تکلیف با هدف ارائه روش‌های مختلف حل از جانب معلم، که با توجه به نظرات گرفته شده بیشترین میزان مناسب بودن را داشتند، انتخاب شدند. در این مقاله با توجه به محدودیت فضا، فقط به نتایج حاصل از سوال کلی مصاحبه و تکلیف یک که برای بررسی مولفه آموزش از دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان طراحی شده بود خواهیم پرداخت[۱].

بعد از انجام مصاحبه‌ها، همه گفت‌وگوهای ضبط شده به طور دقیق و جمله به جمله به نوشتار تبدیل شدند. سپس مـتن مصـاحبه‌ها چنـد بـار خوانـده و از دل آن‌ها واحدهای تحلیلی معنادار (گزاره‌ها) بیرون کشیده شد. در مرحله بعد بـرای هر گزاره یک کد طبیعی (زنده)[۲] در نظر گرفته شد و متن مصاحبه‌ها، به تفکیـک سوالات برای هر یک از مشارکت کنندگان با توجه به کدهای طبیعی تحلیل شد.

[۱] برای آگاهی بیشتر خوانندگان محترم در خصوص مطالعه وسیع‌تر، همه‌ی سوال‌های مربوط به مطالعه اصلی در پیوست ب ارائه شده است.

[۲] In vivo code

در جمع‌بندی تحلیل‌ها، کدهای مربوط به هر یک از ابعاد دانش محتوایی پداگوژیکی مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) دسته‌بندی شد.

یافته‌های پژوهش

به منظور پاسخگویی به سوال پژوهش که ادراک معلمان دوره ابتدایی از چگونگی کمک به دانش‌آموزان در آموزش مبحث حجم چیست، یک سوال کلی و تکلیف ۱ به معلم‌ها ارائه شد که در ادامه یافته‌های هر بخش به تفکیک ارائه شده است:

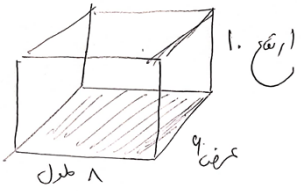
سوال کلی ۱) *به طور کلی چگونه مبحث حجم را تدریس می‌کنید؟*

این سوال با هدف توصیف توضیحات و بازنمایی‌های معلم‌ها در حیطه محتوایی حجم به طور کلی ارائه شد. معلم‌ها در پاسخ به سوال کلی ۱ به این صورت عمل کردند:

آقای نجف‌زاده[۱]: این معلم ابتدا بر آشنا کردن دانش آموزان با اهمیت حجم تاکید و به مثال‌هایی از کاربردهای آن در زندگی مانند حجم آب مصرفی خانوار اشاره کرد. سپس به مرور مباحث پیشین مرتبط با حجم مانند مساحت پرداخت و از طریق پیش زمینه ذهنی دانش‌آموزان که مساحت است، حجم را به عنوان مساحت ارتفاع‌دار معرفی کرد. در مرحله بعد تدریس را پای تخته برد و با کشیدن شکل مکعب و مکعب مستطیل و ارائه ابعاد سه‌گانه و هم‌چنین آشنا کردن دانش‌آموزان با قاعده، فرمول حجم را معرفی و مثال‌هایی از محاسبه آن زد.

[۱] به منظور حفظ حریم خصوصی مشارکت‌کنندگان از اسامی مستعار استفاده شد.

در ادامه به فرمول‌های مختلف حجم اشاره اما فرمول اصلی را به صورت مساحت قاعده× ارتفاع آموزش داد.



هم‌چنین حجم را مترادف گنجایش یعنی فضای داخلی یک جسم تعریف کرد.

خانم بازگیر: تدریس حجم را با احجام از پیش آماده شده دانش‌آموزان نظیر مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و هرم یا احجام در دسترس نظیر جعبه دستمال کاغذی، آغاز کرد و بر وجود احجام برای تدریس و عمل دیدن توسط دانش‌آموزان تاکید داشت. سپس به صحبت در مورد خصوصیات احجام، مساحت جانبی و گنجایش پرداخت. هم‌چنین با ارائه مثال‌هایی از حجم از طریق پرسش و پاسخ با دانش‌آموزان و استفاده از پیش زمینه ذهنی آن‌ها سعی در ملموس کردن حجم برای آن‌ها داشت. در ادامه با تاکید بر روند کتاب در مبحث حجم، حبه قند را به عنوان مکعب واحد و معیار معرفی و به استفاده از واژه مکعب به جای مکعب مربع اشاره کرد. هم‌چنین به ارائه مفهوم حجم از طریق توضیح چینش مکعب‌های واحد درون احجام و شمارش آن‌ها پرداخت، به عبارت دیگر این معلم مانند نفر اول حجم را به عنوان فضای داخلی در نظر گرفت. سپس به ایجاد سوال در ذهن دانش‌آموزان درباره نحوه چینش حبه قندها درون استوانه مطابق با روند کتاب اشاره کرد. در مرحله بعد به اشکالات دانش‌آموزان در پیش‌نیازهای حجم از قبیل محیط و مساحت اشاره و استفاده از

نخ برای تفهیم محیط و سی‌دی برای تفهیم مساحت را مثال زد. در ادامه حجم استوانه را با مثالی از قوطی بیسکویت توضیح داد. هم‌چنین به تفهیم تفاوت حجم و مساحت برای دانش‌آموزان با مثال استخر و رنگ از کتاب درسی تاکید کرد. در انتهای آموزش مبحث حجم، به معرفی فرمول مساحت و حجم پرداخت و گفت برای تثبیت یادگیری دانش‌آموزان لازم است سه مدل سوال ساده، متوسط و دشوار توسط معلم و دانش‌آموزان حل شود و در منزل نیز مسائل مشابه توسط دانش‌آموزان بدون دخالت اولیا طرح شود.

آقای صارمی: ابتدا تفهیم تفاوت سطح و حجم به دانش‌آموزان را اولویت خود در آموزش مبحث حجم دانست. به همین منظور اظهار کرد: گسترده مکعب‌ها را قبل از تدریس آماده و در شروع درس با خود به کلاس می‌برد و در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد، دانش‌آموزان با لمس و جمع کردن گسترده‌ها به تفاوت سطح و حجم پی می‌برند و تعداد وجه‌ها و سه بُعدی بودن اشکال را بهتر یاد می‌گیرند. این معلم بر بهبود یادگیری از طریق حس لامسه تاکید داشت. سپس به ترتیبِ تدریس احجام از ساده به دشوار اشاره کرد (ساده مثل مکعب مستطیل و دشوار مثل استوانه)، و بیان داشت احجام خارج از کتاب مثل کره و بیضی را هم به منظور ساخت پیش زمینه ذهنی دانش‌آموزان برای سال‌های بالاتر آموزش می‌دهد. در ادامه گفت اشکال را هم به طور فیزیکی و هم روی تخته با ویدئو پروژکتور نشان می‌دهد، سپس اشکال توسط دانش‌آموزان داوطلب روی تخته کشیده شده و در انتها معلم فرمول‌های سطح و حجم را آموزش می‌دهد. این معلم به جذابیت هرم‌های چهاروجهی و پنج‌وجهی برای دانش‌آموزان اشاره کرد و به آوردن شکل‌های جذاب مثل چادر مسافرتی سرکلاس برای جلب

توجه دانش‌آموزان تاکید کرد. حجم را نیز مانند کتاب‌های درسی به عنوان مقدار فضای اشغال شده توسط یک جسم، تعریف کرد.

خانم حیدری‌پور: ابتدا به چک کردن پیش‌سازمان‌دهنده‌های مبحث حجم از قبیل طول و سطح با دانش‌آموزان و ساخت تعریفی از طول به عنوان فاصله بین دو نقطه با همراهی دانش‌آموزان اشاره و در ادامه طول را به عنوان خط موازی افق در سطوح معرفی کرد. هم‌چنین مثال‌هایی از طول با اندازه‌های کوچک و بزرگ زد مانند فاصله دو شهر به کیلومتر، فاصله دانش‌آموز با معلم به متر و قد یک پاک‌کن به سانتی‌متر. سپس با نمایش یک برگه، سطح را یادآوری کرد و ابعاد طول و عرض را نشان داد. در مرحله بعدی همانند نفر اول و سوم با تاکید بر اضافه شدن بُعد ارتفاع به مساحت، وارد مبحث حجم شد و به نمایش ابعاد حجم (طول، عرض و ارتفاع) روی اشکال مختلف از قبیل مکعب تو خالی اشاره کرد. هم‌چنین مانند نفرات قبلی به تفهیم تفاوت سطح و حجم برای دانش‌آموزان تاکید داشت. در ادامه به ترتیبِ آموزش به صورت مجسم و نیمه مجسم اشاره کرد و گفت بعد از نشان دادن احجام به دانش‌آموزان، آموزش را پای تخته برده و شکل می‌کشد.

این معلم به اِشکال دانش‌آموزان در تفکیک اندازه‌گیری حجم با مساحت گسترده اشاره کرد و مانند نفر دوم با مثال استخر و رنگ کتاب ریاضی ششم بر تفاوت حجم و مساحت گسترده تاکید کرد. هم‌چنین آموزش مساحت گسترده با

باز کردن مکعب‌های ساخته شده و کشیدن گسترده روی تخته را به عنوان یکی از راه‌های برطرف کردن این اِشکال نام برد، ساخت گسترده احجام مختلف موجود در کتاب با تاکید بر مکعب مستطیل و چسباندن وجه‌های آن توسط دانش‌آموزان را از راه‌های دیگر برطرف کردن اِشکال تفکیک حجم و مساحت گسترده ذکر کرد. در انتها معلم فرمول حجم را از طریق ضرب مکعب‌هایی که در امتداد طول و عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل جا می‌گیرد، معرفی کرد. تعریف این معلم از حجم مانند نفر سوم همان تعریف ارائه شده در کتاب درسی یعنی مقدار فضایی که یک جسم اشغال می‌کند، بود.

خانم درویشیان: همانند نفر دوم و سوم در ابتدا به ساخت احجام مختلف موجود در کتاب با کاغذ رنگی، تلق شفاف رنگی، چوب یا هر وسیله دم دستی دیگر توسط دانش‌آموزان به منظور ایجاد انگیزه و فضایی شاد برای از بین بردن حالت خشک ریاضی و ترس دانش‌آموزان از ریاضی اشاره کرد. سپس بیان کرد ابعاد طول، عرض و ارتفاع را با اندازه‌های تقریبی روی احجام ساخته شده نشان می‌دهد. این معلم همانند نفر سوم بر اثربخشی استفاده از حس لامسه بر بهبود یادگیری تاکید کرد. بعد از دست‌ورزی، به جستجوی اَشکال مشابه کتاب در محیط اطراف و به دست آوردن حجم آن‌ها توسط دانش‌آموزان برای آشنایی بیشتر با موضوع حجم اشاره کرد و معتقد بود انجام کار عملی در ابتدای تدریس تاثیر زیادی بر بهبود یادگیری دارد. این معلم به استفاده بیشتر از دانش‌آموزان در تدریس در صورت تعداد کم آن‌ها اشاره کرد. در مرحله بعدی همانند نفر اول، دوم و سوم بیان کرد آموزش را روی تخته برده، شکل مکعب مستطیل کشیده و به محاسبه حجم آن از طریق فرمول می‌پردازد. در ادامه مانند نفر اول و دوم به

حل چند مثال توسط دانش‌آموزان و حل سوالات کتاب در انتهای تدریس اشاره کرد. هم‌چنین تعریفش از حجم مانند نفر سوم و چهارم مقدار فضایی بود که یک جسم اشغال می‌کند.

خانم بحری: تدریس حجم را با مثال‌هایی از وسایل داخل کلاس شروع کرد و گفت با استفاده از این وسایل و از طریق پرسش و پاسخ با دانش‌آموزان به تعریف حجم به عنوان مقدار فضای اشغال شده توسط یک جسم می‌رسد. سپس به آموزش محاسبه حجم از طریق اندازه گرفتن ابعاد میز و ضرب آن‌ها اشاره کرد. در مرحله بعد مانند نفر اول و دوم به ارائه کاربردهای حجم و در انتها به ارتباط فرمول حجم با بُعد قرار گرفته روی زمین اشاره کرد. به این معنا که فرمول حجم در استوانه به جای طول× عرض× ارتفاع، مساحت قاعده× ارتفاع بوده و فرمول حجم مخروط نیز متفاوت است. این معلم همانند نفر اول، سوم، چهارم و پنجم ادامه تدریس را با کشیدن شکل پای تخته برد و در انتها مانند نفر اول، دوم و پنجم به حل مسائل مختلف پرداخت.

در یک جمع‌بندی می‌توان گفت اغلب معلم‌ها یعنی نفر اول (و هم‌چنین نفرات دوم تا چهارم که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود) حجم را از طریق مساحت معرفی کردند. نفر اول و ششم در اوایل تدریس خود به ارائه کاربردهای حجم در زندگی پرداختند. تاکید نفر اول بر فرمول بود و روشی که استفاده کرد روش تدریس سخنرانی را تداعی کرد. هم‌چنین آموزش در مرحله نیمه مجسم و انتزاعی پیش رفت. نفر دوم (و هم‌چنین نفرات سوم تا پنجم که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود) در ابتدا به درست کردن احجام اشاره کردند. این معلم به ارائه مفهوم حجم با توضیح چینش حبه قندها درون احجام پرداخت

سپس فرمول مساحت و حجم را معرفی کرد. هم‌چنین به یادگیری طوطی‌وار در صورت استفاده صرف از فرمول اذعان داشت و بر بهبود یادگیری دانش‌آموزان ابتدایی از طریق دیدن و انجام دادن تاکید کرد. ایشان اگر چه سعی در درگیرسازی دانش‌آموزان در یادگیری داشت اما بیشتر قسمت‌ها همانند نفر قبلی تداعی‌گر روش تدریس سخنرانی بود و در قسمت‌هایی هم از روش پرسش و پاسخ استفاده کرد. آموزش در مرحله مجسم و انتزاعی پیش رفت. نفر سوم همانند نفر دوم تدریسش را با احجام از پیش آماده شده آغاز کرد و علی رغم سعی در درگیرسازی دانش‌آموزان در فرایند تدریس، باز هم روش سخنرانی به چشم خورد. ایشان مراحل مجسم، نیمه مجسم و انتزاعی را در تدریسش پیاده کرد. نفر چهارم مانند نفر اول و سوم حجم را از طریق پیش‌نیازها یعنی مساحت معرفی کرد. روش تدریسش تا حدودی دانش‌آموز محور و شبیه نفر سوم بود، اما نسبت به سایر معلم‌ها بیشترین استفاده را از دانش‌آموزان داشت. این معلم آموزش مبحث حجم را به ترتیب طبق مراحل مجسم، نیمه‌مجسم و انتزاعی پیش برد. نفر پنجم اولین و تنها معلمی بود که به ایجاد انگیزه اشاره کرد. روش تدریسش از این جهت که با احجام آماده شده توسط دانش‌آموزان آغاز شد، تقریبا شبیه نفر دوم بود. این معلم هم مانند دو نفر قبلی تدریس را در مراحل مجسم، نیمه مجسم و انتزاعی پیش برد. نفر ششم تدریس حجم را از روی احجام موجود در کلاس آغاز کرد، روش تدریسش در بخش‌های ابتدایی از طریق پرسش و پاسخ با دانش‌آموزان ولی به طور کلی سخنرانی بود. همانند نفرات سوم تا پنجم مراحل مجسم، نیمه مجسم و انتزاعی در تدریسش به چشم خورد.

لازم به ذکر است تعریفی که نفر اول و دوم از حجم داشتند، فضای داخلی یک جسم یا همان گنجایش جسم بود. اما نفرات سوم تا ششم به تعریفی از حجم که در کتاب‌های درسی دوره ابتدایی ذکر شده، یعنی مقدار فضای اشغال شده توسط یک جسم اشاره کردند. برخی معلم‌ها از جمله نفر دوم، چهارم و پنجم در تدریس خود بر پیشروی مطابق با روند کتاب تاکید داشتند. بازنمایی‌هایی که معلم‌ها در پاسخ به سوال کلی ۱ معرفی کردند، در جدول ۱ دسته‌بندی شده است.

جدول ۱ انواع بازنمایی‌های معرفی‌شده توسط معلم‌ها در سوال کلی ۱

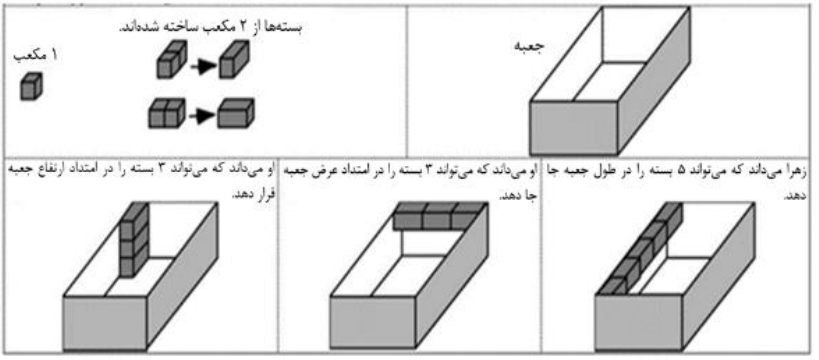
آقای نجف‌زاده	آشنا کردن دانش‌آموزان با کاربردهای حجم مثل حجم آب مصرفی خانوار (بازنمایی کلامی)← تدریس حجم از طریق مساحت و اضافه شدن بعد ارتفاع به آن (بازنمایی کلامی)← کشیدن شکل مکعب مستطیل و ارائه ابعاد سه‌گانه (بازنمایی تصویری) ← محاسبه حجم آن‌ها (بازنمایی حسابی) ← آموزش فرمول‌های مختلف حجم (بازنمایی حسابی)
خانم بازگیر	ساخت احجام توسط دانش‌آموزان و آوردن به کلاس، استفاده از جعبه دستمال کاغذی در صورت نبود مرحله قبلی (بازنمایی فیزیکی)← صحبت درباره خصوصیات احجام، مساحت جانبی و گنجایش (بازنمایی کلامی)← معرفی فرمول مساحت و حجم در انتهای آموزش (بازنمایی حسابی)← ارائه مثال‌هایی از حجم از طریق پرسش و پاسخ با دانش‌آموزان، مانند قوطی چای و شکر (بازنمایی کلامی)← ملموس کردن

	حجم برای دانش‌آموزان با تعریف آن به عنوان وسیله‌ای که داخلش چیزی جامد یا مایع جا می‌گیرد (بازنمایی کلامی)← معرفی حبه قند به عنوان مکعب واحد معیار (بازنمایی ملموس)← معرفی حجم از طریق چینش مکعب‌های واحد درون احجام و شمارش آن‌ها (بازنمایی فیزیکی)← تفهیم پیش‌نیازهای حجم از قبیل محیط با استفاده از نخ و تفهیم مساحت با استفاده از سی‌دی (بازنمایی فیزیکی)← ارائه فرمول حجم استوانه با بیان مثالی از قوطی بیسکویت (بازنمایی کلامی)← تاکید بر تفاوت حجم و مساحت با مثالی از استخر و رنگ (بازنمایی کلامی)← حل مسائل مختلف بعد از تدریس اولیه و طرح سوالات مشابه کلاس توسط خود دانش‌آموزان بدون دخالت اولیا (بازنمایی حسابی)
آقای صارمی	بردن گسترده مکعب‌ها سر کلاس توسط معلم، لمس و جمع کردن گسترده‌ها توسط دانش‌آموزان و پی بردن به تفاوت سطح و حجم (بازنمایی فیزیکی)← آموزش فرمول‌های سطح و حجم (بازنمایی حسابی)← نمایش اشکال به طور فیزیکی و روی تخته با ویدئو پروژکتور (بازنمایی فیزیکی و تصویری)← کشیدن اشکال توسط دانش‌آموزان داوطلب (بازنمایی تصویری)← استفاده از مثال‌های جذاب مثل چادر مسافرتی (بازنمایی کلامی)

خانم حیدری‌پور	چک کردن پیش‌سازمان‌دهنده‌های مبحث حجم از قبیل طول و سطح با دانش‌آموزان از طریق ساخت تعریف طول و ارائه مثال‌های مختلف از طول با تاکید بر واحد اندازه‌گیری (بازنمایی کلامی)← یادآوری سطح و ابعاد آن با نشان دادن اَشکال مختلف به وسیله برگه کاغذ (بازنمایی فیزیکی)← ورود به مبحث حجم با تاکید بر اضافه شدن بعد ارتفاع به مساحت (بازنمایی کلامی)← نشان دادن ابعاد حجم روی اشکال مختلف ترجیحا مکعب توخالی (بازنمایی فیزیکی)← کشیدن احجام روی تخته (بازنمایی تصویری)← تاکید بر تفاوت حجم و مساحت با مثالی از استخر و رنگ (بازنمایی کلامی)← ساخت گسترده احجام مختلف موجود در کتاب و چسباندن وجه‌ها توسط دانش‌آموزان (بازنمایی فیزیکی)← معرفی فرمول حجم از طریق ضرب مکعب‌هایی که در امتداد طول، عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل جا می‌گیرد (بازنمایی فیزیکی و حسابی)
خانم درویشیان	ساخت احجام توسط دانش‌آموزان به منظور ایجاد انگیزه و نشان دادن ابعاد روی احجام ساخته شده (بازنمایی فیزیکی)← جستجوی اشکال مشابه کتاب در محیط اطراف و به دست آوردن حجم آن‌ها توسط دانش‌آموزان (بازنمایی ملموس)← کشیدن شکل مکعب مستطیل روی تخته و محاسبه حجم (بازنمایی تصویری و حسابی)← حل چند مثال توسط

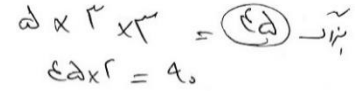
	دانش‌آموزان و ورود به سوالات کتاب (بازنمایی حسابی)
خانم بحری	شروع تدریس با وسایل داخل کلاس (بازنمایی ملموس)← تعریف حجم به عنوان مقدار فضای اشغال شده توسط یک جسم با استفاده از وسایل داخل کلاس و پرسش و پاسخ با دانش‌آموزان (بازنمایی کلامی)← آموزش محاسبه حجم از طریق اندازه گرفتن ابعاد میز و ضرب آن‌ها (بازنمایی ملموس و حسابی)← اشاره به کاربردهای حجم (بازنمایی کلامی)← معرفی فرمول‌های مختلف حجم (بازنمایی حسابی)← ادامه تدریس روی تخته با کشیدن شکل و حل مسائل مختلف (بازنمایی تصویری و حسابی)

تکلیف ۱) *زهرا چند بسته دارد که هر کدام شامل دو مکعب یکسان است. او می‌خواهد بداند که چه تعداد از این بسته‌ها برای پر کردن کامل جعبه مستطیلی زیر لازم است؟ اگر شما معلم زهرا باشید چگونه پاسخ را برای او توضیح می‌دهید؟ لطفا تمام روش‌های ممکن را بیان کنید.*



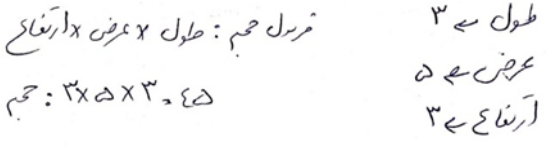
این تکلیف با هدف توصیف توضیحات و بازنمایی‌های معلم‌ها در حیطه محتوایی تجسم فضایی ارائه شد. پاسخ صحیح این سوال ۹۰ بسته بود که هیچ یک از معلم‌ها به آن اشاره نکردند. معلم‌ها در پاسخ به تکلیف ۱ به این صورت عمل کردند:

آقای نجف‌زاده: بعد از خواندن سوال و دیدن شکل، به سراغ شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن آن‌ها در فرمول و محاسبه رفت. سپس برای توضیح پاسخ به دانش‌آموز از بازنمایی حسابی استفاده کرد. در مرحله بعد بدون توجه به صورت سوال که پاسخ به دست آمده را ضربدر دو کرد.



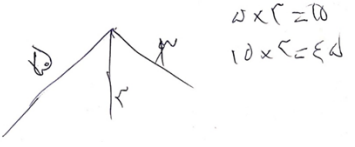
خانم بازگیر: ابتدا سوال را خواند اما به توضیحات شکل‌ها توجهی نکرد، به همین دلیل متوجه صورت سوال نشد و با اشاره به شکل پرسید: «یعنی الان این جعبه‌ست، یه مکعب اینو داره و اینها رو داره درسته؟» به منظور فهم بهتر سوال توسط معلم، پژوهشگر پاسخ داد: «بله، اینا رو به عنوان نمونه گفته، شما اگه

بخواین می‌تونین اضافه کنین. تا حدی که جعبه پر بشه». سپس معلم به عنوان اولین راه حل، حل مساله توسط خود دانش‌آموز از طریق آزمون و خطا را پیشنهاد کرد و گفت: «راهنماییِ من اینه که کنارش می‌شینم خودش انجام بده». در ادامه بر یادگیری با دیدن و انجام دادن در دوره ابتدایی تاکید کرد اما با وجود درخواست پژوهشگر برای توضیح بیشتر روش پیشنهادی، هیچگونه توضیح عملیاتی از جانب ایشان ذکر نشد. سپس پژوهشگر از معلم خواست نحوه به دست آوردن پاسخ نهایی مساله را برای دانش‌آموز توضیح دهد و معلم همانطور که در ابتدا اشاره شد، به این دلیل که دقت کافی در خواندن مساله نداشت و به توضیحات شکل‌ها توجه نکرد در فهم صورت سوال دچار چالش شد. پس از راهنمایی پژوهشگر مبنی بر خواندن توضیحات شکل‌ها، معلم شروع به خواندن توضیحات کرد. در اینجا همانند نفر اول به شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن آن‌ها در فرمول و محاسبه روی آورد. به عبارت دیگر از بازنمایی حسابی استفاده کرد. لازم به ذکر است این معلم بنابر باوری که داشت مبنی بر اینکه طول همیشه موازی با افق است، در شکل داده شده عرض را به اشتباه طول در نظر گرفت.



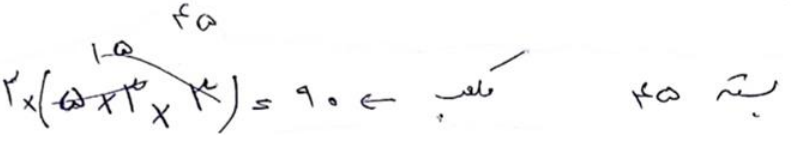
آقای صارمی: این معلم همانند نفر قبلی ابتدا صورت سوال را بدون توجه به شکل‌ها خواند. برای توضیح پاسخ به دانش‌آموز در اولین قدم، محاسبه‌ی تعداد مکعب از طریق تقسیم حجم محفظه کلی بر حجم مکعب کوچک یعنی بازنمایی

حسابی را پیشنهاد داد که به دلیل نداشتن ابعاد مکعب‌های کوچک یا بسته‌ها نتوانست آن را در عمل پیاده کند. در ادامه پژوهشگر از معلم درخواست کرد نحوه به دست آوردن جواب نهایی مساله را برای دانش‌آموز توضیح دهد و معلم بعد از کمی سکوت و نگاه کردن به شکل‌ها گفت: «پنج بسته در طول جعبه‌ها جا می‌شه، سه بسته در عرضش، سه بسته هم در ارتفاعش. بسته‌ها همه یه اندازه‌ان دیگه درسته؟» در اینجا معلم بعد از دیدن شکل‌ها، سعی داشت ابعاد را شناسایی و پاسخ را از روشی که در ابتدا توضیح داد به دست آورد اما به دلیل نداشتن ابعاد مکعب کوچک دچار چالش در تطبیق اطلاعات مساله با روش پیشنهادی شد. سپس راه‌حلش را تغییر داد و همانند نفرات قبلی به شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن ابعاد در فرمول و محاسبه روی آورد. پس در اینجا هم مثل راه حل قبلیش از بازنمایی حسابی استفاده کرد. البته در ابتدای اجرای این راه‌حل در فهم صورت سوال دچار چالش شد و به اشتباه ابعاد جعبه را با مکعب‌های کوچک به دست آورد که با راهنمایی پژوهشگر مبنی بر اینکه تعداد بسته‌ها را باید بگویند، ابعاد را با بسته‌ها به دست آورد. این چالش هم نشان‌دهنده‌ی عدم توجه کافی به سوال بود.



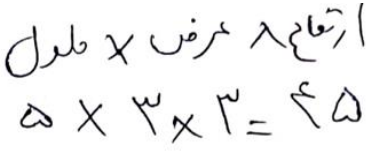
خانم حیدری‌پور: پس از خواندن سوال در قدم اول برای آموزش پاسخ این مساله به دانش‌آموز، به سراغ دست‌ورزی یعنی ساخت جعبه مستطیلی و تعدادی مکعب کوچک رفت و به عبارتی از بازنمایی فیزیکی استفاده کرد. سپس اضافه

کرد با وصل کردن دو مکعب کوچک به هم، واحد را در این شکل که یک بسته حاوی دو مکعب است معرفی می‌کند. این معلم بر همراهی معلم و دانش‌آموز در ساخت جعبه و بسته‌ها تاکید داشت. در ادامه اذعان داشت با راهنمایی دانش‌آموز و پرسش و پاسخ، او را در شمارش بسته‌ها و رسیدن به جواب نهایی کمک می‌کند و اجازه می‌دهد خود دانش‌آموز به جواب برسد. در قدم بعدی به عنوان روش دوم، راهنمایی دانش‌آموز برای رسم مکعب‌ها با مداد یعنی بازنمایی تصویری را در صورت نداشتن ابزار پیشنهاد داد. در ادامه گفت: «تا جاییکه ممکنه از این روشا بیشتر استفاده می‌کنم تا اینکه بخوام صرفا بیان کنم». در نهایت روشی که معلم پیشنهاد داد این بود: با یادآوری مساحت و ابعاد طول و عرض و تاکید بر اضافه شدن بُعد ارتفاع در حجم، به شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن آن‌ها در فرمول و محاسبه پرداخت و همانند نفرات قبلی از بازنمایی حسابی استفاده کرد.

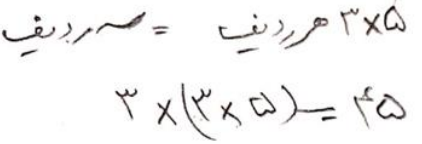


خانم درویشیان: پس از خواندن مساله، در قدم اول روش پیشنهادی معلم استفاده از دست‌ورزی یا همان بازنمایی فیزیکی بود. به این صورت که به دانش‌آموز مکعب می‌دهد و راهنماییش می‌کند مکعب‌ها را در امتداد بُعدی که خوب یاد نگرفته بچیند. به عنوان نمونه اگر در بعد ارتفاع مشکل دارد مکعب‌ها را در امتداد ارتفاع بچیند و ... سپس همانند نفرات قبلی به شناسایی ابعاد جعبه

مستطیلی، قرار دادن آن‌ها در فرمول و محاسبه یا همان بازنمایی حسابی روی آورد.



خانم بحری: این معلم مانند نفر دوم و سوم صورت سوال را بدون توجه به توضیحات شکل‌ها خواند و مثل نفر سوم در ابتدا برای توضیح پاسخ به دانش‌آموز، محاسبه تعداد مکعب‌ها از طریق تقسیم محفظه‌ی کلی بر حجم مکعب کوچک را پیشنهاد داد اما در انتها روشی متفاوت انجام داد. به این صورت که جعبه مستطیلی را به جعبه شیرینی تشبیه و تعداد بسته‌ها را از طریق پر کردن ردیفی جعبه شیرینی و محاسبه یا همان بازنمایی حسابی به دست آورد.



در مجموع می‌توان گفت نفر اول و سوم فقط از بازنمایی حسابی استفاده کردند. نفر دوم ابتدا به حل مساله توسط خود دانش‌آموز از طریق آزمون و خطا اشاره کرد و سپس علی‌رغم تاکید بر یادگیری با دیدن و انجام دادن یعنی بازنمایی فیزیکی و تصویری، از فرمول و محاسبه یا همان بازنمایی حسابی استفاده کرد. نفر چهارم به ترتیب بازنمایی فیزیکی، بازنمایی تصویری و بازنمایی حسابی را توضیح داد و از میان آن‌ها بر استفاده از بازنمایی فیزیکی و تصویری تاکید داشت. نفر پنجم ابتدا به بازنمایی فیزیکی و سپس بازنمایی حسابی اشاره

کرد. نفر سوم و ششم در مرحله اول یک بازنمایی حسابی پیشنهاد دادند که به علت کافی نبودن اطلاعات مساله قابلیت اجرا نداشت و در ادامه روشی متفاوت با روش پیشنهادی اول، انجام دادند. نفر سوم مانند راه حل نهایی همه معلم‌ها به جز نفر ششم، بازنمایی حسابی یعنی شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن آن‌ها در فرمول و محاسبه را انجام داد. روش اجرایی نفر ششم، تشبیه جعبه مستطیلی به جعبه شیرینی و محاسبه سه ردیف بسته یا همان بازنمایی حسابی بود.

بازنمایی‌هایی که معلم‌ها در پاسخ به تکلیف ۱ به کار بردند، در جدول ۲ دسته بندی شده است:

جدول ۲ انواع بازنمایی‌های به کار برده شده توسط معلم‌ها در تکلیف ۱

آقای نجف‌زاده	شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن در فرمول و محاسبه (بازنمایی حسابی)
خانم بازگیر	حل سوال توسط خود دانش‌آموز از طریق آزمون و خطا← شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن در فرمول و محاسبه (بازنمایی حسابی)
آقای صارمی	به دست آوردن تعداد مکعب‌ها با تقسیم کردن حجم محفظه کلی بر حجم مکعب کوچک (بازنمایی حسابی)← شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن در فرمول و محاسبه (بازنمایی حسابی)

خانم حیدری‌پور	ساخت جعبه مستطیلی و تعدادی مکعب کوچک (بازنمایی فیزیکی)← راهنمایی دانش‌آموز برای رسم مکعب‌ها با مداد در صورت نداشتن ابزار (بازنمایی تصویری)← شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن در فرمول و محاسبه (بازنمایی حسابی)
خانم درویشیان	راهنمایی دانش‌آموز در چیدن مکعب‌ها در یکی از ابعاد جعبه مستطیلی که بیشترین مشکل را در فهمش دارد (بازنمایی فیزیکی)← شناسایی ابعاد جعبه مستطیلی، قرار دادن در فرمول و محاسبه (بازنمایی حسابی)
خانم بحری	به دست آوردن تعداد مکعب‌ها با تقسیم کردن حجم محفظه کلی بر حجم مکعب کوچک (بازنمایی حسابی)← تشبیه جعبه مستطیلی به جعبه شیرینی و به دست آوردن تعداد مکعب‌ها از طریق پر کردن ردیفی و محاسبه (بازنمایی حسابی)

به طور کلی میان بازنمایی‌هایی که معلم‌ها در سوال کلی ۱ و تکلیف ۱ به کار بردند، تفاوت وجود داشت. در سوال کلی۱ تنوعی از بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، کلامی و حسابی را به کار بردند، اما در مواجهه با تکلیف ۱ بیشتر از بازنمایی‌های حسابی استفاده کردند. تنها معلمی که مطابق با مراحل تقریبا یکسانی در سوال کلی و تکلیف ۱ پیش رفت، نفر چهارم بود. بقیه معلم‌ها وقتی

تکلیف به آن‌ها ارائه شد نتوانستند مراحل گفته شده در پاسخ به سوال اول را اجرا کنند.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر برای توصیف ادراک معلمان دوره ابتدایی از چگونگی کمک به دانش‌آموزان در آموزش مبحث حجم انجام گرفت. به این منظور از مولفه‌ی آموزش مدل "فعال‌سازی شناختی در کلاس درس" (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) استفاده شد. نتایج در این مولفه نشان‌دهنده این بود که در ارائه تدریس همه معلم‌ها، روش تدریس سخنرانی به چشم خورد. نفر اول با سخنرانی صرف تدریس را پیش برد ولی سایر معلم‌ها علاوه بر سخنرانی، در بخش‌هایی از پرسش و پاسخ با دانش‌آموز نیز استفاده کردند و نفر چهارم بیشترین استفاده از دانش‌آموزان را در تدریسش داشت. آتار و همکاران (۲۰۲۱) نیز در پژوهشی که با معلم‌های ابتدایی و در مبحث کسر انجام دادند از طریق چک لیست مشاهده، نتیجه‌ای مشابه در مولفه آموزش به دست آوردند و نشان دادند معلم‌ها از رویکردهای سنتی سخنرانی مستقیم استفاده می‌کنند.

چهار نفر از معلم‌ها در شروع تدریس از طریق مساحت وارد مبحث حجم شدند که بیانگر توجه آن‌ها به پیش‌نیازها و معنی‌دار کردن یادگیری بود. چهار نفر در شروع تدریس به منظور عینی کردن تدریس، از احجام آماده شده با دستورالعمل کتاب استفاده کردند و دو نفر در اوایل تدریس کاربردهای حجم را ارائه دادند. پس از این مراحل اولیه، بیشتر معلم‌ها سراغ کشیدن شکل‌های کتاب روی تخته و آموزش فرمول رفتند. در مرحله بعد نیز به حل مسائل مختلف روی تخته و مسائل کتاب پرداختند. برخی معلم‌ها در تدریس خود بر پیشروی مطابق

با روند کتاب تاکید داشتند. همه این‌ها نشان‌دهنده پیروی معلم‌ها از یک الگوی متداول و داشتن رویکردی سنتی در تدریس مبحث حجم بود. پژوهش گولر و چلیک[۱] (۲۰۱۹) نیز که روی دانشجو معلمان ریاضی متوسطه اول در حوزه دانش آن‌ها از ارائه محتوای اعداد انجام شد، در نتایجی مشابه نشان داد بسیاری از معلمان در ارائه محتوا از نظر راهبردهای آموزشی ضعف دارند. هم‌چنین ستیانینگروم[۲] و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهشی که روی معلمان ریاضی پیش از خدمت اجرا کردند به نتایج مشابهی رسیدند و نشان دادند این معلمان در ایجاد راهبردهای تدریس مؤثر دچار مشکلاتی هستند که به دانش محدود آن‌ها از روش‌های تدریس برمی‌گردد. آن‌ها در پژوهش خود صرفا از سوالاتی محتوا محور که دانش محتوای معلم‌ها را می‌سنجید و مصاحبه‌های نیمه‌ساختار یافته در تکمیل سوالات استفاده کردند، در صورتی که در پژوهش حاضر با استفاده از مدلی استاندارد به نام فعال‌سازی شناختی در کلاس درس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸)، تکالیفی متناسب با دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان طراحی و در قالب مصاحبه مبتنی بر تکلیف اجرا شد.

بیشتر معلم‌ها در تدریسشان از اَشکال کتاب به خصوص مکعب مربع و مستطیل استفاده کردند. این مطلب نشان داد بیشتر معلم‌ها در تدریس مبحث حجم هنوز درگیر شکل‌های اولیه هستند و از مثال‌های دنیای واقعی یا همان بازنمایی‌های ملموس کمتر استفاده می‌کنند. فقط نفر ششم که بیشترین سابقه تدریس را در میان مشارکت‌کنندگان داشت، تدریسش را با احجام داخل کلاس

[۱] Gülera and Çelik

[۲] Setyaningrum

یعنی مثال‌های دنیای واقعی شروع کرد و به آموزش ابعاد و محاسبه حجم از طریق اندازه‌گیری ابعاد احجامی مثل میز، سطل زباله و ... پرداخت. نفر پنجم نیز بیان کرد دانش‌آموزان را به یافتن اشکال مشابه کتاب در محیط اطراف تشویق می‌کند.

از دیگر نتایج، برداشت متفاوت معلمان از تعریف حجم بود. برخی از آن‌ها حجم را برابر فضای داخلی جسم یا همان گنجایش می‌دانستند. در صورتی که در کتاب‌های درسی و راهنمای تدریس ریاضی پنجم و ششم، حجم مقدار فضای اشغال شده به وسیله یک جسم تعریف شده است. این مورد نشان‌دهنده عدم اشراف معلمان بر کتاب‌های راهنمای تدریس و اهداف آموزشی بود که می‌تواند ناشی از عدم تمایل معلمان به مطالعه این کتاب‌ها به دلیل جذابیت پایین آن‌ها باشد.

در تکلیف ۱ هیچکدام از معلم‌ها به پاسخ صحیح که ۹۰ بسته بود نرسیدند. این موضوع می‌تواند ریشه در عدم توجه معلم‌ها به نحوه چینش بسته‌ها، ضعف تجسم فضایی و ضعف دانش محتوایی آن‌ها داشته باشد. عملکرد نفر دوم در تکلیف ۱ نیز که طول جعبه مستطیلی را خط موازی افق در نظر گرفت، می‌تواند نشان‌دهنده تصور کلیشه‌ای و ضعف دانش محتوایی باشد. از آنجایی که میان دانش محتوا و دانش محتوایی پداگوژیکی همبستگی مثبت وجود دارد (فلپس و شیلینگ[1]، ۲۰۰٤؛ کراوس و همکاران، ۲۰۰۸؛ باومرت و همکاران، ۲۰۱۰ و

[1] Phelps & Schilling

کلایکمن و همکاران، ۲۰۱۳)، کمبود این نوع دانش منجر به ضعف دانش محتوایی پداگوژیکی در معلمان می‌شود.

به علاوه برخی از معلمان در پاسخ به تکلیف ۱ که تعداد بسته‌ها را خواسته بود، تعداد مکعب‌ها را نیز به دست آوردند. این مورد نشان از بی‌دقتی و بی‌توجهی معلم‌ها در خواندن سوال داشت. روحانی فر و همکاران (۱۳۹۸) نیز در پژوهش خود با دانش‌آموزان نتیجه‌ای مشابه به دست آوردند و نشان دادند بی‌دقتی در خواندن و فهم سوال، منشا بسیاری از خطاها در حل مسائل است. به گفته‌ی آن‌ها این بی‌دقتی می‌تواند تا حدودی ریشه در تاکید کتاب‌های درسی بر اندازه، عدد، مسائل محاسباتی و توجه اندک یا صوری به مسئله‌های کلامی معنی‌دار داشته باشد.

هم‌چنین نتایج پژوهش نشان داد معلم‌ها در زمان تدریس و حل تکلیف، بازنمایی‌های متفاوتی به کار می‌برند. آن‌ها در تدریس اولیه طیف متنوعی از بازنمایی‌های ملموس، فیزیکی، تصویری، کلامی و حسابی را معرفی کردند، اما در زمان حل تکلیف بیشتر بازنمایی‌های حسابی به کار بردند که این موضوع با یافته‌های هیت[۱] (۲۰۰۲) متناسب است. هیت معتقد بود معلم‌های ریاضی بیشتر به استفاده از بازنمایی‌های جبری تمایل دارند. فقط دو نفر بودند که در حل تکلیف ۱ علاوه بر بازنمایی حسابی به بازنمایی‌های دیگری از جمله بازنمایی فیزیکی و تصویری اشاره کردند. هانگ و رونالز[۲] (۲۰۲۱) در پژوهشی با ۱۷ معلم پیش از خدمت ابتدایی به نتایج مشابهی رسیدند و نشان دادند که معلمان

[۱] Hitt

[۲] Hong & Runnalls

پیش از خدمت ابتدایی عمدتاً از فرمول حجم برای پاسخ صحیح به تکالیف استفاده کردند. این دو پژوهشگر فقط به بررسی دانش محتوای معلم‌ها با استفاده از یک تکلیف مربوط به مبحث حجم پرداختند. پرداختن به بازنمایی‌ها منجر به ارتباط آموزش با تجربیات و علایق دانش‌آموزان می‌شود (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۱۸). پژوهش‌های زیادی نشان می‌دهد استفاده از بازنمایی‌های مختلف نقش سازنده‌ای در آموزش و یادگیری ریاضی دارد و منجر به درک عمیق‌تر دانش‌آموزان در این حوزه می‌شود (دلیانی[۱] و همکاران، ۲۰۱۶؛ درهر و کانتز[۲]، ۲۰۱۵؛ جاکوبسون و ایزاک[۳]، ۲۰۱۵؛ آینزورث[٤]، ۲۰۰۶ و جانویر[٥]، ۱۹۸۷). از آن‌جایی‌که بیشتر زمان کلاس ریاضی با حل تکلیف سپری می‌شود، اگر معلم‌ها نتوانند در مواجهه با تکالیف به خوبی عمل کنند و بازنمایی‌های مختلف به کار نبرند، به خصوص در دوره ابتدایی ممکن است باعث عدم فهم مطالب توسط دانش‌آموزان شوند. ضعف معلمان در به کارگیری بازنمایی‌های مختلف برای حل تکالیف، در حالی است که کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی سعی در معرفی بازنمایی‌هایی مختلف دارند و این موضوع می‌تواند نشان‌دهنده‌ی عدم تاثیرگذاری تغییرات کتاب‌های درسی بر عملکرد معلم‌ها باشد. این ضعف می‌تواند ناشی از عدم آموزش صحیح معلم‌ها یا نداشتن تمرین کافی باشد.

---

[۱] Deliyianni

[۲] Dreher & Kuntze

[۳] Jacobson, E., & Izsák

[٤] Ainsworth

[٥] Janvier

بنابراین آموزش معلمان در حوزه استفاده از بازنمایی‌های مختلف در مبحث حجم بسیار مهم است و برگزاری کارگاه‌های مهارت‌محور با اساتید مجرب تا حدود زیادی برطرف‌کننده‌ی این ضعف خواهد بود.

پیشنهادها

با توجه به این‌که معلم‌ها از یک الگوی متداول در تدریسشان استفاده می‌کنند پیشنهاد می‌شود کمی تنوع وارد تدریسشان کرده و از روش‌های دانش‌آموز محور مانند روش اکتشافی بیشتر استفاده کنند. حداقل کاری که می‌توان انجام داد روبرو کردن دانش‌آموزان با یک چالش در ابتدای تدریس و اجازه حدس و آزمایش دادن به آن‌ها برای درک بهتر درس جدید است. معلم‌ها می‌توانند تدریسشان را با یک تکلیف یا سوال آغاز کنند.

بیشتر معلم‌ها در تدریس خود از اَشکال کتاب به خصوص مکعب مربع و مستطیل استفاده کردند. این مطلب نشان داد بیشتر معلم‌ها در تدریس مبحث حجم هنوز درگیر شکل‌های اولیه هستند و از مثال‌های دنیای واقعی یا همان بازنمایی‌های ملموس کمتر استفاده می‌کنند. بر این اساس پیشنهاد می‌شود معلم‌ها در تدریس خود از بازنمایی‌های ملموس بیشتر استفاده کنند. به خصوص در تدریس مبحث حجم این بازنمایی‌های ملموس در قالب احجامی غیر از مکعب مربع و مستطیل باشد. استفاده از این بازنمایی‌ها به ویژه در ابتدای تدریس می‌تواند درس را برای دانش‌آموزان ملموس‌تر کند و منجر به یادگیری بهتر مطلب توسط آن‌ها شود.

نتایج نشان دهنده‌ی برداشت متفاوت معلمان از تعریف حجم بود. برخی از آن‌ها حجم را برابر فضای داخلی جسم یا همان گنجایش می‌دانستند. در صورتی

که در کتاب‌های درسی و راهنمای تدریس ریاضی پنجم و ششم، حجم مقدار فضای اشغال شده به وسیله یک جسم تعریف شده است. از سویی در تکلیف سه که با هدف قانون بقای حجم ارائه شده بود عملکرد معلمان نشان داد بیشتر آن‌ها از این هدف اطلاع کافی نداشتند و به جای تفهیم این مطلب به دانش‌آموزان، راهکار محاسباتی برای برطرف کردن بدفهمی دانش‌آموزان در این تکلیف ارائه دادند. این موارد نشان‌دهنده عدم اشراف معلمان بر کتاب‌های راهنمای تدریس و اهداف آموزشی بود که می‌تواند ناشی از عدم تمایل معلمان به مطالعه این کتاب‌ها به دلیل جذابیت پایین آن‌ها باشد. از این رو پیشنهاد می‌شود کتاب‌های راهنمای تدریس ریاضی جذاب‌تر و بهتر ارائه شوند تا معلمان را به مطالعه ترغیب کنند.

از آن‌جایی‌که عملکرد معلم‌ها در پاسخ به تکالیف نشان‌دهنده‌ی ضعف آن‌ها در استفاده از بازنمایی‌های مختلف در مواجهه با یک تکلیف معین بود و این ضعف می‌تواند منجر به عدم فهم مطالب توسط دانش‌آموزان شود، پیشنهاد می‌شود کلاس‌های ضمن خدمت با هدف آموزش و تقویت به کارگیری بازنمایی‌ها برای معلم‌ها در حل تکالیف مبحث حجم برگزار شود.

با توجه به این‌که برخی معلم‌ها از جمله نفر دوم، چهارم و پنجم در تدریس خود بر پیشروی با روند کتاب تاکید داشتند و چگالی مطالب در کتاب‌های درسی ریاضی زیاد است، اگر معلم‌ها بخواهند با تاکید بر روند کتاب پیش بروند ممکن است دانش‌آموزان فقط با حجم زیادی از مطلب روبرو شوند که مفهوم آن‌ها را درک نکرده و سطحی یاد گرفته‌اند. به این دلیل به دفتر تالیف کتب

درسی پیشنهاد می‌شود حجم کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی را کاهش دهند.

به دلیل کمبود ابزار برای سنجش دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان در حوزه‌های مختلف ریاضی، پیشنهاد می‌شود بومی‌سازی و یا ساخت ابزار در این حوزه مورد توجه پژوهشگران بعدی قرار گیرد.

داده‌های پژوهش حاضر از طریق مصاحبه مبتنی بر تکلیف گردآوری شد، از آنجایی‌که دانش محتوایی پداگوژیکی نوعی مهارت محسوب می‌شود و باید در عمل مشاهده شود، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی مشاهده میدانی کلاس‌های درس معلمان نیز مورد توجه قرار گیرد.

به منظور تعمیم بیشتر نتایج، پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های مرتبط با دانش محتوایی پداگوژیکی معلمان در سایر شهرها و دیگر حوزه‌های ریاضی نیز انجام شود.

با توجه به اینکه نتایج نشان‌دهنده عدم استفاده معلمان از کتاب‌های راهنمای تدریس بود، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی به علل عدم مطالعه این کتاب‌ها از نگاه معلم‌ها پرداخته شود.

فهرست منابع

پورنگ، افسانه؛ اصغری، نسیم و شاهورانی سمنانی، احمد. (۱٤۰۰). بررسی دانش پداگوژی محتوای معلمان و دانشجو معلمان در حوزه استدلال تناسبی با تمرکز بر فعالیت آموزش حل مساله در گونه های معنایی. *فناوری آموزش (فناوری و آموزش)*، *۱۵*(۲)، ۲٦۰-۲٤۹.

دواچی، رفعت. (مهر، ۱۳۹٤). *ضرورت آموزش ریاضی در دوره ابتدائی*. اولین کنفرانس بین المللی روانشناسی و علوم تربیتی، شیراز.

رفیع پور، ابوالفضل؛ کاظمی، فرهاد و فدایی، محمدرضا. (۱۳۹۸). بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش آموزان. *پژوهش در برنامه ریزی درسی*، *۱٦*(۳۳)، ۱۰٤-۱۲۰.

روحانی فر، محبوبه، محسن پور، مریم، و گویا، زهرا. (۱۳۹۸). منشا خطاهای دانش آموزان در حل مسائل مربوط به سواد ریاضی. *نوآوری های آموزشی*، *۱۸*(۷۲)، ۱۱۷-۱۳٦.

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. (۱٤۰۰). *ریاضی پنجم دبستان*. تهران: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی.

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. (۱٤۰۰). *ریاضی ششم دبستان*. تهران: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی.

سلامی، مریم. (۱۳۹۷). بررسی تأثیر آموزش مفهوم کسر بر مبنای مدل «بِهِر»، بر دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان پایه پنجم و ششم ابتدایی (پایان نامه ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران).

سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران (۱۳۹۱). وزارت آموزش و پرورش.

شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. وزارت آموزش و پرورش.

عظیم پور، سهراب؛ حسینی صدر، صمد و واحدی، حسین. (۱۳۹٦). بررسی کج فهمی در مفاهیم حجم و گنجایش در بین دانش آموزان پایه ی ششم ابتدایی. *پویش در آموزش علوم پایه*، ۳(۹)، ۱-۱۱.

غلام آزاد، سهیلا. (۱۳۹۱). رویکرد شناختی به آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. *مطالعات برنامه درسی*، ٦(٢٤)، ۷-۳۲.

غلام آزاد، سهیلا؛ گویا، زهرا و کیامنش، علیرضا. (١٤٠٠). تأملی در مؤلفه‌های برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران. *نظریه و عمل در برنامه درسی*، *۸*(۹)، ۱۷۷-۲۰٦.

کبیری، مسعود. (١٤٠٠). اندازه گیری دانش موضوعی تربیتی ریاضی معلمان پایهٔ سوم دوره ابتدایی. *مطالعات سیاست گذاری تربیت معلم (پژوهش در تربیت معلم)*، ٤(۳)، ۱۱۲-۹۵.

گویا، زهرا و ایزدی، صمد. (۱۳۸۱). جایگاه معلمان در سطوح تصمیم گیری برنامه ریزی درسی. *علوم انسانی الزهرا*، ۱۲(٤۲)، ١٤٧-١٧٤.

گویا، زهرا و حسام، عبداله. (۱۳۸٦). طرحواره‌های ذهنی: توجیه‌گر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان. *روان‌شناسی کاربردی*، ۱(۲)، ۱۷۷-۲۰۰.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and instruction*, *16*(3), 183-198. DOI: 10.1016/j.learninstruc.2006.03.001

Association of Mathematics Teacher Educators. (2016). Standards for Preparing Teachers of Mathematics. Available online at amte.net/standards.

Atar, A. M., Nabie, J. M., & Clement, A. A. (2021). Exploring teachers' pedagogical content knowledge in teaching simple

fractions in primary schools. *Universe International Journal of Interdisciplinary Research (Peer Reviewed Refereed Journal), 2*(3), 148-160. DOI: 09.2021-17284886/UIJIR

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. DOI: 10.1177/0022487108324554

Battista, M. T. (2012). Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students' Development of Understanding of Area and Volume Measurement. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 185-204. DOI: 10.1207/s15327833mtl0602_6

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., & Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American educational research journal, 47*(1), 133-180. DOI: 10.3102/0002831209345157

Berry, B., Hoke, M., & Hirsch, E. (2004). NCLB: Highly qualified teachers-the search for highly qualified teachers. Phi Delta Kappan, 85(9), 684-689. DOI: 10.1177/003172170408500909

Cantrell, S., & Scantlebury, J. (2011). Effective Teaching: What Is It and How Is It Measured?. *Effective Teaching as a Civil Right, 28*, 1-58.

Darling-Hammond, L. (2000). How teacher education matters. *Journal of teacher education, 51*(3), 166-173. DOI: 10.1177/0022487100051003002

Deliyianni, E., Gagatsis, A., Elia, I., & Panaoura, A. (2016). Representational flexibility and problem-solving ability in fraction and decimal number addition: A structural model. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(2), 397-417. DOI: 10.1007/s10763-015-9625-6

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers facing the dilemma of multiple representations being aid and obstacle for learning: evaluations of tasks and theme-specific noticing. *Journal für Mathematik-Didaktik, 36*(1), 23-44. DOI: 10.1007/s13138-014-0068-3

Güler, M., & Çelik, D. (2019). How well prepared are the teachers of tomorrow? An examination of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge. *International journal of mathematical education in science and technology, 50*(1), 82-99. DOI: 10.1080/0020739X.2018.1472821

Hitt, F. (2002). *Representations and mathematics visualizations*. *AUTHOR Speiser, Robert, Ed.; Maher, Carolyn A., Ed.; Walter, Charles N., Ed*, 53.

Hong, D. S., & Runnalls, C. (2021). Is it the width, the height, or the length?: pre-service teachers' responses to a volume task. *International journal of mathematical education in science and technology*, *52*(3), 477-490. DOI: 10.1080/0020739X.2020.1772389

Huang, H. M. E., & Wu, H. Y. (2019). Supporting Children's Understanding of Volume Measurement and Ability to Solve Volume Problems: Teaching and Learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(12), 1-36. DOI: 10.29333/ejmste/109531

Jacobson, E., & Izsák, A. (2015). Knowledge and motivation as mediators in mathematics teaching practice: The case of drawn models for fraction arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(5), 467-488. DOI: 10.1007/s10857-015-9320-0

Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, *27*, 32.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2013). Teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge: The role of structural differences in teacher education. *Journal of teacher education*, *64*(1), 90-106. DOI: 10.1177/0022487112460398

Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *Zdm*, *40*(5), 873-892. DOI: 10.1007/s11858-008-0141-9

Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education*, 95-132.

Manizade, A. G., & Mason, M. M. (2011). Using Delphi methodology to design assessments of teachers' pedagogical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 76*, 183–207. DOI: 10.1007/s10649-010-9276-z

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standards for school Mathematics*. Reston, VA. The Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2020). Standards for the Preparation of Secondary Mathematics Teachers. Reston, VA: Author.

Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in science Education*, *38*(3), 261-284. DOI: 10.1007/s11165-007-9049-6

Phelps, G., & Schilling, S. (2004). Developing measures of content knowledge for teaching reading. *The Elementary School Journal*, *105*(1), 31-48. DOI: 10.1086/428764

Setyaningrum, W., Mahmudi, A., & Murdanu, M. (2018). Pedagogical Content Knowledge of Mathematics Pre-service Teachers: Do they know their students?. *Journal of Physics: Conference Series*. 1097. 012098. 10.1088/1742-6596/1097/1/012098.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23. DOI: 10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Van Driel, J. H., & Berry, A. (2012). Teacher professional development focusing on pedagogical content knowledge. *Educational researcher*, *41*(1), 26-28. DOI: 10.3102/0013189X11431010

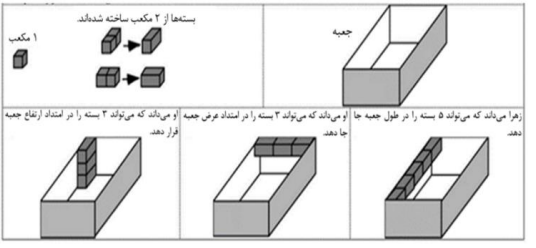
Youngbin, Y., Ye-eun. Y., & Soo Mia, K. (2019). A study on the performance of six-grade elementary school students about the perimeter and area of plane figure and the surface area and volume of solid figure. *J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education*, *58*(2), 283-298. DOI: 10.7468/MATHEDU.2019.58.2.283

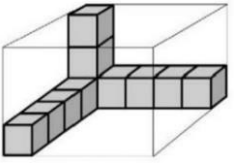
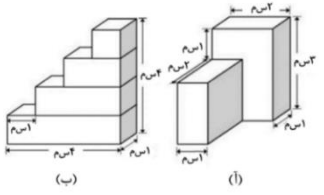
پیوست‌ها

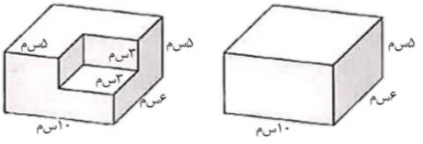
پیوست الف)**اطلاعات جمعیت شناختی مشارکت‌کنندگان**

معلم	جنسیت	تحصیلات	پایه‌هایی که تاکنون تدریس داشته‌اند
نجف‌پور	مرد	کارشناسی آموزش ریاضی. کاردانی آموزش ریاضی	پایه ششم: دو سال. پایه هفتم: پنج سال. پایه هشتم: چهار سال. پایه نهم: هشت سال. پایه دهم: پنج سال
بازگیر	زن	کارشناسی مشاوره. کاردانی آموزش ریاضی	پایه ششم: ۱۰ سال. مقطع متوسطه اول: ۱۳ سال
صارمی	مرد	کارشناسی مهندسی کشاورزی	پایه پنجم: نه سال. پایه ششم: ۱۰ سال
حیدری‌پور	زن	کارشناسی ارشد مدیریت آموزشی. کارشناسی علوم تربیتی گرایش دبستان و پیش دبستان	پایه ششم: چهار سال
درویشیان	زن	کارشناسی ارشد مشاوره مدرسه. کارشناسی مشاوره و راهنمایی	پایه پنجم: پنج سال. پایه ششم: سه سال
بحری	زن	کارشناسی آموزش ابتدایی	پایه پنجم: ۱۶ سال. پایه ششم: ۱۰ سال

پیوست ب) **تطبیق تکالیف مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس (کراوس و همکاران، ۲۰۰۸) و تکالیف پژوهش حاضر**

مولفه ها	**تکالیف مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس**	**تکالیف پژوهش حاضر**
مولفه آموزش	یک دانش‌آموز می‌گوید: من نمی‌فهمم چرا ۱= (۱-)×(۱-) لطفا تمام روش‌های ممکن را برای توضیح این حقیقت به دانش‌آموزتان بیان کنید.	زهرا چند بسته دارد که هر کدام شامل دو مکعب یکسان است. او می‌خواهد بداند که چه تعداد از این بسته‌ها برای پر کردن کامل جعبه مستطیلی زیر لازم است؟ (باتیستا، ۲۰۱۲) اگر شما معلم زهرا باشید چگونه پاسخ را برای او توضیح می‌دهید؟ لطفا تمام روش‌های ممکن را بیان کنید.  هدف تکلیف: تجسم فضایی (دید) در حالت‌های مختلف

مولفه ها	تکالیف مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس	تکالیف پژوهش حاضر
مولفه دانش‌آموز	لطفا وضعیت زیر را تصور کنید: دانش آموزی جواب معادله $(X-3)(X-4)=2$ را $X=5$ یا $X=6$ محاسبه می‌کند. دانش‌آموز احتمالا چگونه به این پاسخ رسیده است؟	این یک مکعب کوچک به اندازه ۱ سانتی‌متر مکعب است. شکل زیر یک جعبه مستطیلی را نشان می‌دهد که قسمتی از آن توسط مکعب‌های کوچک پر شده است. یکی از دانش‌آموزان به نام نازنین می‌گوید: «مساحت قاعده جعبه $16=4\times4$ سانتی‌متر مربع و ارتفاع آن ۲ سانتی‌متر است. برای پر کردن جعبه در مجموع ۳۲ مکعب نیاز است». (هوانگ و وو، ۲۰۱۹) به نظر شما دانش‌آموز چگونه به این پاسخ رسیده است؟  هدف تکلیف: تجسم فضایی (دید) در حالت‌های مختلف
		دانش‌آموزی می‌گوید: «شکل‌های زیر متفاوت به نظر می‌رسند. بنابراین حجم آن‌ها نیز متفاوت است.» (هوانگ و وو، ۲۰۱۹) به نظر شما دانش‌آموز چگونه به این پاسخ رسیده است؟  هدف تکلیف: دانستن و به کار بردن قانون بقای حجم

مولفه ها	تکالیف مدل فعال‌سازی شناختی در کلاس درس	تکالیف پژوهش حاضر
مولفه تکلیف	با سه برابر شدن طول ضلع، مساحت مربع چگونه تغییر می‌کند؟ استدلال خود را نشان دهید. لطفا تا حد امکان راه‌های مختلف حل این مسئله را (با استدلال) یادداشت کنید.	حجم دو شکل زیر را مقایسه کنید. (یانگ بین و همکاران، ۲۰۱۹) لطفا تا حد امکان این سوال را به روش‌های مختلف حل کنید و استدلال بیاورید.  هدف تکلیف: مقایسه احجام و محاسبه حجم شکل‌های ترکیبی