Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.2 (3); 2014, 47-70

دو فصلنامه **نظریه و عمل در برنامه درسی**
سال دوم، شماره ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳، ۷۰-۴۷

رد پای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در ریاضیات مدرسه‌ای در ایران

The trace of realistic mathematics education in the school mathematics in Iran

سهیلا غلام‌آزاد[۱]

S. Gholamazad (Ph.D)

چکیده: در اواخر دهه ۷۰ میلادی، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار (RME) در پاسخ به نهضت ریاضی جدید در امریکا و رویکرد آموزش ریاضی مکانیکی در هلند توسط فرودنتال و همکارانش معرفی شد. بر اساس این رویکرد، برنامه‌های آموزشی باید فرصتی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد تا از طریق انجام دادن فعالیت‌های مناسب، به بازآفرینی ریاضی بپردازند. در سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران نیز ملاحظه می‌شود که در بخش جهت‌گیری‌های کلی در سازمان‌دهی محتوا و آموزشِ حوزه یادگیری ریاضی، بر وجه واقعیت‌مداری برنامه به‌طور ضمنی، تأکید شده است. در این مقاله، ضمن معرفی جنبه‌های مختلف این رویکردِ برنامه‌ای در آموزش ریاضی، به پژوهشی اشاره می شود که به روش تحلیل محتوا انجام شد و مضمون موردنظر برای تحلیل محتوا، واقعی بودن زمینه‌های مورد استفاده در کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ بود.

کلیدواژگان: آموزش ریاضی واقعیت مدار، برنامه درسی ریاضی. ریاضیات ۱، ریاضی ورزی افقی، ریاضی ورزی عمودی.

Abstract: In the late 70's, in reaction to both "New Math" movement in the United States and "mechanistic mathematics education" approach to mathematics education in Netherland, Realistic Mathematics Education (RME) has been introduced by Freudenthal and his colleagues. In this educational approach, Freudenthal considered mathematics as a human activity. Based on this approach, education should give students the opportunity to re-invent mathematics by doing appropriate activities. Recently, the National curriculum of Islamic Republic of Iran has been developed by the Ministry of Education to provide educational policies. In this document, an implicit emphasis on so called "realistic" aspect of the program can be seen in the mathematics curriculum framework section. In this paper, I first, introduce the different aspects of RME, and then this educational approach has been traced in the newly written mathematics textbooks in Iran.

Keyword: Realistic Mathematics Education, Mathematics Curriculum, Mathematics 1 Textbook, Horizontal Mathematization, Vertical Mathematization.

۱. استادیار پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، soheila_azad@yahoo.com

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۸ ؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۳

مقدمه

دانش آموزان در کلاس درس، نباید دریافت‌کنندگان منفعل ریاضیِ از پیش آماده شده باشند. بلکه باید به سمت استفاده از فرصت‌هایی برای بازآفرینی ریاضی از طریق انجام دادن آن هدایت شوند. این ادعایی بود که هانس فرودنتال[1] (۱۹۹۱)، ریاضیدان هلندی، در تقابل با اشاعه گسترده ایده‌های دوره ریاضی جدید[2] در اواخر دهه ۶۰ میلادی در غرب، مطرح نمود. به گفته ویتمن[3] (۲۰۰۵)، فرودنتال با این انتقاد، به‌عنوان نماینده یک سنت آموزشی، مبتنی بر اینکه **چه** باید تدریس شود و **چرا**، مطرح شد. فرودنتال معتقد بود که ریاضی، باید برای **مفید بودن** تدریس شود و درعین‌حال، تأکید داشت که این مهم، از طریق تدریس **ریاضی مفید**[4] به نتیجه نخواهد رسید، زیرا هر مبحث ریاضی، به‌هرحال در زمینه‌های محدودی می‌تواند مفید باشد (گرومیجر و ترول[5]، ۲۰۰۰). فرودنتال (۱۹۶۸)، سنت تدریس ریاضی محض[6] و بعد، نشان دادن کاربرد آن را مطرود دانسته و معتقد بود که تدریس ریاضی، باید به‌عنوان **ریاضی ورزی**[7] باشد. بر اساس این دیدگاه، فرودنتال ریاضی را یک **فعالیت انسانی**[8] می‌دانست که مانند بیان، نقاشی و نوشتن، هم یک فعالیت طبیعی و هم یک فعالیتِ اجتماعی بشر است (فرودنتال، ۱۹۷۹، نقل شده در فن‌دن‌هیوول-پنهاوزن[9]، ۲۰۰۰). درواقع برای فرودنتالِ ریاضی‌دان، انجام دادن ریاضی به‌مراتب مهم‌تر از ریاضی به‌عنوان یک محصول حاضر و آماده بود. به همین ترتیب، از نقطه نظر او، آموزش ریاضی فرایند انجام دادن ریاضی بود که منجر به یک نتیجه می‌شد و آن نتیجه، ریاضی به‌عنوان محصول بود.

درمجموع، دیدگاه فرودنتال نسبت به آموزش ریاضی را می‌توان چنین خلاصه کرد که ریاضی قبل از هر چیز، به‌عنوان یک فرایند و فعالیت انسانی دیده شود، درحالی‌که انتظار می‌رود این

1 Freudenthal
2 New Math Era
3 Wittmann
4 Useful Mathematics
5 Gravemeijer & Terwel
6 Pure Mathematics
7 Mathematizing
8 Human Activity
9 Van den Heuvel - Panhuizen

فعالیت به تولید ریاضی به‌عنوان محصول نهایی نیز منجر شود. این امر، منجر به طرح این سؤال شد که چگونه می‌توان آموزش ریاضی را شکل داد که این دو هدف را برآورده سازد.

در پاسخ به این سؤال، آموزش ریاضی واقعیت‌مدار[1] به‌عنوان یک نظریه یاددهی یادگیری در آموزش ریاضی، برای بار اول توسط فرودنتال و همکارانش در هلند معرفی شده و طی چهل سال گذشته، توسعه یافته است. امروزه، این نظریه در کشورهای بسیاری ازجمله انگلستان، آلمان، دانمارک، اسپانیا، پرتغال، آفریقای جنوبی، برزیل، آمریکا، ژاپن و مالزی، در خدمت سیاست‌گذاری‌ها و طراحی‌های برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای قرار گرفته است (دی‌لنگ[2]، ۱۹۹۶). آثار این نظریه به‌عنوان یک رویکرد آموزشی، در محتوای آموزشی ریاضی مدرسه‌ای در ایران نیز مشهود است. در این مقاله، ضمن معرفی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و مقایسه آن با رویکردهای عمده برنامه درسی ریاضی در آن دوران، به بررسی تأثیرات بالقوه رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار در برنامه درسی ملی در حوزه یادگیری ریاضی و به دنبال رد پای آن، در کتاب درسی تازه تألیف ریاضیات ۱، خواهیم پرداخت. این بررسی از آن جهت ضرورت دارد که نویسندگان این بخش از برنامه درسی ملی و متعاقب آن، برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، به‌عنوان اولین محصول تولید شده با رویکرد این بخشِ از برنامه درسی ملی، دلایلی برای تبیین رویکرد آموزشی آن برشمرده‌اند که به‌طور **کلامی**[3]، با نظریه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مشابهت چشمگیری دارد؛ بنابراین، جا دارد که با ویژگی‌های معرفی شده توسط این نظریه، محک زده شود.

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار

به گفته فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن (۲۰۰۱)، در اواخر دهه ۷۰ میلادی، فرودنتال و همکارانش، در اعتراض به نهضت ریاضی جدید در امریکا و رویکرد آموزش ریاضی مکانیکی در هلند، نظریه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را به‌منظور اصلاح فرایند تدریس و یادگیری ریاضی مدرسه‌ای، تبیین نمودند. جنبش اصلاحات آموزش ریاضی در هلند، هم‌زمان با شروع پروژه **ریاضی در**

1 Realistic Mathematics Education: RME
2 De Lange, J.
3 Syntactic

مدرسه ابتدایی[1] در سال ۱۹۶۸ آغاز شد. سپس در سال ۱۹۷۱، مؤسسه توسعه آموزش ریاضی (IOWO)[2] به مدیریت فرودنتال، به‌منظور اجرای این پروژه و هم‌چنین پروژه مشابه برای ریاضی دبیرستان، تأسیس شد. با تأسیس این مؤسسه، این جنبش جدید، انگیزه بیشتری برای ایجاد اصلاحات در آموزش ریاضی پیدا کرد (فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن، ۲۰۱۰). هدف اصلی راه‌اندازی این مؤسسه، بهبود کیفیت آموزش ریاضی در مدارس هلند بود. فعالیت‌های انجام شده در این مؤسسه به ایجاد یک استراتژی تحقیق و یک نظریه آموزش ریاضی به نام آموزش ریاضی واقعیت‌مدار منجر شد (دکینسون و هاگ[3]، ۲۰۱۲). فلسفه زیربنایی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به این شکل مطرح می‌شد که دانش‌آموز، لازم است که درک ریاضی خود را از طریق کار روی زمینه‌هایی که برای او بامعناست، کسب کند.

شکل فعلی ریاضی واقعیت‌مدار، بیشتر از طریق دیدگاه فرودنتال (۱۹۹۱) نسبت به ریاضی مشخص می‌شود. به عقیده او، برای آن‌که ریاضی از ارزش انسانی برخوردار باشد، باید متصل به واقعیت بوده، نزدیک به کودکان بماند و مرتبط با مسائل جامعه باشد. درواقع، به‌جای دیدن ریاضی به‌عنوان موضوعی که باید منتقل شود، فرودنتال بر ایده ریاضی به‌عنوان یک فعالیت انسانی تأکید داشت. او عقیده داشت آموزش باید فرصت **هدایت شده‌ای** در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد تا ریاضی را از طریق انجام دادن، **بازآفرینی** کنند. بر این اساس، در آموزش ریاضی، نمی‌بایست بر ریاضی به‌عنوان یک نظام بسته تأکید شود، بلکه بر فعالیت و فرایند ریاضی ورزی تکیه شود (فرودنتال، ۱۹۶۸). به این ترتیب، فرودنتال در آن زمان، معماری ریاضی بورباکی[4] را به‌عنوان پایه‌ای برای تدریس ریاضی رد کرد، زیرا اعتقاد داشت که تنها راه یادگیری ریاضی،

1 Wiskobas

2 Institute Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (Institute for the Development of Mathematics Education) (IOWO)

نام این مؤسسه که بخشی از دانشگاه اوترخت بود، بعدها به‌عنوان مؤسسه فرودنتال تغییر کرد.

3 Paul Dickinson and Sue Hough

۴ نام مستعار گروهی از ریاضی‌دانان عمدتاً فرانسوی بود که در قرن بیستم، مکتب خاصی در آموزش ریاضی پایه‌گذاری کردند. آن‌ها بر ریاضی دقیق تأکید داشتند و در پیِ بنا نهادن کل ریاضی، بر اساس نظریه مجموعه‌ها بودند.

ابداع دوباره آن تحت راهنمایی‌های مناسب است که البته باید از سال‌های اول آموزش ابتدایی شروع شود و طبعاً طی سال‌های تحصیل، گسترش پیدا کند.

بااین‌حال، اگرچه در اوایل دهه ۷۰ میلادی، در برنامه درسی پیشنهادی فرودنتال که در تقابل با رویکرد ریاضی جدید مطرح شد، تأکید زیادی بر رابطه ریاضی با دنیای واقعی وجود داشت، ولی جنبه‌های ساختاری ریاضی، همچنان جزء ثابت ریاضی واقعیت‌مدار باقی ماند. این توجه، در رساله دکتری آدری تریفرز[1] که تحت راهنمایی فرودنتال نوشته شد، از طریق معرفی دو نوع ریاضی ورزی تصریح شد؛ **ریاضی ورزی افقی**[2] که به جنبه کاربردی ریاضی مربوط می‌شد و **ریاضی ورزی عمودی**[3] که به جنبه محض آن مربوط می‌شد (ویتمن، ۲۰۰۵). فن‌دن‌هیوول-پنهاوزن (۲۰۰۱) به‌طورکلی، این دو نوع ریاضی ورزی را به‌صورت زیر شرح می‌دهد.

ریاضی ورزی افقی؛ که از طریق آن، دانش‌آموزان به انواعی از ابزار ریاضی دست می‌یابند که می‌تواند به آنان، در سازمان‌دهی و حل مسئله در یک موقعیت زندگی واقعی، کمک کند. فعالیت‌های زیر، مثال‌هایی از ریاضی ورزی افقی هستند:

- تشخیص و توصیف ریاضیاتی خاص در یک زمینه کلی
- طراحی، صورت‌بندی و متصورسازی[4] یک مسئله به راه‌های مختلف
- کشف رابطه‌ها، کشف نظم و تشخیص جنبه‌های یکسان در مسائل مختلف (ایزومورفیک)
- تبدیل یک مسئله دنیای واقعی به یک مسئله ریاضی آشنا.

ریاضی ورزی عمودی؛ فرایند سازمان‌دهی دوباره، در خود نظام ریاضی است. فعالیت‌های زیر، نمونه‌هایی از ریاضی ورزی عمودی هستند:

- نمایش یک رابطه در قالب یک فرمول
- قواعد اثبات کردن
- اصلاح و تنظیم مدل‌ها

1 Treffers
2 Horizontal Mathematization
3 Vertical Mathematization
4 Visualization

- استفاده از مدل‌های مختلف
- ترکیب و ادغام مدل‌ها
- صورت‌بندی مدل‌های ریاضی و تعمیم.

او هم‌چنین، از فرودنتال (۱۹۹۱) نقل می‌کند که «ریاضی ورزی افقی، رفتن از دنیای زندگی واقعی به دنیای نمادهاست، درحالی‌که ریاضی ورزی عمودی، به معنای حرکت درون دنیای نمادهاست». اگرچه این تمایز خالی از ابهام به نظر می‌رسد، اما به آن معنا نیست که تفاوت بین این دو دنیا روشن باشد. فرودنتال (همان منبع) هم‌چنین تأکید می‌کند که این دو شکلِ ریاضی ورزی، دارای ارزش برابر هستند. به‌علاوه، باید توجه داشت که ریاضی ورزی می‌تواند در سطوح مختلف درک و فهمِ اتفاق بیفتد.

با وجود توضیحات روشن در مورد ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی توسط فرودنتال، اغلب آموزش ریاضی **واقعیت‌مدار**، به‌عنوان آموزش ریاضی **دنیای واقعی** معرفی شده است. دکینسون و هاگ (۲۰۱۲) معتقدند که این برداشتِ اشتباه، بیشتر در خارج از هلند اتفاق افتاده است و دلیل این برداشت اشتباه را، واژه zich realiseren می‌دانند که ترجمه انگلیسی آن، **تصور کردن**[1] است. آنان توضیح می‌دهند که علت آن‌که اصلاحات آموزش ریاضی هلند، واقعیت‌مدار خوانده شده، ارتباط صِرف آن با دنیای واقعی نبوده، بلکه به دلیل تأکیدی است که این رویکرد، بر ارائه مسائلی دارد که برای دانش‌آموزان، قابل تصور باشد. درواقع، اهمیت آموزش ریاضی واقعیت‌مدار این است که از طریق آن، دانش‌آموزان می‌توانند نسبت به ریاضی خود احساس مالکیت یا تعلق کنند، یا به‌عبارت‌دیگر، ریاضی را از آنِ خود بدانند. در این رویکرد، معماها، دنیای خیالیِ قصه پریان و حتی ریاضی رسمی نیز تا زمانی که در ذهن دانش‌آموزان واقعی و قابل تصور باشند، می‌توانند زمینه مناسبی برای طرح مسائل ریاضی باشند. درنتیجه، باید توجه داشت که واژه **واقعیت‌مدار**، فقط به ارتباط با زندگی واقعی اشاره ندارد، بلکه به موقعیت‌هایی اشاره دارد که در ذهن دانش‌آموزان، واقعی است. به این ترتیب، در عرضه مسائل به دانش‌آموزان، این مطلب به معنای آن است که زمینه مسئله می‌تواند دنیای واقعی باشد،

1 To Imagine

اما همیشه لازم نیست. به گفته دی‌لنگ (۱۹۹۶)، موقعیت‌های مسئله‌ها، می‌توانند به‌عنوان مدل‌سازی یا کاربردها نیز مطرح شوند.

مقایسه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار با سه رویکرد دیگر آموزش ریاضی

برای درک بهتر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و ایجاد تمایز بین آن و سایر رویکردهایی که قبل از آن مطرح شده بودند، استفاده از ایده تریفرز (۱۹۸۷) در مورد ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی، مفید است.

در دهه ۱۹۶۰، رویکرد آموزش ریاضی در هلند، رویکرد مکانیکی[1] (رویکرد سنتی) بود. مشخصه این رویکرد، تمرکز آن بر انجام محاسبات عددی صِرف[2] و توجه بسیار کم به کاربردها بود (فن‌دن‌هیوول- پنهاوزن، ۲۰۱۰). در این رویکرد، از معلمان انتظار می‌رود به‌طور مستقیم تدریس کنند و برای هر عمل، یک الگوریتم استاندارد به دانش‌آموزان ارائه دهند. یادگیری در این رویکرد، درنتیجه تکرار و تمرین حاصل می‌شود و فعالیت دانش‌آموزان، بر پایه حفظ کردن الگوها یا الگوریتم‌ها تفسیر می‌شود. طبق این رویکرد، خطای دانش‌آموزان زمانی رخ می‌دهد که با مسائلی غیر از مسائلی که قبلاً حفظ کرده بودند، روبرو می‌شوند و درنتیجه، اساساً ریاضی ورزی افقی یا ریاضی ورزی عمودی اتفاق نمی‌افتد.

برعکس در آن زمان، آموزش ریاضی در انگلستان به سمت **تجربه‌گرایی**[3] متمایل شده بود. در این رویکرد، دانش‌آموزان آزاد گذاشته می‌شوند تا بر اساس تجارب خود، به کشف بپردازند و مواد آموزشیِ دانش‌آموزان، از دنیایی که در آن زندگی می‌کنند، تأمین می‌شود و دانش‌آموزان، با موقعیت‌هایی روبرو می‌شوند که در آن‌ها، باید فعالیت‌های ریاضی ورزی افقی انجام دهند (همان منبع). البته تریفرز (۱۹۹۱) تأکید می‌کند که این رویکرد به‌طور کامل تدریس نمی‌شود.

در همان زمان، رویکرد ساختارگرایی[4] بر اساس ایده‌های گروه بورباکی در مورد ریاضی مطرح بود که در ایالات‌متحده امریکا، به شکل‌گیری **جنبش ریاضی جدید** در آنجا، منجر شد. رویکرد ساختارگرایی بر مفاهیم مجرد مانند نظریه مجموعه‌ها، توابع و مبناهای غیر ده متمرکز بود که

1 Mechanistic
2 Bare Numbers
3 Empiristic
4 Structuralism

همگی، نوعی ریاضی ورزی عمودی به حساب می‌آیند. این رویکرد در یک دنیای مجرد که هیچ اشتراکی با دنیای زندگی واقعی یادگیرندگان ندارد، ارائه می‌شود.

در جستجوی جایگزینی برای رویکرد مکانیکی به برنامه درسی ریاضی، هلند هیچ‌یک از رویکردهای تجربی یا ساختارگرایی را دنبال نکرد. به‌طور مشخص، مخالفت فرودنتال با رویکردهای ریاضی جدید، در هلند فرصتی ایجاد شد تا برنامه درسی ریاضی در جهت دیگری قدم بردارد که نهایتاً، منجر به رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار شد. در این رویکرد، موقعیت دنیای واقعی یا مسئله زمینه‌مدار، به‌عنوان نقطه شروع یادگیری در نظر گرفته می‌شود. سپس از طریق فعالیت‌های ریاضی ورزی افقی، **کشف** اتفاق می‌افتد. این بدان معناست که دانش‌آموزان، مسئله را سازمان‌دهی نموده و سعی می‌کنند که جنبه‌های ریاضی مسئله را تشخیص دهند و قواعد و رابطه‌ها را کشف کنند. آنگاه با استفاده از ریاضی ورزی عمودی، دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را توسعه می‌دهند.

تریفرز (۱۹۸۷، ص. ۲۵۱)، تفاوت این چهار رویکرد را در جدول (۱) خلاصه می‌کند.

جدول (۱): مقایسه چهار رویکرد عمده به آموزش ریاضی

رویکرد آموزش ریاضی	ریاضی ورزی افقی	ریاضی ورزی عمودی
مکانیکی	-	-
تجربی	+	-
ساختارگرایی	-	+
واقعیت‌مدار	+	+

در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مسائل زمینه مدار اهمیت بسیار زیادی دارند و از این نقطه نظر، در مقابل رویکرد مکانیکی سنتی در آموزش ریاضی قرار می‌گیرد. در رویکرد مکانیکی، مسائل زمینه‌مدار، بیشتر برای جمع‌بندی فرایند یادگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند. به‌عبارت‌دیگر، مسائل زمینه‌مدار فقط به‌عنوان **کاربرد** عمل می‌کنند، یعنی در حل مسائل زمینه‌مدار، انتظار می‌رود دانش‌آموزان آنچه را که قبلاً در یک موقعیت مجرد آموخته‌اند، به کار ببرند.

حال‌آنکه در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، شرایط متفاوت است و مسائل زمینه‌مدار، به‌عنوان منبعی برای فرایند یادگیری عمل می‌کنند. به‌عبارت‌دیگر، در آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، مسائل زمینه‌مدار و موقعیت‌های زندگی واقعی، هر دو برای تشکیل مفاهیم ریاضی و به کار بردن آن مفاهیم، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این نوع آموزش، دانش‌آموزان ضمن کار با مسائل زمینه‌مدار، می‌توانند ابزار درک و فهم ریاضی را توسعه دهند. بدین ترتیب که دانش‌آموزان، ابتدا راهبردهایی را تولید می‌کنند که با زمینه مسئله، ارتباط نزدیک دارند. بعد از آن، جنبه‌های خاصی از موقعیت زمینه مسئله، می‌تواند عمومیت بیشتری پیدا کند؛ یعنی زمینه مسئله، می‌تواند کم و بیش مشخصه یک مدل را به خود بگیرد و در این صورت، می‌تواند برای حل کردن سایر مسائل مرتبط با آن، کمک کند. عاقبت، این مدل‌ها دستیابی دانش‌آموزان را به دانش ریاضیِ رسمی‌تر، امکان‌پذیر می‌سازد.

ویژگی‌های آموزش ریاضی واقعیت‌مدار

از لحاظ تاریخی، مشخصه‌های آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، به سطوح یادگیری ریاضی فن هیلی[1] مربوط می‌شود. به عقیده فن‌هیلی (به نقل از دی‌لنگ،۱۹۹۶)، فرایند یادگیری طی سه سطح تفکر حاصل می‌شود. در سطح اول، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان، بتوانند ویژگی‌های شناخته شده الگویی را که برای آن‌ها آشناست، دست‌کاری کنند. پس از آن‌که دانش‌آموزان توانستند آن ویژگی‌ها را به هم مرتبط کنند، به سطح دوم تفکر رسیده‌اند. بالاخره، وقتی یادگیرندگان، شروع به دست‌کاری ویژگی‌های ذاتیِ رابطه‌ها کنند، به سطح سوم تفکر در فرایند یادگیری می‌رسند. با این توصیف، در رویکرد واقعیت‌مدار، آموزش ریاضی از سطح اول شروع می‌شود، درحالی‌که آموزش مکانیکی، عمدتاً از سطح دوم یا سوم آغاز می‌شود.

ریاضیات واقعیت‌مدار، برای شروع در سطح اول که با پدیده‌های آشنا برای دانش‌آموزان سر و کار دارد، مبتنی بر دیدگاه پدیده‌شناسی آموزشی[2] فرودنتال است که بر اساس آن، یادگیری از مسائل زمینه‌مدار شروع می‌شود. علاوه بر آن، بازآفرینی‌های هدایت شده و ریاضی ورزی‌های پیشرفته، حرکت دانش‌آموزان را از یک سطح تفکر به سطح بعدی، تسهیل می‌کنند.

1 Van Hiele
2 Didactical phenomenology

درمجموع، ترکیبِ سه سطح یادگیری فن‌هیلی با پدیده‌شناسی آموزشی فرودنتال و ریاضی ورزی پیشرفته تریفرز، پنج ویژگی آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را نتیجه می‌دهد:

- اکتشاف پدیده شناسانه یا استفاده از زمینه‌ها؛
- استفاده از مدل‌ها یا ابزارهای ریاضی ورزی عمودی؛
- استفاده از تولیدها، تعبیرها دستاوردهای خود دانش‌آموزان؛
- ویژگی تعاملی فرایند تدریس یا به‌طور مشخص تعامل؛
- درهم تنیدگی مسیرهای متنوع یادگیری.

بازتاب رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در پژوهش‌های آموزش ریاضی

بررسی تحقیقات آموزش ریاضی، حاکی از تأثیرات مثبت جنبش اصلاحات ریاضی واقعیت‌مدار در موقعیت‌های مختلف است. برای مثال، در ایالات‌متحده امریکا، کتاب‌های **ریاضی در زمینه**[1] برای پایه‌های تحصیلی ۵ تا ۸، بر اساس رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار تألیف شده و در مدارس متعدد چندین ایالت در این کشور، مورد استفاده قرار گرفت. تحقیقات انجام شده نشان داد دانش‌آموزانی که از این کتاب‌ها استفاده کرده بودند، از پیشرفت تحصیلی بالایی در آزمون سنجش ملّی پیشرفت تحصیلی آموزش[2] برخوردار بودند (رامبرگ و دی‌لنگ، ۱۹۹۸). هم‌چنین، موفقیت چشمگیر دانش‌آموزان هلندی در آزمون تیمز، ازجمله نشانه‌های دیگر موفقیت رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار به‌حساب می‌آید (فن‌دن‌هیویل-پنهاوزن، ۲۰۰۰، به نقل از مولیس و همکاران[3]، ۱۹۹۷.)

به‌علاوه، می‌توان به تحقیقاتی از کشورهای دیگر اشاره کرد که بر کارایی مثبت مداخله‌های آموزشیِ مبتنی بر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار اشاره دارند. به‌عنوان نمونه، اوزل و یانگور[4] (۲۰۰۶) در پژوهشی که روی دانش‌آموزان پایه هفتم در ترکیه انجام دادند، نشان دادند که به‌کارگیری رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، باعث ایجاد نگرش مثبت دانش‌آموزان نسبت به ریاضی می‌شود. از این گذشته، در پی بهبود آموزش ریاضی در اندونزی، هادی، پلومپ و

1 Mathematics in Context
2 National Assessment for Educational Progress: NAEP
3 Mullis et al.
4 Devrim Uzel and Sevinc Mert Uyangor

سوریانتو[1] (۲۰۰۲) در پژوهشی، اقدام به معرفی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به معلمان ریاضی دوره اول متوسطه[2] کردند. این پژوهش با شرکت ۴۴ معلم و با تأکید بر طراحی و ارزیابی برنامه آموزش ضمن خدمت[3]، در جهت بهبود صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان از سال ۱۹۹۹، به اجرا درآمد. نتایج این مطالعه، حاکی از تأثیرات مثبت آن برنامه، بر دانش عملی معلمان[4] نسبت به رویکرد ریاضی واقعیت‌مدار و امکان کاربست آن در مدارس متوسطه اول در کشور اندونزی بود.

تحول در آموزش و پرورش ایران

در دو سال گذشته، شاهد رونمایی از دو سند تولید شده توسط وزارت آموزش و پرورش در ایران بوده‌ایم که اولی سند تحول بنیادین آموزش و پرورش در سال ۱۳۹۰ و متعاقب آن، برنامه درسی ملّی جمهوری اسلامی ایران در سال ۱۳۹۱ است. در برنامه درسی ملی، ریاضیات به‌عنوان یکی از یازده حوزه تربیت و یادگیری در نظر گرفته شده است. تولیدکنندگان این برنامه، در مورد ضرورت و کارکرد این حوزه آورده‌اند:

> *ریاضیات و کاربرد آن بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. ریاضیات، موجب تربیت افرادی خواهد شد که در برخورد با مسائل بتوانند به‌طور منطقی استدلال کنند، قدرت تجزیه و انتزاع داشته باشند و درباره پدیده‌های پیرامونی تئوری‌های جامع بسازند. وجه مهم ریاضی توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی-طبیعی، اقتصادی، اجتماعی است. توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد (ص. ۳۳.)*

1 Sutarto Hadi, Tjeerd Plomp & Suryanto
2 Junior High School
3 In- service Education for Indonesia Mathematics Teachers (IndoMath)
4 Practical Knowledge

با توجه ضرورت و کارکرد حوزه یادگیری ریاضی در کلان برنامه درسی ملی، ملاحظه می‌شود آنچه بیشتر موردنظر برنامه‌ریزان قرار داشته، **کاربرد** ریاضی است؛ چنان‌که به‌عنوان هدف اساسی این حوزه یادگیری آورده‌اند که «توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد». بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که تأکید برنامه درسی ملی در جهت‌گیری برنامه درسی حوزه یادگیری ریاضی، از تجرید به سمت واقعیت است. این جهت‌گیری، نشان از تأثیرات رویکرد مکانیکی به برنامه درسی ملی ریاضی دارد. درحالی‌که در جهت‌گیری‌های کلی در سازمان‌دهی محتوا و آموزش حوزه یادگیری ریاضی آورده‌اند:

> *در ریاضیات مدرسه‌ای، فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگون به دست آورند. ... یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی وقتی رخ می‌دهد که دانش‌آموزان خودشان در طی حل یک مسئله قابل‌توجه به آن مفاهیم رسیده باشند و خودشان آن مفاهیم را ساخته باشند (ص. ۳۴.)*

بااین‌وجود، همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در سازمان‌دهی محتوا و آموزش در حوزه یادگیری ریاضی، برخلاف رویکردی که در مورد ضرورت و کارکرد حوزه یادگیری ریاضی اتخاذ شده است، تأکید بر جهت‌گیری از واقعیت به سمت تجرید است که می‌توان آن را ناشی از تأثیرات رویکرد نظری آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در حوزه یادگیری ریاضی دانست.

این تضاد که نشان‌دهنده عدم انسجام نظری برنامه است، می‌تواند موجبات اختلال در برنامه‌ریزی‌های بعدی را برای تدریس و یادگیری ریاضی ایجاد کند. همان‌طور که گویا (۱۳۸۹) در نقد نگاشت سوم برنامه درسی ملی مطرح می‌کند، هر رویکردی که در برنامه درسی انتخاب شود، می‌توان از سایر رویکردها به‌صورت راهبرد و تکنیک استفاده نمود؛ اما نکته مهمِ برنامه‌ای این است که جمع دو رویکرد نظری متضاد، تقریباً امکان‌پذیر نیست. ولی به گفته مدیر گروه

ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری، باوجوداین تناقض نظری، سند راهنمای برنامه درسی ریاضی از پایه اول ابتدایی تا آخر متوسطه، تدوین شده است و این سند که در شورای هماهنگی علمی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی تصویب شده است، مبنای تغییر کتاب‌های درسی ریاضی بوده است (گفت‌وگوی رضایی با وحید عالمیان، ۱۳۹۲). به گفته وی، در برنامه تهیه شده، رویکرد حل مسئله حاکم بوده است، «یعنی مثلاً مفهوم‌سازی از همان اول، با حل مسئله شکل بگیرد. با طرح داستان، با طرح مسئله‌های مختلف اتفاق بیفتد.» (همان منبع، ص. ۳۱.)

این بحث‌ها که با رویکرد نظری آموزش ریاضی واقعیت‌مدار همسو هستند، پژوهشگر را بر آن داشت تا برای نمونه، رد پای این ادعاها را در کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، دنبال کند. لذا هدف این پژوهش این است که بررسی شود که تا چه حد، مسائل واقعی در این کتاب تازه تألیف، واقعی و به تجربه‌های دانش‌آموزان، نزدیک‌اند.

روش پژوهش

این مطالعه، به روش تحلیل محتوا انجام شد. مضمون موردنظر برای تحلیل محتوا یا واحد تحلیل در این مطالعه، واقعی بودن زمینه‌های مورد استفاده در کتاب‌های تازه تألیف و نزدیک بودن آن‌ها به تجربه‌های دانش‌آموزان بود. برای این منظور، کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ که در پایه اول دوره متوسطه تدریس می‌شود، مورد بررسی قرار گرفت. انتخاب کتاب ریاضی سال اول متوسطه به دلیل آن انجام شد که در جریان تحولات اخیر، اولین کتابی بود که تألیف آن، مبتنی بر برنامه جدید بود و در سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷، وارد نظام آموزشی کشور شد. این کتاب طی چند سال اجرای آن، بازخوردهای فراوانی را دریافت کرده و بر اساس آن، جرح و تعدیل‌شده است. بدین‌جهت، کتاب ریاضیات ۱ تازه تألیف را می‌توان محصول نهایی تولیدکنندگان آن در نظر گرفت و از منظر فوق، مورد تجزیه و تحلیل قرار داد.

تحلیل محتوای کتاب ریاضیات ۱

در ابتدای کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱ (بخشعلی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۰)، در بخش سخنی با دانش‌آموزان آمده است:

یکی از اهداف کتاب آن است که شما بتوانید ریاضی را به شکلی معنادار درک کنید و توانایی به‌کارگیری آن را در حل مسائل روزمره پیدا کنید.

در اینجا ملاحظه می‌شود که مؤلفان کتاب، صراحتاً جهت‌گیریِ از تجرید به سمت واقعیت را مدنظر داشته‌اند. البته در ادامه، این نکته را مورد تأکید قرار داده‌اند که:

ریاضی صرفاً علمی برای محاسبات روی اعداد نیست. ریاضی زبان علم است و کار اصلی آن بیان پدیده‌های واقعی محیط اطراف خود ماست. شما باید بتوانید مفاهیم ریاضی را در محیط اطراف خود ببینید و پدیده‌های ساده را به زبان ریاضی بیان کند. این عمل مسائل مطرح شده در محیط واقعی را به مسئله‌ای ریاضی تبدیل می‌کند. پس از حل مسئله در ریاضی باید به محیط واقعی برگردید و جواب‌های به‌دست‌آمده را به‌درستی تفسیر کنید. در هر جای کتاب که امکان‌پذیر بوده است، چنین روندی از حل یک مسئله واقعی انجام شده است و شما با حل این مسائل خواهید دید که چگونه می‌توانید آموخته‌های ریاضی خود را به کار برید و مسائل مهمی را حل کنید.

در رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، چنین تأکیدی به معنای ریاضی ورزی افقی و اهمیت آن است. به‌این‌ترتیب، ملاحظه می‌شود که تأکید برنامه، بر کارآیی ریاضی در حل مسائل واقعی و اهمیت یادگیری آن برای دانش‌آموزان است. اگرچه در این قسمت، ادعایی در زمینه واقعیت‌مدار بودن رویکرد آموزشی این کتاب مطرح نشده است، ولی با توجه به توصیه‌هایی که به دانش‌آموزان شده که «مسائل مطرح شده در محیط واقعی را به مسئله‌ای ریاضی» تبدیل کنند و «پس از حل مسئله در ریاضی»، از آن‌ها خواسته شده که «به محیط واقعی» برگشته و «جواب‌های به‌دست‌آمده را به‌درستی تفسیر» کنند، رد پای این دیدگاه در این کتاب، به‌وضوح دیده می‌شود. وقتی مؤلفان به‌صراحت ذکر کرده‌اند که «در هر جای کتاب که امکان‌پذیر بوده است، چنین روندی از حل یک مسئله واقعی انجام شده است و شما با حل این مسائل خواهید دید که چگونه می‌توانید آموخته‌های ریاضی خود را به کار برید و مسائل مهمی را حل کنید»، واقعی بودن مسائل واقعی (زمینه‌مدار) مطرح شده در کتابِ درسی ریاضی، پیش‌فرضی ضروری است.

همچنان که دی‌لنگ (۱۹۹۶) اشاره می‌کند، در رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، می‌توان مسائل زمینه‌مدار بسیاری را در شروع آموزش هر مبحث، با محتوای آموزشی آن تلفیق نمود. کما این‌که در کتاب ریاضیات ۱ نیز، شاهد طرح مسائل زمینه‌مدار متنوعی در شروع اکثر مباحث هستیم.

کتاب ریاضیات ۱، در ۹ فصل تنظیم شده است. هر فصل کتاب، از بخش‌های متنوعی شامل لوحه اول فصل، متن درس، فعالیت، تمرین در کلاس، مثال حل شده، مسائل و خواندنی‌ها تشکیل شده است. در لوحه‌های اول هر فصل، تلاش شده تا با ارائه تصویری مرتبط با موضوعات واقعی و طرح یک سؤال، در مخاطب ایجاد انگیزه کند. بر این اساس، استنباط می‌شود که به نظر مؤلفان، درک مفاهیم ریاضی از طریق تجربه‌های واقعی بسیار اهمیت دارد و می‌تواند انگیزه‌ای قوی در دانش‌آموزان ایجاد کند. البته در اینجا باید توجه داشت که ازنقطه‌نظر برنامه‌ای، انتظار می‌رود مطالب هر فصل نیز، مخاطب را به سمت پاسخگویی به سؤال مطرح شده در لوحه مربوطه، هدایت یا تشویق کند.

تحلیل محتوای کتاب ریاضیات ۱ از منظر واقعی بودن موقعیت مسئله

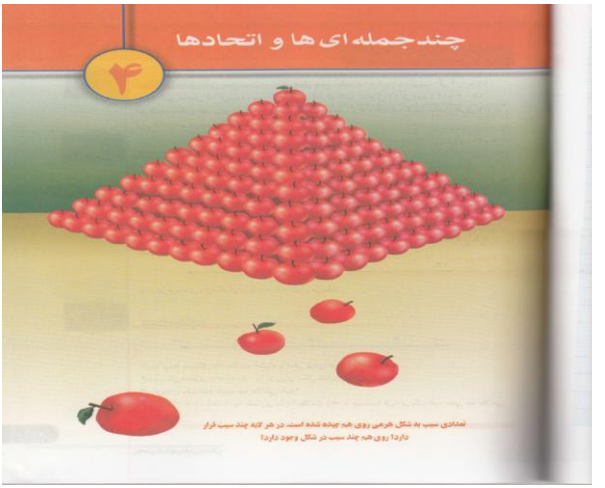
در مطالعه حاضر، از سه ویژگی که به اعتقاد فرودنتال، ریاضی را از ارزش انسانی برخوردار می‌کند و آن را یک فعالیت انسانی به حساب می‌آورد، برای تحلیل محتوای مسائل **واقعی** (زمینه مدار) کتاب ریاضیات ۱، استفاده شد. این سه ویژگی، الف) متصل به واقعیت بودن، ب) نزدیک به دانش‌آموزان ماندن و ج) مرتبط با مسائل جامعه بودن است که به‌عنوان ملاک واقعی بودن موقعیت مسئله، در نظر گرفته شد. برای هرکدام از موارد هم به دلیل محدودیت مقاله، تنها به چند مثال معرف[1]، بسنده شده است.

الف) متصل به واقعیت بودن

در اکثر فصل‌های این کتاب، هدف **متصل به واقعیت بودن** برآورده نشده است. به‌عنوان نمونه، در لوحه فصل ۴، چینش هرمی شکلی از تعداد زیادی سیب، طراحی شده است و در زیر آن، این سؤال مطرح شده است:

1Representative

تعدادی سیب به شکل هرم روی هم چیده شده است. در هر لایه چند سیب قرار دارد؟ روی هم چند سیب در شکل وجود دارد؟ (ص. ۷۳.)



در این صفحه، تنها چیز واقعی، نام سیب است! زیرا ایجاد چنین چینشی، به تجربیاتِ واقعی مخاطبِ کتاب، حتی نزدیک هم نیست و تنها در قالب نقاشی، می‌توان آن را مشاهده کرد. ضمن آن‌که پاسخ سؤال مطرح شده، مجموع مربعات اعداد ۱ تا ۱۱ به‌اضافه ۴ است که محاسبه آن از طریق چندجمله‌ای‌ها و اتحادها (موضوع فصل ۴)، انجام نمی‌شود.

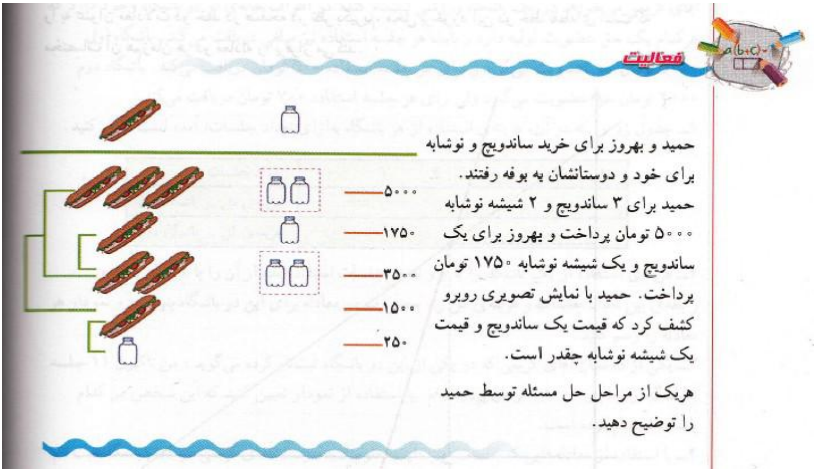
ب) نزدیک به دانش‌آموزان ماندن

در این مطالعه، خواندنی‌ها شامل آشنایی با دانشمندان و مطالب تاریخی در نظر گرفته شده است. در پژوهشی که توسط گویا و حسن‌پور (۱۳۹۲) انجام شد، این مطالب از منظر مدرسان کتاب ریاضیات ۱ تحلیل شده است. پژوهش آن‌ها نشان داد که مدرسان این کتاب، ضمن تأکید بر اهمیت پرداختن به چنین مطالبی در کتاب درسی و سودمندی این‌گونه مطالب برای دانش‌آموزان، مطالب تاریخی ارائه شده در کتاب ریاضیات ۱ را مناسب مخاطب کتاب برآورد نکردند. به گفته معلمان شرکت کننده در آن پژوهش، ادبیات و موضوعات مطرح شده با تجربیات دانش‌آموزان همخوانی ندارد تا جایی که حتی بسیاری از آن‌ها، روخوانی این مطالب را هم برای مخاطبان کتاب سخت و ثقیل ارزیابی کرده‌اند. آنان به‌عنوان نمونه، به سؤالی از کتاب مفتاح‌المعاملات به شرح زیر اشاره نمودند.

بازرگانی یک درهم به غلامش داد و گفت که به بازار برو و به اندازه یک درهم خربزه بخر و به باربر بده تا بیاورد. هزینه بیست خربزه یک درهم است و باربر شصت خربزه را با یک درهم به مقصد می‌رساند. غلام رفت و خربزه خرید و به همراه باربر آورد. غلام چند خربزه آورده است؟ (ص. ۱۰۳.)

گویا و حسن‌پور (۱۳۹۱)، توضیح می‌دهند که این سؤال نه‌تنها با تجارب واقعی مخاطبان کتاب همخوانی ندارد، بلکه به نظر مدرسان کتاب، هدف آموزشی آن روشن نیست و با توجه به سطح مفاهیم و مباحث کتاب، نسبتاً سخت است. درواقع، از منظر آموزش ریاضی زمینه‌مدار، این مثال و مشابه آن‌که به کثرت در کتاب درسی موردبررسی وجود دارد، فاقد ویژگی نزدیک به دانش‌آموزان ماندن است.

درجایی دیگر، در بحث حل دستگاه معادلات خطی دو مجهولی، (ص. ۱۳۴) فعالیت زیر ارائه شده است.



در این فعالیت، دانش‌آموزان با موقعیتی ملموس روبه‌رو می‌شوند که در آن، زمینه‌سازی لازم برای کشف روش حذفی در حل دستگاه معادلات خطی انجام شده است. اگرچه انتظار می‌رفت قیمت‌های مطرح شده در فعالیت با واقعیت‌های جاری جامعه همخوانی داشته باشد تا دانش‌آموز

نسبت به آن، احساس نزدیکی کند و آن را به‌عنوان مسئله‌ای واقعی، بپذیرد؛ زیرا همان‌طور که قبلاً اشاره شده، به عقیده فرودنتال، شرط آن‌که مسئله‌ای از ارزش انسانی برخوردار باشد، این است که ضمن واقعی بودن، به تجربه‌های دانش‌آموز مربوط بوده و با مسائل جامعه همخوانی داشته باشد، درحالی‌که این مسئله، فاقد این ویژگی است.

ج) مرتبط با مسائل جامعه بودن

در متن آغازین مبحث نماد علمی در کتاب ریاضیات ۱، (ص. ۶۰) آمده است:

> *آیا می‌دانید دور کره زمین در استوا چند متر است؟ اندازه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که این طول تقریباً ۴۰،۰۰۰،۰۰۰ متر است. اگر طول هر مورچه یک میلی‌متر باشد، چند مورچه لازم است تا با هم دور کره زمین در استوا را بپوشانند؟ چون هر متر ۱۰۰۰ میلی‌متر است، پس ۴۰،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰ مورچه برای این کار لازم است. آیا می‌توانید این عدد را بخوانید؟ این عدد چند صفر دارد؟*

اگرچه همه دانش‌آموزان مورچه را می‌شناسند و درک شهودی خوبی از اندازه مورچه دارند، ولی استفاده از مورچه برای پوشاندن دور کره زمین، یکی از غیرواقعی‌ترین موقعیت‌هایی است که هیچ‌گونه ارتباطی با مسائل جامعه نمی‌تواند داشته باشد. این مهم، از چشم مدرسان این کتاب نیز، دور نمانده است. همچنان که در پژوهشی که گویا و حسن‌پور (۱۳۹۲) انجام دادند، مدرسان ریاضیات ۱، کم‌دقتی و کج سلیقه‌گی را در انتخاب زمینه‌های واقعی به‌طور بالقوه، باعث ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان دانسته‌اند. آنان در ادامه، به‌عنوان نمونه‌ای از این کج سلیقه‌گی‌ها در انتخاب زمینه مسئله، به مثال حل شده کتاب ریاضیات ۱، (ص. ۳۳) برای درک مفهوم تساوی مجموعه‌ها اشاره کرده‌اند. در این مثال، مجموعه غذاهای خورده شده توسط دو دوست، علی و حسن، به‌عنوان مجموعه‌های مساوی معرفی شده است. کم‌دقتی موجود در ذات این مثال ازنقطه‌نظر ریاضی، می‌تواند زمینه‌ساز بدفهمی‌های عمیقی در درک دانش‌آموزان از مفهوم تساوی مجموعه‌ها شود.

یکی دیگر از نمونه‌های معرف برای نشان دادن عدم ارتباط این به‌اصطلاح **واقعیت‌ها** با **مسائل جامعه**، مثالی است که در متن آغازین مبحث نامساوی در کتاب (ص. ۱۹۰)، به‌عنوان تجربه حسن آقا به‌عنوان یک خواربارفروش در کار با یک ترازوی دو کفه، اشاره شده است.

نامساوی

حسن‌آقا یک خواربارفروشی دارد. او برای به‌دست آوردن وزن اجناس از یک ترازوی دوکفه‌ای به شکل زیر استفاده می‌کند.

اما، معمولاً وزن اجسام، با استفاده از وزنه‌هایی که حسن‌آقا در اختیار دارد به طور دقیق قابل تعیین نیستند و با هرگونه وزنه‌گذاری روی کفه‌های ترازو، هر دفعه یک طرف سنگین‌تر می‌شود.
روزی او برای تعیین وزن پسته‌ای، حدس زد این بسته حدوداً ۳ کیلوگرم وزن دارد و سه وزنه یک کیلوگرمی در یک کفه قرار داد و بسته را در کفه دیگر قرار داد. کفه ترازو در طرف وزنه‌ها، پایین آمد و حسن‌آقا نتیجه گرفت بسته سبک‌تر است و وزن بسته کمتر از ۳ کیلوگرم است.

استفاده از ترازوی دو کفه به‌عنوان یک ابزار دست‌ورزی در کلاس درس برای درک مفهوم معادلات و نامعادلات، می‌تواند مفید باشد؛ اما اگرچه در دهه‌های گذشته، این ابزار در فروشگاه‌های مختلف به‌وفور مورد استفاده قرار می‌گرفت، امروزه با گسترش استفاده از ترازوهای دیجیتالی، دانش‌آموزان امکان اندکی برای آشنایی با ترازوی دو کفه در تجربه‌های زندگی روزمره خود دارند. لذا پیش‌فرض آشنایی دانش‌آموزان با این ابزار و درنتیجه واقعی بودن موقعیت این مسئله برای دانش‌آموزان و مرتبط بودن موقعیت این مسئله با مسائل جاری مطرح در جامعه، عملاً موضوعیت ندارد.

نقش و توزیع مسائل زمینه‌مدار (واقعی) در کتاب ریاضیات ۱

نقش و توزیع مسائل زمینه‌مدار (واقعی) در این کتاب، دارای اهمیت است و اگرچه مقصود از این مطالعه، بررسی کمی مسائل زمینه‌مدار در کتاب ریاضیات ۱ نبوده است، بااین‌وجود، داشتن اطلاعات کلی در این مورد، تصویر دقیق‌تری از این کتاب، به دست می‌دهد و جمع‌بندی مناسبی برای این تحلیل است تا در پژوهش‌های بعدی، با جزئیات به آن پرداخته شود. بدین سبب، تعداد

مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در کتاب ریاضیات ۱ به تفکیک بخش‌های هر فصل کتاب، در جدول (۲) آمده است.

جدول (۲): تعداد مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در بخش‌های مختلف هر فصل از کتاب ریاضیات ۱

بخش‌ها / فصل‌ها	متن درس		فعالیت		تمرین در کلاس		مثال حل شده		مسائل		مجموع
	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	فراوانی	درصد فراوانی	
اعداد و نمادها	۲	٪۲۵	۰	–	۰	–	۰	–	۳	٪۱۲	۵
مجموعه‌ها	۲	٪۲۸/۵	۰	–	۳	٪۱۳	۸	٪۲۴/۲	۲	٪۱۲/۵	۱۵
توان‌رسانی و ریشه‌گیری	۲	٪۶۶/۶	۱	٪۱۱	۰	–	۲	٪۹	۱	٪۴/۸	۶
چندجمله‌ای‌ها و اتحادها	۰	–	۰	–	۰	–	۰	–	۰	–	۰
معادلات درجه اول و معادله خط	۴	٪۴۴/۴	۴	٪۳۰/۷	۳	٪۱۱	۳	٪۲۷/۳	۸	٪۲۳/۵	۲۲
نسبت‌های مثلثاتی	۴	٪۶۶/۶	۱	٪۲۵	۰	–	۰	–	۷	٪۳۷	۱۲
عبارت‌های گویا	۱	٪۲۵	۱	٪۱۰۰	۳	٪۱۱	۰	–	۱	٪۳/۳	۶
معادلات درجه دوم و حل آن‌ها	۱	٪۵۰	۰	–	۱	٪۲۰	۱	٪۶/۶	۱	٪۶/۶	۴
نامعادلات درجه اول	۱	٪۵۰	۱	٪۵۰	۱	٪۲۰	۲	٪۳۳/۳	۲	٪۲۲/۲	۷

جدول (۲) نشان می‌دهد که نظم خاصی در توزیع مسائل زمینه‌مدار در بخش‌های مختلف کتاب به چشم نمی‌خورد و به نظر می‌رسد که طرح این مسائل در بخش‌های مختلف کتاب، از رویکرد آموزشیِ خاصی تبعیت نمی‌کند. به‌عنوان نمونه‌ای از این ناهمگونگی، ملاحظه می‌شود که در فصل ۴، حتی یک مورد مسئله زمینه‌مدار مطرح نشده است. بررسی انجام شده این شُبه را ایجاد می‌کند که شاید ازنظر مؤلفان این کتاب، مباحث چندجمله‌ای‌ها و اتحادها، هیچ کاربردی در دنیای واقعی ندارند که البته چنین نیست. هم‌چنین، در مقایسه تعداد مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در فصل‌های مختلف کتاب، ممکن است این برداشت ایجاد شود که مثلاً معادلات درجه اول و معادله خط، به تجربه‌های دانش‌آموزان نزدیک‌تر است تا بحث اعداد و نمادها که باز هم این برداشت، پشتوانه پژوهشی یا تجربی قابل عرضه‌ای ندارد.

بحث پایانی

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، یک نظریه یاددهی و یادگیری در آموزش ریاضی است که ابتدا در هلند مطرح شد. این نظریه بر این ایده استوار است که ریاضی، یک فعالیت انسانی است و باید به واقعیت مربوط شود. در این خصوص، تأکید بر **واقعی بودن ریاضی برای یادگیرنده** ضرورت دارد. در چارچوب ریاضی واقعیت‌مدار، زمینه دنیای واقعی به‌عنوان منبع ایجاد و توسعه مفهوم و به‌عنوان محدوده کاربرد از طریق فرایند ریاضی ورزی افقی و ریاضی ورزی عمودی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در چنین شرایطی، زمینه زندگی واقعی، نقطه شروع یادگیری است و مدل‌ها، به‌عنوان پلی بین تجرید و واقعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند. بر اساس رویکرد واقعیت‌مدار، آموزش ریاضی به‌عنوان بازآفرینیِ هدایت شده سازمان‌دهی می‌شود؛ یعنی فضایی ایجاد می‌شود که در آن، دانش‌آموزان بتوانند فرایندی را که ریاضی، از طریق آن ابداع شده است، تجربه کنند و از این طریق، محصول یا راهبردی که درنتیجه انجام دادن ریاضی به دست می‌آورند، متعلق به خود بدانند.

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در دهه‌های گذشته، نویدبخش ارتقای یادگیری ریاضی بوده است. اگرچه امروزه این‌گونه نیست که همه کلاس‌های درس، طبق اصول آموزش ریاضی واقعیت‌مدار تدریس شوند، یا حتی هر کتاب درسی که به‌عنوان آموزش ریاضی واقعیت‌مدار معرفی می‌شود، بر طبق اصول آموزش ریاضی واقعیت‌مدار نوشته شده باشد؛ اما این حقیقت، به‌وضوح مشاهده

می‌شود که از زمان معرفی و توسعه این رویکرد آموزشی، سازمان‌دهی محتوای کتاب‌های درسی ریاضی، به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای تغییر کرده است.

اگرچه در برنامه درسی ریاضی ایران، ادعایی مبتنی بر واقعیت‌مداری رویکرد آموزشی/ برنامه‌ای آن مطرح نشده است، بااین‌وجود، در ایران نیز برنامه و کتاب‌های درسی ریاضی، متأثر از بحث‌های مطرح در این رویکرد نظری، تحولاتی داشته است که رد پای آن را می‌توان در مواد آموزشی مختلف در نظام آموزشی کشور، مشاهده نمود. نتایج مطالعه حاضر، در بررسی اجمالی اسناد آموزش و پرورش و کتاب تازه تألیف ریاضیات ۱، حاکی از گرایش برنامه‌ریزان کتاب‌های درسی ریاضی در ایران، نسبت به طرح مسائل واقعیت‌مدار در آموزش ریاضی کشور است. هرچند که تحلیل انجام شده نشان داد که مسائل زمینه‌مدار مورد استفاده در کتاب درسی ریاضیات ۱، فاقد سه ویژگی معرفی شده توسط فرودنتال بوده و برای یادگیرنده واقعی نیستند. به‌طور مشخص، یکی از مسئولیت‌های اصلی برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، طراحی و صورت‌بندی مسائلی است که ضمن واقعی و مرتبط بودن با مسائل جامعه، امکان حل شدن را نیز، از راه‌های مختلف داشته باشند، زیرا ازنظر فرودنتال، از طریق فرایند حل این‌گونه مسائل، زمینه لازم برای ریاضی ورزی و یادگیری ایجاد می‌شود. درصورتی‌که به استناد یافته‌های این پژوهش، باوجود تشابه ظاهریِ مسائل زمینه‌مدار کتاب درسی تازه تألیف ریاضیات ۱ با رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، نمی‌توان کاربست درست و مناسب این نظریه را در مسائلی از این کتاب که قصد نشان دادن ارتباط ریاضی با واقعیت را دارند، ملاحظه نمود.

منابع

بخشعلی‌زاده، شهرناز و همکاران (۱۳۹۰). *ریاضیات ۱*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

رضایی، مانی (۱۳۹۲). از سند برنامه درسی ریاضی تا کتاب درسی. *مجله رشد آموزش ریاضی*، شماره ۱۱۲، صص. ۳۵-۲۶.

شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). *سند تحول بنیادین آموزش و پرورش*. وزارت آموزش و پرورش.

شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*. وزارت آموزش و پرورش

گویا، زهرا. (۱۳۸۹). نقد و بررسی حوزه یادگیری ریاضی در سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. فصلنامه مطالعات برنامه درسی، سال پنجم، شماره ۱۸، صص ۱۶۴-۱۴۷.

گویا، زهرا و حسن‌پور، مرتضی. (۱۳۹۲). کتاب تازه تألیف ریاضی ۱ از منظر مدرسان آن. *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۱۱۱، صص. ۹-۴. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

Dickinson, P. & Hough, S. (2012). *Using Realistic Mathematics education in UK classrooms.* A booklet designed for teachers and students. Available on-line at: http://www.mei.org.uk/files/pdf/RME_Impact_booklet.pdf

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Curriculum studies*, Vol. 32, No. 6, 777-796.

Hadi, S. Plompt, T. Suryanto, (2002). Introducing realistic mathematics education to junior high school mathematics teachers in Indonesia. Available on-line at http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap279.pdf

Lange, J. de (1996). Using and applying Mathematics in Education. In: A.J. Bishop, et al. (Eds). International handbook of mathematics education, part one. 49-97. Kluwer academic publisher.

Romberg, A. & Lange J. de (1998). Mathematics in context: Teacher resource and Implementation Guide. Britannica Mathematics system, USA.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction*. The Wiskobas project. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980 – 1990. In L. Streefland (Ed.), Realistic Mathematics Education in Primary School. Utrecht: CD-b Press/ Freudenthal Institue, Utrecht University.

Uzel, D. & Uyangor, S. M. (2006). Attitudes of 7th class students toward mathematics in realistic mathematics education. *International Mathematics Forum*. 1, No 39, 1951-1959.

Wittmann, E. ch. (2005). Realistic mathematics education, past and present. NAW 5/6, nr. 4.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institue Cd-rom for ICME9.* Utrecht University.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education as work in progress. In: F. L. Lin (Ed.) *Common Sense in Mathematics Education. Proceeding of 2001 the Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*, Taipei, Taiwan, 1-43.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform under attack – Forty years of working on better mathematics education thrown on the scrapheap? No way! In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceeding of the 33rd annual conference of the mathematics education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.